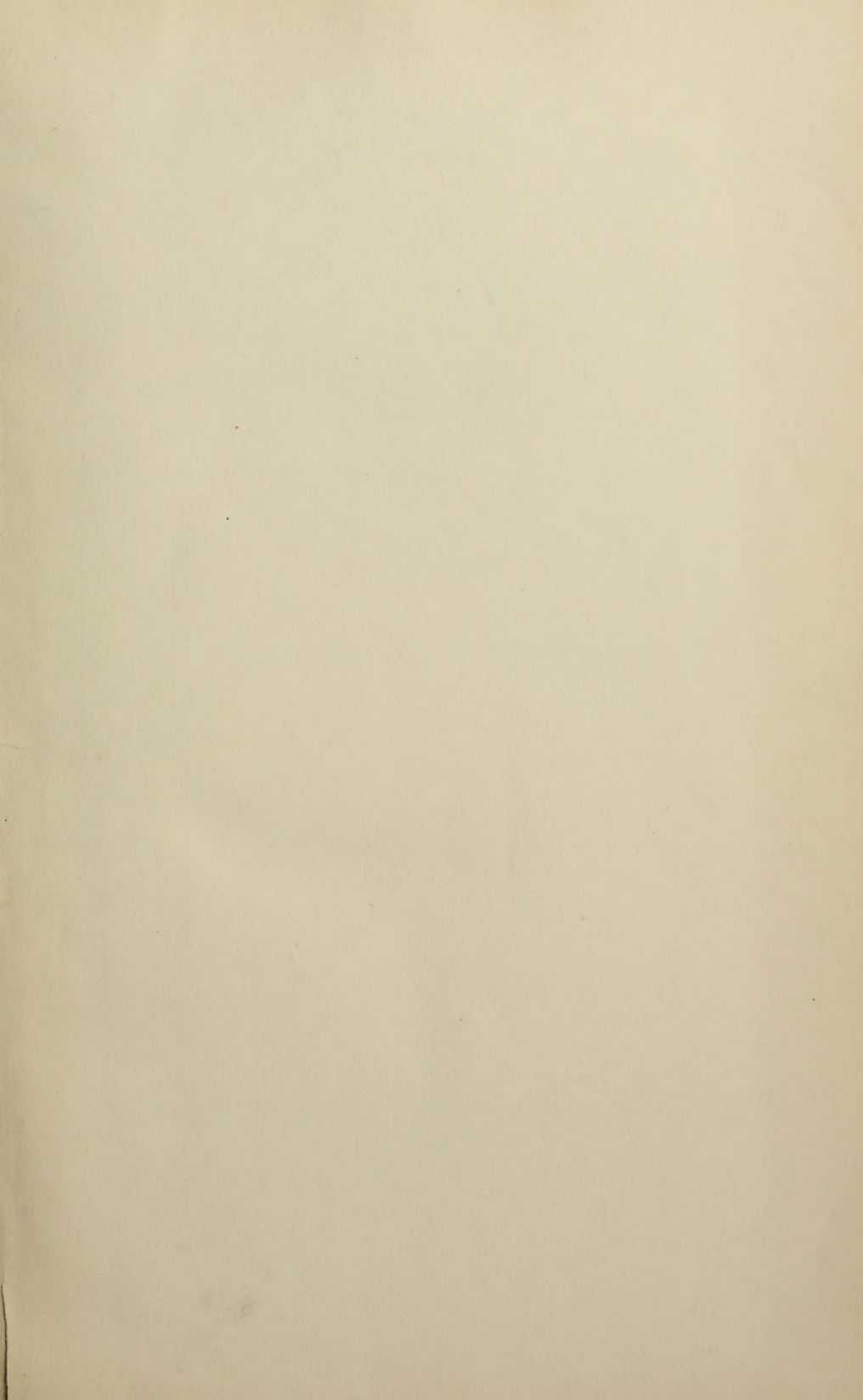


FOR THE PEOPLE
FOR EDUCATION
FOR SCIENCE

LIBRARY
OF
THE AMERICAN MUSEUM
OF
NATURAL HISTORY



LIBRARY
5.06 (44.36) P6
4.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX — 9

1907 - 08

PARIS

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

A LA SORBONNE

—
1907

Membres du Conseil

pour les années 1905, 1906 et 1907

MM.

ANDRÉ, 70 bis, rue Bonaparte.

DONGIER, 87 bis, Grande-Rue, Bourg-la-Reine.

GRÉVY, 62, Rue Sainte-Placide.

HENNEGUY, 9, rue Thénard.

LAISANT, 162, avenue Victor-Hugo.

LÉVY (Lucien), 12, rue du Regard.

VAILLANT, 2, rue de Buffon.

VINCENT, 207, rue de Vaugirard.

Membres du Bureau

pour 1907.

Président : M. BERTHELOT (Daniel),
3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28,
rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vau-
quelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER,
44, rue Sainte Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LE-
BON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du Bulletin : M. COUTIÈRE,
12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du Bulletin : M. NEU-
VILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue
Thénard.

ABRÉVIATIONS :

26/10/07. Auger

M.I.	Membre de l'Institut.
P.F.S.	Professeur à la Faculté des Sciences.
P.M.	» au Muséum.
P.C.F.	» au Collège de France.
P.E.N.	» à l'École normale supérieure.
P.E.P.	» à l'École Polytechnique.
E.E.P.	Examineur id.
P.H.	Professeur honoraire.
P.P.C.	» à l'École des Ponts et Chaussées.
M.A.M.	Membre de l'Académie de Médecine.
P.E.Ph.	Professeur à l'École de Pharmacie.
P.C.	» au Conservatoire des Arts et Métiers.
I.G.A.	Inspecteur Général de l'Agriculture,
I.G.M.	Inspecteur général des Mines
A.M.	Assistant au Muséum.
P.A.F.M.	Professeur agrégé à la Faculté de Médecine.
P.I.A.	Professeur à l'Institut agronomique.

LISTE DES MEMBRES

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

Fondée en 1788

État de la Société en Avril 1907

PREMIÈRE SECTION. — SCIENCES MATHÉMATIQUES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1859. (12 fév.) LÉVY (Maurice), M. I., P.C.F., 15, avenue du Trocadéro.
1860. (2 juin) HATON DE LA GOUPILLIÈRE (J.-Napoléon), M.I., 56, rue de Vaugirard.
1861. (13 avril) TISSOT (Nic.-Aug.), E.E.P., à Voreppe (Isère).
1863. (28 mars) ROUCHÉ (Eugène), M.I, 213, boulevard Saint-Germain.
1871. (23 déc.) COLLIGNON (Édouard), 6, rue de Seine.
- id. DARBOUX (Gaston), M.I, (Secrétaire perpétuel), Doyen Hon. F.S., 36, rue Gay-Lussac.
1872. (27 janv.) JORDAN (Camille), M.I, P.E.P., P.C.F., 48, rue de Varennes.
1875. (26 juin) FOURET (Georges), E.E.P., 4, avenue Carnot.
1876. (23 déc.) PICQUET (Henri), E.E.P., 4, rue Monsieur-le-Prince.
- id. ANDRÉ (Désiré), P.H., 70 bis, rue Bonaparte.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1878. (26 janv.) LEAUTÉ, M.I., 20, boulevard de Courcelles.
- (9 fév.) LAISANT, E.E.P., 162, avenue Victor-Hugo.
- id. TANNERY, Dir. des Sc. E. N., 45, rue d'Ulm.

1881. (11 fév.) C. DE POLIGNAC, Radmannsdorf, Carniole (Autriche).
 — id. HUMBERT (Georges), M.I., 10, rue d'Aubigny.
 — (12 nov.) CHEMIN, P.P.C., 33, avenue Montaigne.
 1884. (3. nov.) LÉVY (Lucien), E.E.P., 12, rue du Regard.
 1887. (17 déc.) KOENIGS, P.F.S., 101, boulevard Arago.
 1892. (26 janv.) BIOCHE, P. Louis-le-G., 56, rue N.-D.-des-Champs.
 1900. (10 mars) LEAU, P. Stanislas, 6, rue Vavin.
 — (22 déc.) LE ROY, P. Stanislas, 27, rue N.-D.-des-Champs.
 1902. (27 juin) DESCHAMPS, 11, rue du Sommerard.
 1902. (13 déc.) GRÉVY, P. Saint-Louis, 62, rue Sainte-Placide.
 1904. (20 nov.) PERRIN R., I.G.M., 80, rue de Grenelle.
 1905. (14 janv.) MAILLET, 11, rue de Fontenay, à Bourg-la-Reine (Seine).
 1905. (27 mai) SERVANT, Chef de travaux F.S. 8, rue des Saints-Pères, Paris.
 1906. (24 fév.) LEBON (Ernest), P. Charlemagne, 4 bis, rue des Ecoles.
 1906. (12 mai) TARRY (Gaston), 177, Bd. Pereire.
 — (8 déc.) FATOU, astronome adjoint à l'Observatoire, 172, Boulevard du Montparnasse.
 — (22 déc.) HENRI (Victor), Prep. F.S., 13, rue du Val-de-Grâce.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1903. (28 mars) Lieutenant-Colonel du Génie BROCARD, 75, rue des Ducs, Bar-le-Duc.
 1905. (11 fév.) BERDON Louis, 39, Cadogan Street, Londres. S.W.
 1906. (25 juin) GUCCIA, Palerme.
 1907. (9 fév.) DEMOULIN, P. F.S., 10, rue Joseph Plateau, Gand.

DEUXIÈME SECTION. — SCIENCES PHYSIQUES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1860. (24 nov.) RICHE (Alfred), P.H.E.Ph., 11, quai Conti, à la Monnaie.
 1861. (25 mai) GAUDRY (Albert), M.I., P.H.M., 7 bis, rue des Saints-Pères.

1862. (10 juill.) TROOST (Louis), M.I., P.H.F.S., 84, rue Bonaparte.
 1863. (18 juill.) GRANDEAU (Louis), I.G.A., 4, avenue de la Bourdonnais.
 1864. (31 janv.) WOLF (Charles), M.I., P.F.S., 1, rue des Feuillantines.
 1863. (1^{er} juill.) JANSSEN, M.I., Directeur de l'Observatoire physique, à Meudon (Seine-et-Oise).
 1872. (22 juin) GERNEZ (Désiré), P.E.N., 80, rue d'Assas.
 1873. (12 avril) FRON, Météorologiste tit., 19, rue de Sèvres.
 1874. (23 mai) BRANLY, Prof. Inst. Catholique, 21, av. de Tourville.
 1875. (10 avril) CAILLETET, M.I., 75, boulevard Saint-Michel.
 1876. (27 mai) BOUTY, P.F.S., 9, rue du Val-de-Grâce.
 1877. (24 fév.) LIPPMANN (Gabriel), M.I., P.F.S., 10, rue de l'Eperon.
 1880. (13 nov.) PELLAT (Henri), P.F.S., 23, avenue de l'Observatoire.
 — (27 nov.) BECQUEREL (H.), M.I., P.M., 6, rue Dumont-Durville.
 1882. (11 fév.) COCHIN, député, 53, rue de Babylone.
 1884. (9 avril) BOURGEOIS (Léon), A.M., 4, boulevard Henri IV.
 1886. (17 avril) BORDET (Lucien), 181, boulevard Saint-Germain.
 1887. (9 juillet) VALLOT (Joseph), Dir. de l'Obs. du Mont-Blanc, 114, avenue des Champs-Élysées.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1901. (26 janv.) VINCENT, P. Lycée St-Louis, 207, rue de Vaugirard.
 — (14 déc.) BENOIST, P. Lycée Henri IV, 26, rue des Ecoles.
 — (28 déc.) DONGIER, Sous-Direct. de Laboratoire F.S. 87 bis, Grande-Rue, à Bourg-la-Reine (Seine).
 1902. (11 janv.) PONSOT, M.C.F.S., Lille.
 — (13 déc.) MATIGNON, M.C.F.S., 17, boul. Carnot, Bourg-la-Reine.
 1903. (28 fév.) WINTER, 44, rue Sainte-Placide.
 — (14 mars) BERTHELOT (Daniel), P.E.Ph. 3, rue Mazarine.
 — id. DESGREZ, P.A.F.M., 240, rue Saint-Jacques.
 — (12 déc.) DARZENS, Répét. E.P., 22, avenue Ledru-Rollin.
 1904. (23 janv.) CHAUVEAU, Météor. adj. Obs. de Paris, 32, avenue Rapp.
 — (9 avril) HANRIOT, M.M., P.F.M., 4, rue Monsieur-le-Prince.
 — (29 mai) MOUREU, P.E. Ph., 84, boulevard Saint-Germain.
 — id. MAHLER, Ingénieur civil des Mines, 2, rue Decamps.
 1904. (9 juillet) MARAGE, 14, rue Duphot.
 1905. (14 janv.) HALLION, Chef de Lab. C.F., 54, Faub.-Saint-Honoré.
 1905. (11 mars) VALEUR, 142, boulevard Montparnasse.
 — (1^{er} avril) GOUTAL, P. suppl. E. M., 60, boulevard Saint Michel.

- (13 mai) MOUNEYRAT, Prép. F.M., 20, rue Godot-de-Mauroi.
 1906. (13 janv.) MAYER, Chef de trav. (Hautes-Études), 33, rue du
 Faubourg-Poissonnière.
 1906. (24 fév.) JOANNIS, P.F.S., rue des Imbergères, Sceaux.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1905. (13 mai) MATHIAS, P.F.S., 44, allées Lafayette, à Toulouse.
 — (22 juil.) MONPILLARD, 22, boulevard Saint-Marcel.

TROISIÈME SECTION. — SCIENCES NATURELLES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1856. (20 déc.) PRILLIEUX (Ed.), M.I., Sénateur, 14, rue Cambacérès.
 1862. (7 mai) BUREAU (Ed.), P.H.M., M.A.M., 24, quai de Béthune.
 1863. (31 janv.) VAILLANT (L.-L.), P.M., 36, rue Geof.-Saint-Hilaire.
 1871. (9 déc.) DE SEYNES (Jules), P.A.F.M., 15, rue Chanaleilles.
 — (23 déc.) GRANDIDIER (A), M.I., 6, Rond-point des Champs-Élysées.
 — (26 déc.) VAN TIEGHEM (Philippe), M.I., P.M., 22, rue Vauquelin.
 1871. (26 déc.) CHATIN (J.), M.I., P.F.S., 174, boul. Saint-Germain.
 1879. (10 mai) HENNEGUY (Louis-Félix), P.C.F., 9, rue Thénard.
 1883. (26 mai) MOCQUART, A.M.; 4, rue du Banquier.
 1886. (13 fév.) BOUVIER (E.L.), M.I., P.M., 7, boul. Arago.
 1888. (11 fév.) MOROT, A.M., 9, rue du Regard.
 1890. (21 fév.) ROCHÉ (Georges), 4, rue Dante.
 1893. (11 mars) HUA, 254, boulevard Saint-Germain.
 — (10 juin) JOUSSEAUME, 29, rue Gergovie.
 1893. (27 oct.) DE GUERNE, 6, rue de Tournon.
 1894. (17 mars) ROLAND BONAPARTE, M.I., 10, avenue d'Iéna.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1899. (14 janv.) LÉCAILLON, Prép. C.F., 28, rue Berthollet.
 1899. (25 mars) NEUVILLE, Prép. Museum, 55, rue de Buffon.
 1901. (12 janv.) PELLEGRIN, Prép. Museum, 143, rue de Rennes.
 — (18 mai) GUIEYSSE, à Bois-le-Roi, (S.-et-Marne).

1902. (11 janv.) CHAUEAUD, Direct. adj. de Lab. (Hautes-Études)
9, avenue de l'Observatoire.
- (8 fév.) RABAUD, M.C.F.S., 3, rue Vauquelin.
 - (27 juin) LESAGE, Médecin des hôpitaux, 49, rue de Lille.
 - (22 nov.) ANTHONY, Prép. Muséum, 12, rue Chevert.
1903. (28 févr.) COUTIÈRE, P.E.Ph., 12, rue Notre-Dame-des-Champs.
- (11 avril) LANGERON, Prép. F.M., 11, rue Férou.
 - (27 juin) NOÉ, Prép. F.M., 51, boulevard Montparnasse.
1904. (9 janv.) GRANDIDIER (G.), 9, avenue Marceau.
1904. (23 janv.) DE BOISSIEU, 80, avenue d'Iéna.
- (id.) JOUBIN, P.M., 88, boulevard Saint-Germain.
 - (26 mars) GRAVIER, A.M., 55, rue de Buffon.
 - (23 avril) MÈNÉGAUX, A.M., 55, rue de Buffon.
 - (29 mai) MICHEL (Auguste), P. lycée Michelet, 7, rue Nicole.
 - (9 juillet) LAUNOY (L.), Ph., 93, rue Thiers, Le Vésinet (S. et O.).
1905. (28 janv.) CAYEUX, P. suppl. E.M., P.I.A., 6, place Denfert-Rochereau.
1905. (8 juillet) LEMOINE (Paul), Prép. F.S., à la Sorbonne.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1903. (27 juin) L. PETIT, 27 bis, rue d'Elbeuf, Rouen.
- (28 nov.) DEVEZ, Cayenne.
1904. (23 avril) BULL, Prép. à l'Institut MAREV, 1, avenue Malakoff.
- (id.) TUR, Ass. à l'Univ. de Varsovie.
 - (id.) MALARD, Lab. de Zool. marit., St-Vaast-la-Hougue (Manche).
 - (29 mai) MARCEAU, P.E.M. Besançon.
1905. (26 nov.) MAIGNON, Chef des trav. de Physiol., E. Vét., Lyon.
1905. (11 mars) NEVEU-LEMAIRE, P.A. F.M., Lyon.
1905. (15 avril) DIGUET (L.), 16, rue Lacuée.
1906. (24 fév.) OSMAN GALEB BEY, Le Caire (Égypte).
-

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 11 janvier 1907

PRÉSIDENCE DE M. LAISANT.

Il est procédé à l'élection du Bureau de la Société et de la Commission des comptes pour 1907.

Sont élus : MM.

LÉCAILLON, vice-président,
RABAUD, trésorier,
WINTER, secrétaire des séances,
LEBON, vice-secrétaire — ,
COUTIÈRE, secrétaire du Bulletin,
NEUVILLE, vice-secrétaire — ,

La Commission des comptes est constituée par MM. Chauveau, Gravier, Tarry.

M. Laisant, est nommé membre du Conseil en remplacement de M. Lécaillon, nommé vice-président.

M. Laisant, président sortant, adresse ses remerciements à la Société.

Il a, dit-il, la satisfaction d'avoir pour successeur le digne héritier d'un nom illustre, qui est une des gloires de la science française. Il a le plaisir de constater la vitalité persistante de la Société, et la permanence de ses traditions de courtoisie, de solidarité scientifique et d'amitié.

PRÉSIDENCE DE M. BERTHELOT.

En prenant la présidence, M. Berthelot prononce l'allocution suivante :

MESSIEURS,

Je remercie notre éminent président, M. Laisant, des paroles trop aimables par lesquelles il vient de me souhaiter la bienvenue. En prenant cette place où votre confiance m'a fait l'honneur de m'appeler, je suis certain d'être votre interprète fidèle en lui apportant l'expression de notre gratitude, pour les services qu'il a rendus à la Société durant l'année écoulée. M. Laisant, au cours de sa carrière civile et scientifique, déjà longue et si bien remplie, a connu sans doute d'autres assemblées plus agitées que celle-ci : je ne crois pas qu'il en ait vu beaucoup où l'on travaillât à la recherche de la vérité avec une ardeur plus pleine et plus désintéressée. Lui même d'ailleurs nous a toujours

donné l'exemple. Je lisais, il y a quelques mois, le petit livre si original et si pénétrant qu'il consacrait aux méthodes pour initier les jeunes esprits aux mathématiques. Et je ne pouvais m'empêcher d'éprouver un sentiment de respect en songeant que c'est à cette même plume, à qui nous devons de si savantes considérations sur les quaternions, les équipollences ou les fonctions hyperboliques, qu'étaient dues ces remarques si simples et si volontairement humbles sur la meilleure manière d'enseigner l'A, B, C de l'arithmétique ou de la géométrie à des enfants. Un tel exemple de modestie scientifique, de la part d'un maître de son autorité, n'est-il pas pour nous tous une leçon ?

Messieurs, je m'efforcerai de suivre les exemples qui m'ont été donnés par mes prédécesseurs. Ce qui fait l'originalité de la Société Philomathique, ce qui la distingue des autres Sociétés scientifiques telles que les Sociétés de biologie, de chimie, de physique, de mathématiques, etc., c'est qu'elle n'est pas un groupement de spécialités, c'est qu'elle réunit des chercheurs qui s'occupent des études les plus variées.

Et cela est excellent à un double point de vue.

Tout d'abord il est certain que les hommes qui s'y réunissent pour causer familièrement et sans appareil des études spéculatives qui leur sont chères, y nouent en même temps des liens d'amitié personnelle ou tout au moins de bonne confraternité. La Société Philomathique attache à bon droit autant d'importance à la parfaite courtoisie et à la cordialité de ses réunions qu'au sérieux scientifique de ses discussions.

A un point de vue plus abstrait, je crois que le contact mutuel de savants occupés de recherches si différentes ne peut que profiter au développement intellectuel de chacun. Sans doute, à l'époque où nous vivons, le développement des connaissances a imposé la spécialisation, et nul ne peut se targuer d'embrasser l'ensemble des sciences. Il serait déplorable pourtant de laisser s'établir entre elles des cloisons étanches qui n'existent pas dans la nature. Les exemples abondent des secours qu'elles peuvent s'apporter l'une à l'autre et je n'aurais que l'embarras du choix pour montrer que les points de départ des développements les plus féconds d'une science lui ont souvent été fournis par une science voisine.

Quand, trente ans déjà passés, j'étudiais sur les bancs du collège les rudiments de l'électricité, je me souviens de l'importance que prenait dans nos jeunes imaginations la grenouille de Galvani. A la voir ainsi figurée au premier plan dans la découverte du courant électrique, nous nous attendions à la voir jouer plus tard un grand rôle. Et nous étions un peu déçus de ne plus la retrouver. Je crois bien que cette grenouille historique a disparu de la plupart des traités de

physique modernes. Je la regrette pour ma part. A coup sûr quand nous entendons les belles communications de notre collègue. M. Dongier sur les courants alternatifs, nous sommes transportés bien loin de ces modestes origines. Et l'ingénieur qui surveille le turbo-alternateur d'une grande station centrale ne pense guère à la grenouille du savant Italien. Et cependant historiquement ceci est sorti de cela, et c'est un physiologiste, qui en mettant un jour à nu les nerfs lombaires d'une grenouille, a aiguillé la science et la civilisation modernes vers les grandioses applications du courant électrique.

Citerai-je un autre exemple ? S'il est une science un peu délaissée aujourd'hui — bien injustement à mon sens, — c'est la cristallographie. S'il en est une au contraire qui soit populaire, c'est la médecine : l'inventeur de nouveaux serums est le héros du jour. Mais comment oublier que c'est en partant des considérations les plus abstraites sur la symétrie des cristaux que l'esprit de Pasteur fut amené par un admirable enchaînement d'idées à l'étude des maladies ?

Mais, Messieurs, je n'ai pas à prêcher ici des convertis. Je me contente seulement de souhaiter que nous apportions tous à nos séances durant l'année 1907 la même ardeur et la même assiduité que durant l'année 1906.

M. Darzens fait une communication sur les résultats de l'hydrogénation d'acides non saturés par la méthode de MM. Sabatier et Senderens.

M. Goutal expose ses recherches sur les proportions de l'oxyde de carbone dans l'air, et sur la présence très ordinaire de ce gaz dans les fontes et les aciers.

M. Darzens fait remarquer que l'adéhyde formique, corps réducteur très répandu dans la nature, peut être une cause d'erreur dans la recherche de l'oxyde de carbone par réduction de l'acide iodique.

Séance du 26 janvier 1907

PRÉSIDENCE DE M. BERTHELOT

M. le Docteur Marage expose le principe d'un appareil permettant de photographier les vibrations de la voix parlée et chantée, il montre quelques exemples des curieuses photographies obtenues.

M. Moureu fait une communication sur les recherches qu'il a poursuivies, en collaboration avec M. Valeur, dans le but d'établir la constitution chimique et la formule de la spartéine.

M. Darzens fait quelques observations au sujet de cette communication.

PHOTOGRAPHIE RAPIDE DES PRINCIPALES VIBRATIONS DE LA VOIX

Chantée et Parlée ⁽¹⁾

Par le Docteur **M. MARAGE.**

Il peut être utile pour un professeur de chant de faire voir à un élève les fautes qu'il commet. Il faut pouvoir lui prouver immédiatement qu'il ne chante pas en mesure, que sa voix est fausse et qu'elle n'est pas régulière.

Pour cela, j'ai employé la disposition suivante : un microphone et une pile sont mis en communication avec un téléphone. Les mouvements de la plaque vibrante du téléphone sont transmis à un miroir qui reçoit un rayon lumineux : ce rayon, après réflexion, vient impressionner une feuille de papier photographique mobile, qui passe ensuite dans un bain développateur, puis dans un bain fixateur. Un dispositif spécial, employé dans le télégraphe extra-rapide, permet au rayon lumineux de se déplacer dans un plan horizontal de manière à écrire des lignes un peu inclinées sur le grand axe du papier : l'inclinaison des lignes est produite par le déplacement du papier ; chaque ligne correspond à $1/4$ de seconde.

Les trois figures ci-jointes représentent une gamme sur A : l'une mal chantée (fig. 1), l'autre (fig. 2) chantée avec une voix un peu tremblée et un coup de glotte au commencement de quelques notes : la troisième bien chantée (fig. 3).

Les défauts de la première gamme sont les suivants :

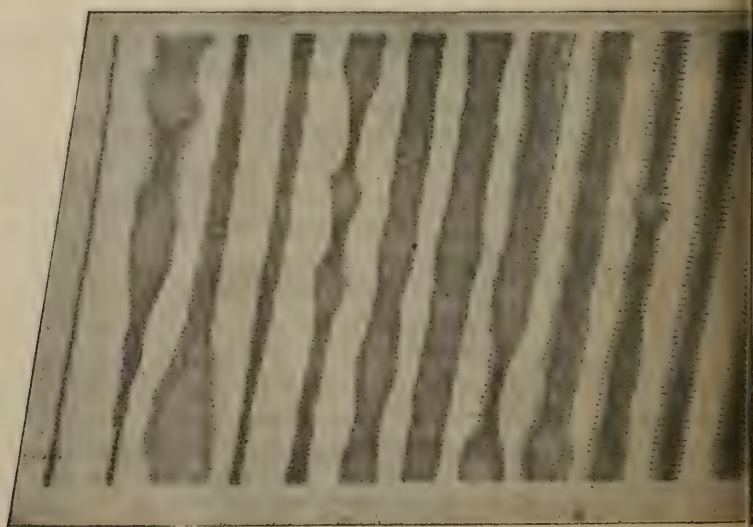
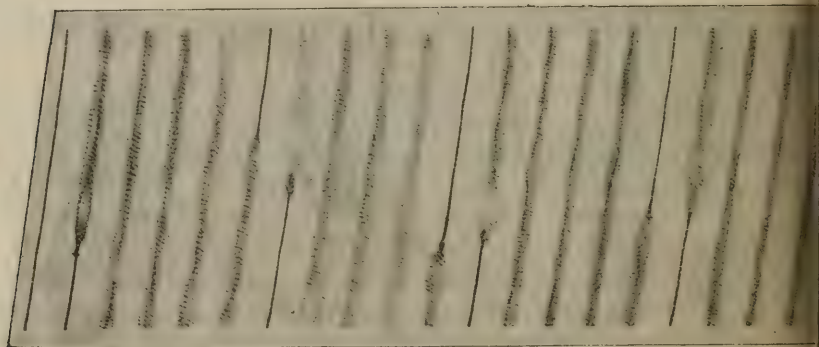
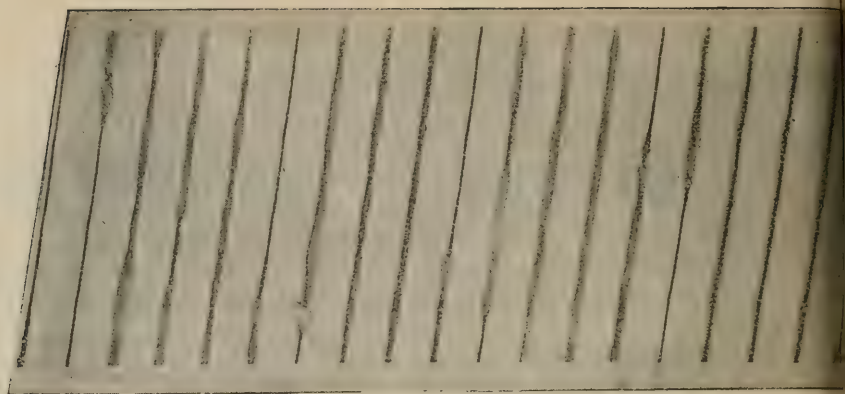
1° L'artiste ne va pas en mesure parce que chaque note n'a pas la même durée, et qu'entre chaque note le temps de repos représenté sur la ligne droite n'est pas constant ;

2° La voix est fausse, parce que, si on compte le nombre de vibrations sur une ligne ($1/4$ de seconde) et qu'on multiplie ce nombre par 4, on ne retrouve pas la note qui devait être chantée ;

3° La voix n'est pas belle parce qu'elle est irrégulière, et tremblée.

La gamme de la figure 2 est mieux chantée, et celle de la figure 3 est presque parfaite.

(1) Société philomathique, 26 janvier 1907.



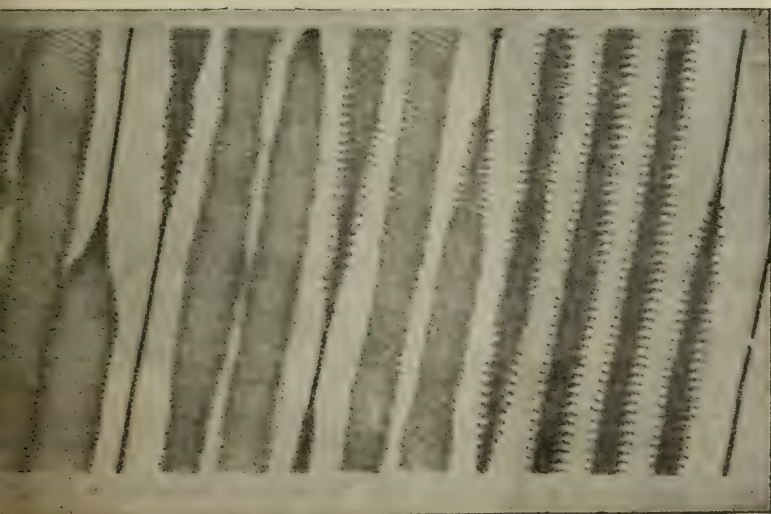


Fig. 4. — Gamme descendante mauvaise sur A
(Echelle, vraie grandeur).

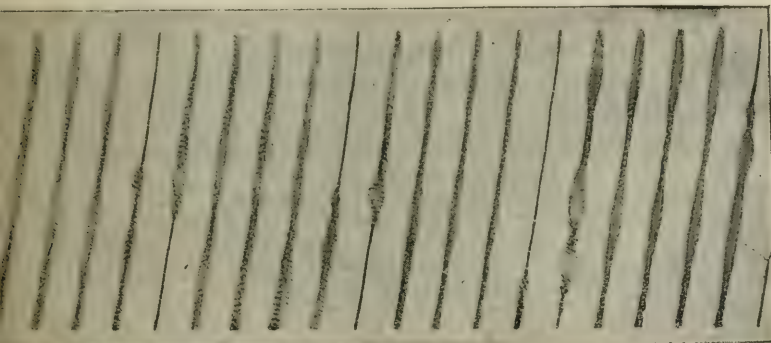


Fig. 2. — Gamme ascendante, en mesure,
juste, mais avec voix tremblée. (Echelle 0,67.)

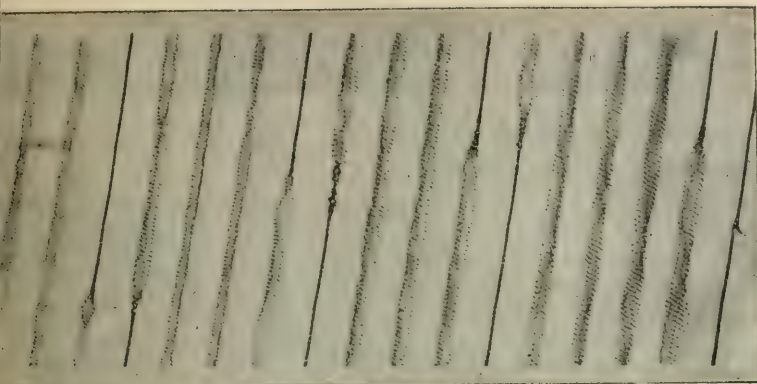
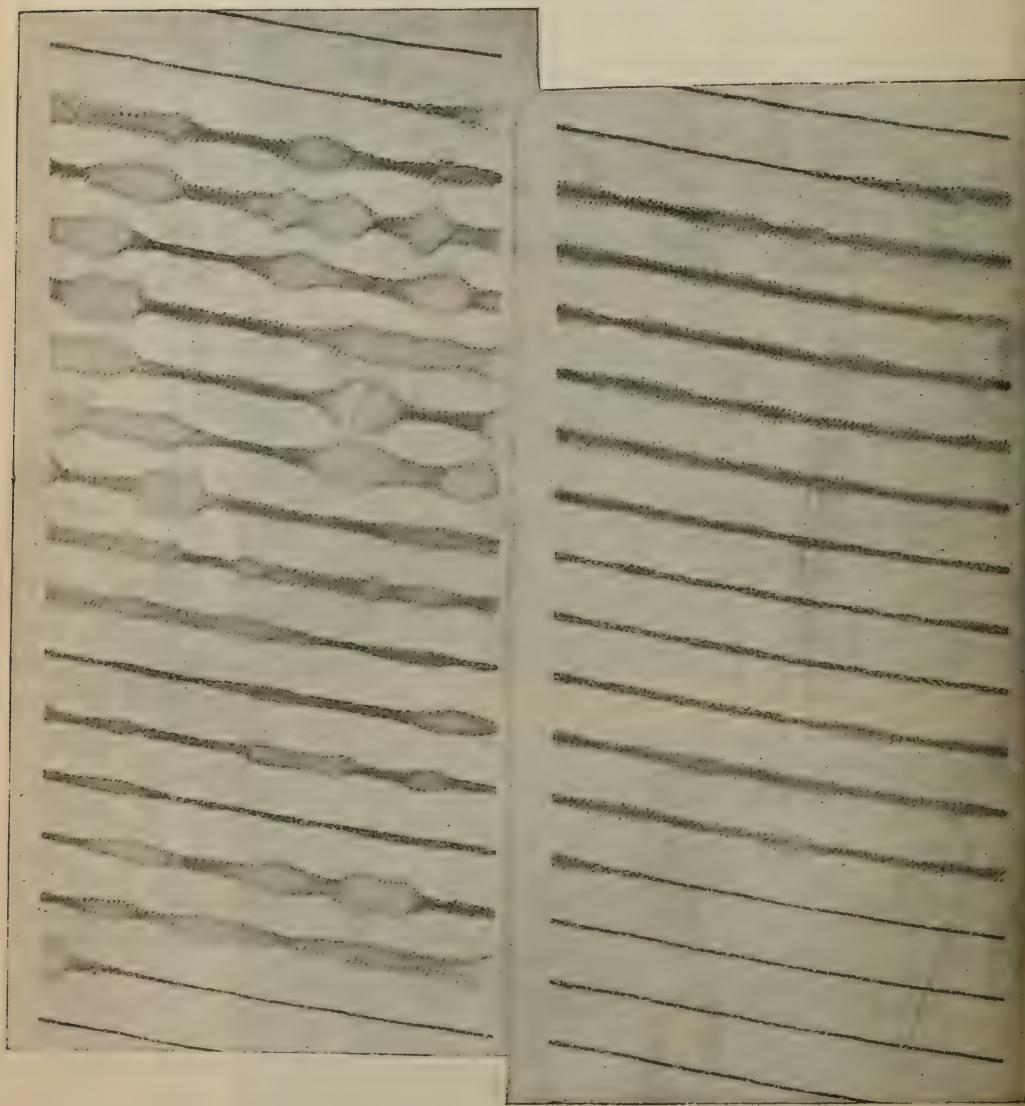


Fig. 3. — Gamme ascendante bonne sur A
(Echelle 0,72).

La figure 4 représente le même exercice bien chanté, à droite, sui-



Méthode française.

Méthode italienne.

Fig. 4. — Même exercice (Echelle, vraie grandeur).

vant la méthode italienne et à gauche, suivant la méthode française.

Le premier tracé, beaucoup plus régulier, indique que *dans ce cas* la méthode italienne a produit une impression plus agréable sur l'oreille ; de plus, elle permet de chanter plus facilement, car cet exercice a duré moins longtemps que l'autre, cette expérience répétée plusieurs fois a toujours donné des résultats analogues.

Ce procédé peut également servir aux professeurs de diction, car on voit facilement la durée de chaque syllabe parlée et la note sur laquelle cette syllabe est émise.

Mais cette méthode est inférieure à celle des flammes manométriques que j'ai employée en 1898, parce qu'elle ne permet pas de dissocier les vibrations et de faire l'analyse complète d'une syllabe ou d'une voyelle.

Telle qu'elle est actuellement, elle peut rendre des services à des chanteurs en leur *faisant voir* immédiatement leurs défauts, ce qui n'est pas possible avec le phonographe.

SUR UNE COLLECTION DE POISSONS

RECUEILLIE

Par M. E. HAUG, à Ngomo (Ogôoué)

Par M. le Docteur Jacques PELLEGRIN

M. le pasteur Ernest Haug a fait à diverses reprises déjà de longs séjours au Gabon et n'a pas manqué d'y rassembler des collections zoologiques qui furent l'objet de plusieurs envois fort intéressants au Muséum d'histoire naturelle(1). C'est ainsi que pour n'en citer qu'un exemple en ce qui concerne les Reptiles et les Batraciens, M. Mocquard (2) a publié ici-même les résultats de ses principales récoltes.

Lors de son dernier séjour à Ngomo, sur l'Ogôoué, M. le pasteur Haug s'est appliqué surtout à recueillir un grand nombre de Poissons et les matériaux ichtyologiques rassemblés par lui et qui seront étudiés ici ne laissent pas d'être fort importants. En effet, des représentants de 18 espèces ont été récoltés, parmi lesquelles 3 sont nouvelles pour la science (3) et plusieurs autres d'une rareté extrême.

Toutes les pêches ont été effectuées dans l'Ogôoué, à Ngomo et aux environs immédiats. Bien que cette localité placée à 90 kilomètres en aval de Lambaréné, au point où le lac Zomanghé se jette dans le fleuve, soit située à plus de 200 kilomètres de la mer et que l'eau y soit *toujours* complètement douce, on est frappé tout d'abord du nombre relativement considérable de formes marines ou saumâtres qui remontent jusque là : *Elops lacerta* C. V., *Syngnathus Kaupi* Bleeker, *Polynemus quadrifilis* C. V., *Corvina nigrila* C. V., *Psettus Sebai* C. V., *Trachynotus goreensis* C. V., *Cynoglossus senegalensis* Kaup, *Eleotris senegalensis*, Steindachner, *Gobius lateristrixa* A. Duméril.

(1) Une petite collection de Poissons envoyée par M. Haug du Bas-Ogôoué a déjà été signalée par moi. Cf. Dr J. PELLEGRIN. Poissons nouveaux ou rares du Congo français. *Bull. Mus. Hist. nat.*, 1901, p. 328.

(2) Mocquard. Sur une collection de Reptiles recueillie par M. Haug, à Lambaréné. *Bull. Soc. Philom.* 8° sér., t. IX, 1896-1897, p. 5. Voir aussi : *Bull. Mus. Hist. nat.* 1902, p. 407.

(3) Des diagnoses de ces espèces nouvelles ont paru dans le *Bulletin du Muséum*, novembre 1906, p. 467-471.

D'ailleurs, en ce qui concerne les Crustacés, M. Coutière (1), a cité un fait du même ordre au sujet d'une espèce nouvelle de la famille marine des Alphéidés, l'*Alpheopsis Haugi* qui provient également de Ngomo, et qui est le « premier exemple certain » d'une forme dulcaquicole chez les Alphéidés.

La présence d'une assez grande quantité d'espèces marines dans l'Ogôoué, aussi loin de l'embouchure est une constatation fort intéressante. C'est un rapport de plus entre ce fleuve africain et ceux qui lui font vis-à-vis de l'autre côté de l'Atlantique, comme l'immense Amazone où les formes marines remontent aussi très loin dans l'intérieur. Quant à ces Poissons marins en dehors de leur habitat ils ne présentent pas par eux-mêmes un très grand intérêt, appartenant, en effet, pour la plupart à des espèces très anciennement connues, et leur distribution géographique étant en général assez vaste.

Il en est tout autrement en ce qui concerne les formes exclusivement dulcaquicoles. La faune ichtyologique des eaux douces du Gabon, en effet, n'est pas décrite depuis bien longtemps et malgré les travaux d'A. Duméril, Günther, Sauvage, Boulenger et moi-même il reste encore bien des découvertes à faire dans ces régions, comme le prouvent les trois espèces nouvelles rapportées par M. Haug ; un Characinidé du genre *Nannocharax*, un Siluridé du genre *Synodontis*, un Cichlidé du genre *Pelmatochromis*.

En outre M. Haug a été assez heureux pour retrouver certaines formes extrêmement curieuses et qui n'étaient connues jusqu'ici que par les types. Il a recueilli notamment, 3 spécimens de l'unique représentant africain de la famille des Nandidés, le *Polycentropsis abbreviata*, type d'un genre nouveau décrit il y a quelques années par M. Boulenger d'après 2 exemplaires du delta du Niger. Cette découverte augmente notablement l'habitat de cette espèce qui offre les affinités les plus remarquables avec des formes se rencontrant dans les eaux douces de l'autre côté de l'Atlantique comme le *Polycentrus Schomburgki* Müller et Tröschel de la Guyane et du Brésil, fait qui avec la distribution géographique d'autres Poissons exclusivement dulcaquicoles comme les Cichlidés, les Characinidés etc. vient s'ajouter aux preuves déjà si nombreuses des relations étroites qui ont uni à une époque géologique relativement peu ancienne l'Amérique méridionale et l'Afrique.

M. Haug a également retrouvé une forme très bizarre de la famille des

(1) COUTIÈRE. Sur une nouvelle espèce d'*Alpheopsis*, A. *Haugi*, provenant d'un lac d'eau douce du bassin de l'Ogôoué (Voyage de M. Haug 1906). *Bull. Mus. Hist. nat.* 1906, p. 376.

Characinidés l'*Hemistichodus Vaillanti* Pellegrin, type d'un genre nouveau dont j'ai donné la description en 1900, d'après un unique spécimen rapporté au Muséum en 1886, par la mission de l'Ouest africain, dirigée par M. Jacques de Brazza, le frère du fondateur de la colonie. Il a recueilli aussi des spécimens de plusieurs espèces de ces régions décrites par moi il y a quelques années le *Barbus Brazzai*, le *Physalia occidentalis*, le *Pelmatochromis nigrofasciatus*.

En ce qui concerne les Cichlidés M. Haug sur mes indications a recherché l'incubation buccale des œufs ou des jeunes par les parents et ses envois permettent de signaler cette pratique curieuse dans deux espèces du genre *Tilapia* où elle n'avait pas encore été observée.

M. Haug, grâce à son séjour de longue durée dans une même localité, a pu rassembler en outre un certain nombre de renseignements sur la biologie de Poissons de plusieurs autres familles. Il m'a aussi fourni pour chaque espèce les noms locaux dans les trois dialectes *galwa* (g.), *nkomi* (nk.) et *pahouin* (p.) qui ne manqueront pas d'être des plus précieux pour ceux qui se proposeront ultérieurement de récolter des Poissons dans cette colonie si riche au point de vue ichtyologique.

Ce sont tous ces documents qui feront l'objet, de ce mémoire. Les espèces seront passées en revue famille par famille avec les noms locaux et les indications sur l'éthologie fournies par M. Haug; j'y joindrai toutes les observations qu'elles comportent au point de vue de l'anatomie et de la systématique.

Elopidæ.

1. ELOPS LACERTA Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire. Nom local : *nyanga* (g.) (nk.).

« En bandes nombreuses au milieu des lacs où ces Poissons sautent en l'air. Chassent de petits Poissons près des rives ».

C'est une forme marine qui remonte assez loin dans les rivières, du Sénégal au Congo.

Mormyridæ

2. MORMYROPS ZANCLIROSTRIS Günther.

Deux exemplaires. Noms locaux : *mpouna* (g.), *mpounè* (nk.). Cette espèce ainsi que les suivantes de la même famille se prend d'après M. Haug « dans les marigots, sous les racines des roseaux. Elle revient au fleuve quand les eaux baissent; elle se plaît dans la vase et meurt rapidement dans l'eau claire. »

C'est une forme à museau prolongé en tube qui n'est connue que du bassin de l'Ogôoué. Une espèce voisine le *Mormyrops Boulengeri* Pellegrin (1) existe dans le bassin du Congo.

3. MORMYROPS NIGRICANS Boulenger.

Mormyrops nigricans BOULENGER, 1899, Ann. Mus. Congo, Zool. I, p. 66, pl. XXII, fig. 2 et 1901, Poiss. Bass. Congo, p. 66.

Mormyrops Vaillanti PELLEGRIN, 1899, Bull. Mus. Paris, p. 358.

Un exemplaire de $280 + 30 = 310$ millimètres de longueur (2).
Nom local : oyogouyogou (g.).

Espèce du Congo dont l'habitat doit être étendu à l'Ogôoué.

4. PETROCEPHALUS BALLAYI Sauvage.

Trois exemplaires de $130 + 30 = 160$, $75 + 17 = 92$, $60 + 14 = 74$ millimètres. Noms locaux : mpouna (g.), mpounè (nk.). Ce Poisson porte comme on le voit le même nom que le *Mormyrops zancloirostris* Günther, malgré de grandes différences morphologiques. Les indigènes ne donnent pas non plus de nom particulier aux espèces suivantes de Mormyridés. Cette forme à laquelle il faut ramener le *Mormyrus amblystoma* Günther, habite l'Ogôoué et le Congo.

5. PETROCEPHALUS SIMUS Sauvage.

Deux exemplaires. Ce Poisson se rencontre dans l'Afrique occidentale depuis la Liberia jusqu'à l'Angola.

6. MARCUSENIUS MARCHEI Sauvage.

Deux exemplaires, de forme un peu plus allongée que dans la figure donnée par Sauvage. Espèce de l'Ogôoué.

7. MARCUSENIUS BRACHYHISTIUS Gill.

Quatre exemplaires. Connu de Sierra-Leone au Congo.

8. GNATHONEMUS MOOREI Günther.

Six exemplaires, d'une longueur comprise entre $120 + 24 = 144$ et $145 + 25 = 170$ millimètres. Plusieurs sont des femelles. L'ovaire est

(1) Bull. Mus. Paris, 1900, p. 349.

(2) Le premier chiffre indique la longueur du corps, le second celui de la nageoire caudale, le troisième la longueur totale.

unique, volumineux, gonflé d'ovules dont les plus gros ont un diamètre de 4 millimètre 5.

Cette espèce est connue depuis le Sud du Cameroun jusqu'au Congo.

Notopteridæ.

9. XENOMYSTUS NIGRI Günther.

Trois exemplaires. Nom local : ogoré (g.) « Dans les marigots. »

L'habitat de cette espèce est fort vaste. On la rencontre dans le Haut-Nil, et dans les fleuves et rivières de la Libéria au Congo.

Clupeidæ.

10. PELLONULA VORAX Günther.

Sept exemplaires de $38 + 9 = 47$ à $92 + 18 = 110$ millimètres. Noms locaux : isiga = osendjele (g.) (nk.) « En bancs dont le défilé dure des heures le long des rives. Se tiennent la nuit dans les marigots. »

Ce Clupe est très répandu du Sénégal au Congo, il joue un rôle important dans l'alimentation des indigènes.

Characinidæ.

11. SARCODACES ODOË Bloch.

Un exemplaire. Nom local : omwèngghè (g.) (nk.) « Près des embouchures des ruisseaux. »

Très commun du Sénégal au Congo, et jusqu'aux lacs Tchad et Ngami.

12. ALESTES MACROPHthalmus Günther.

Un exemplaire. Nom local : ogroundou (g.) (nk.) « Très commun aux abords des villages. »

Espèce connue du Gabon et du bassin du Congo ainsi que des lacs Tanganyika et Moéro.

13. ALESTES LONGIPINNIS Günther.

Quatre exemplaires adultes d'une longueur de $70 + 22 = 92$ à $85 + 23 = 108$ millimètres. Nom local : esagayamba (g.) (nk.) « Plus rare que les autres *Alestes*. »

Les spécimens rapportés par M. Haug justifient au plus haut point leur épithète spécifique : les rayons médians de la dorsale très prolongés, filamenteux font le double ou un peu plus du double de la longueur de la tête et dépassent l'origine de la caudale ; les ventrales sont également très longues et s'étendent fort au-delà de l'origine de l'anale.

La coloration bien conservée mérite d'être notée : le dos est olivâtre, les côtés dorés ou jaunâtres. Il existe sur le pédicule caudal une large bande noire qui se prolonge aussi sur la nageoire. On distingue en outre 5 ou 6 lignes irrégulières étroites qui s'étendent transversalement sur les flancs et forment comme un fin réticule et une petite tache foncée, un peu en arrière de la fente branchiale, environ au niveau de l'œil. La dorsale est violette.

L'espèce se rencontre de Sierra-Leone au Congo.

14. ALESTES TĒNIURUS Günther.

Trois exemplaires, le premier d'une longueur de $105 + 25 = 130$ millimètres est un mâle adulte, le second une femelle adulte, de $110 + 25 = 135$ millimètres, le troisième un jeune de $75 + 22 = 97$ millimètres.

Il existe un dimorphisme sexuel assez accentué chez les adultes.

C'est surtout la forme de la nageoire anale qui permet de distinguer

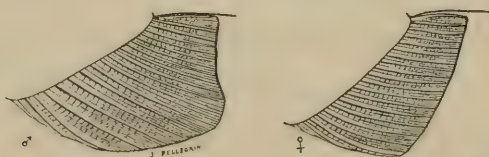


FIG. 1. — Anale chez le mâle et la femelle de *Alestes tenuirus* (gr. nat.).

extérieurement les sexes (fig. 1). Chez la femelle les rayons sont tous coupés carrément si bien que le bord externe est à peu près rectiligne. Chez le mâle les rayons médians de l'anale sont notablement plus longs que les antérieurs et que les postérieurs de sorte que le bord externe de la nageoire forme un angle très marqué. Des faits analogues ont d'ailleurs été déjà signalés par Günther (1) chez les *Petersius*, genre extrêmement voisin des *Alestes*.

(1) *Pr. Zool. Soc. Lond.* 1899, p. 731 pl. XLV, fig. B. Günther s'exprime ainsi à propos du *Petersius occidentalis* Günther, de la Côte de l'Or : « Anal of the mature male with the anterior rays somewhat enlarged, forming a projecting lobe. ». La seule différence c'est que dans ce cas ce sont plutôt les rayons antérieurs que les rayons médians qui sont prolongés.

La coloration est aussi légèrement différente dans les deux sexes.

Chez le mâle la bande longitudinale noire qui donne son nom à l'espèce ne commence pas comme chez la femelle sous le milieu de la dorsale, mais un peu en avant, la teinte générale est un peu plus foncée.

A l'autopsie de la femelle on trouve deux ovaires gonflés, volumineux, nettement séparés, contenant un grand nombre d'ovules d'un diamètre maximum de 1 millimètre 25.

L'espèce habite le Cameroun et le Gabon.

15. ALESTES KINGSLEYE Günther.

Un exemplaire. Nom local : mpava (g.) (nk.) « Très commun aux embouchures des ruisseaux faisant communiquer les marigots avec le fleuve. »

Cette espèce de l'Ogôoué, n'est pas distinguée par les indigènes de la précédente qui porte le même nom.

16. PETERSIUS HILGENDORFI Boulenger.

Petersius Hilgendorfi BOULENGER, 1899, Ann. Mus., Congo, Zool. I, p. 91, pl. XXXVII, fig. 5 et 1901, Poiss. Bass. Congo, p. 168.

Huit exemplaires. Nom local : obaka = ondoga (g.) « Le long des rives. »

A part un jeune de $37 + 8 = 45$ millimètres, tous les autres spéci-

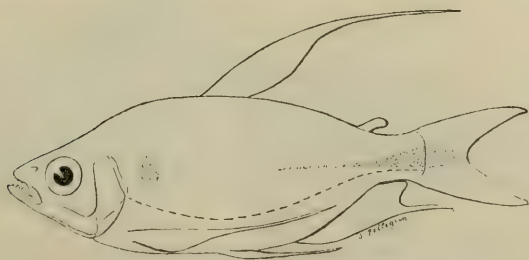


FIG. 2. — Nageoires du *Petersius Hilgendorfi* (gr. nat.).

mens d'une longueur comprise entre $42 + 11 = 53$ et $55 + 15 = 70$ millimètres et qui doivent être des mâles ont certains rayons des nageoires très prolongés, filamenteux et cela à un point souvent beaucoup plus marqué que dans la description donnée par Boulenger.

C'est ainsi que sur plusieurs individus (fig. 2) quelques rayons de la

dorsale, atteignent non seulement le pédicule caudal, mais sont prolongés jusqu'à l'extrémité des rayons médians de cette dernière nageoire. A l'anale le bord externe est non seulement très convexe mais la partie médiane est prolongée en filament. Les ventrales sont filamenteuses et dépassent parfois de beaucoup l'anale, enfin fait beaucoup plus rare chez les Poissons, les pectorales elles-mêmes, peuvent aussi être prolongées en un filament qui atteint l'anale. Il n'y a que les lobes de la caudale qui ne subissent pas de modifications.

Une autre particularité intéressante mérite d'être signalée : chez l'un des spécimens de cette jolie petite espèce se trouvent dans la cavité bucco-branchiale quelques œufs relativement volumineux d'un diamètre de 1 millimètre 75. S'agit-il d'un fait d'incubation buccale comme il en sera relaté plus loin à propos, des *Tilapia*, est-ce tout simplement un aliment que l'Animal était en train d'avaler ? La question est difficile à résoudre. Bien des Poissons sont très friands du frai des autres espèces et même comme notre Truite indigène de leur propre espèce, d'autre part l'incubation buccale n'est pas rare dans les régions tropicales chez plusieurs formes carnassières des familles des Cichlidés, des Siluridés. Il faut reconnaître toutefois qu'aucun cas analogue n'a encore été signalé, que je sache, dans la famille des Characinidés.

Le *Petersius Hilgendorfi* Boulenger a été décrit primitivement du bassin du Congo, mais son habitat doit être étendu à celui de l'Ogôoué.

17. HEMISTICHODUS VAILLANTI Pellegrin.

(Pl. I fig. 1) (1).

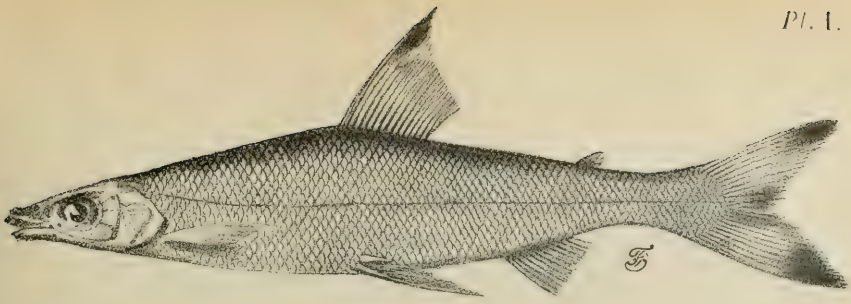
Hemistichodus Vaillanti PELLEGRIN, 1900, Bull. Mus. Hist. nat., p. 352.

Trois exemplaires de $36 + 8 = 44$, $57 + 13 = 70$, $59 + 15 = 74$ millimètres.

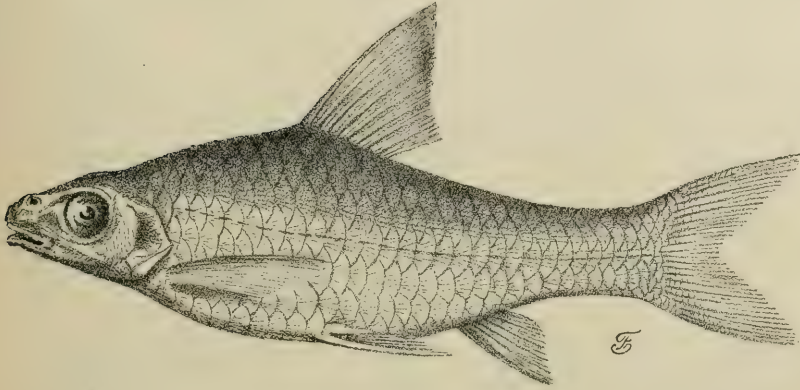
D'après M. Haug, l'espèce qu'on capture le long des rives est très rare et la preuve c'est que le nom indigène lui est inconnu.

Ce genre curieux n'était connu jusqu'ici que par le type mesurant 110 millimètres, provenant d'Adouma sur l'Ogôoué et rapporté par la mission de l'Ouest africain en 1886. Les spécimens récoltés par M. Haug, parmi lesquels se trouve un jeune, permettent de compléter ainsi la diagnose primitive.

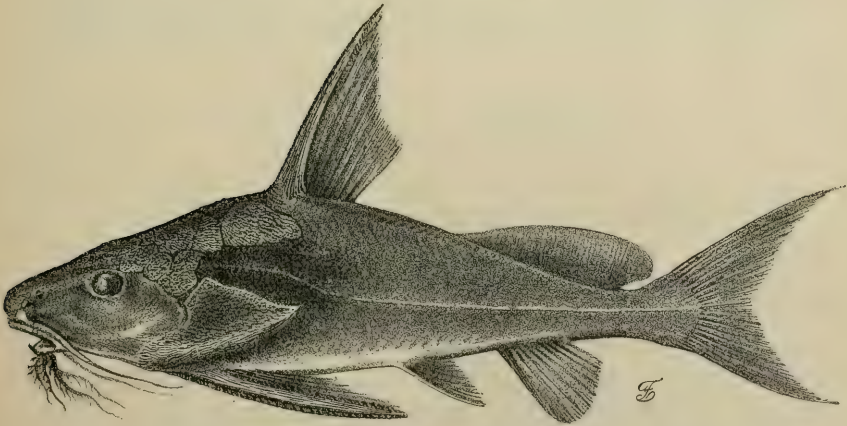
(1) Le Poisson figuré ici grandeur naturelle est le type.



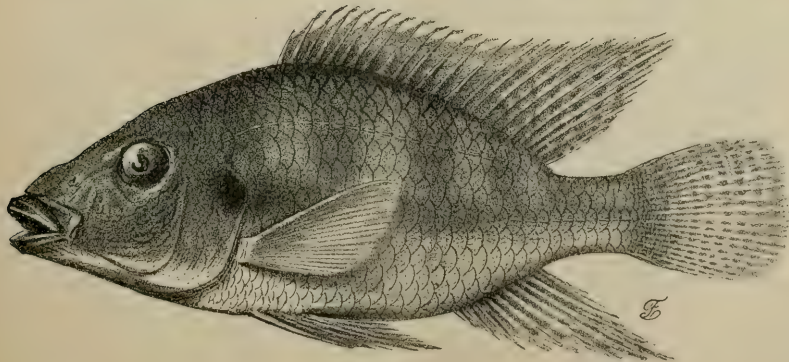
1.



2.



3.



4.

La hauteur du corps est contenue 4 fois $1/4$ à 5 fois $1/4$ dans la longueur sans la caudale, la longueur de la tête 3 fois $2/3$ à 4 fois $1/4$. Le diamètre de l'œil est compris 3 fois $1/2$ à 4 fois dans la longueur de la tête, 1 fois à 1 fois $1/4$ dans l'espace interorbitaire. On compte 6 ou 7 écailles entre la ligne latérale et la ventrale.

La coloration est la même chez le jeune que chez les adultes.

D. 13-15; A. 11-12; Ec. 70-78 $\frac{9-10}{11}$.

L'espèce n'atteint jamais une grande taille, le spécimen de 70 millimètres est une femelle à ovaires gonflés d'ovules d'un diamètre ne dépassant pas ordinairement un demi-millimètre.

18. NANNETHIOPS UNITENIATUS Günther.

Deux exemplaires. Nom local : nkozo (g.) (nk.). « Aux eaux moyennes et hautes, en bancs serrés, vers le soir, le long des rives. »

Espèce découverte au Gabon et connue maintenant de la Côte de l'Or au bassin du Congo et suivant Boulenger jusqu'au Nil blanc.

19. NANNOCHARAX PARVUS Pellegrin.

Nannocharax parvus PELLEGRIN 1906, Bull. Mus. Hist. nat., p. 469.

La hauteur du corps est contenue 3 fois $3/4$ à 4 fois $1/4$ dans la longueur sans la caudale; la longueur de la tête 3 fois $2/3$ à 4 fois. La tête est plus haute que large; le museau un peu plus court que l'œil dont le diamètre, supérieur à l'espace interorbitaire, est compris 3 fois environ dans la longueur de la tête. La bouche est presque terminale; les dents sont peu nombreuses, bicuspidées. Les ouïes sont libres sur les côtés seulement. La ligne latérale complète, à tubes droits, suit le milieu du corps. On compte 38 à 40 écailles, à bord libre fortement cilié, en ligne longitudinale $\frac{4}{6} \frac{1/2}{1/2}$ en ligne transversale, 4 entre ligne latérale et la base de la ventrale. La dorsale, à 13 ou 14 rayons dont 10 ou 11 branchus, commence au-dessus de la base de la ventrale, elle est plus rapprochée de l'origine de la caudale que du bout du museau; sa plus grande hauteur en avant atteint environ la longueur de la tête. L'adipose est très petite. L'anale, à 11 ou 12

rayons dont 8 ou 9 branchus, est beaucoup plus rapprochée de l'origine de la caudale que de la base de la ventrale. La pectorale pointue fait les $\frac{2}{3}$ de la longueur de la tête et n'atteint pas la racine de la ventrale; cette dernière arrive à l'anus. Le pédicule caudal est un peu plus long que haut; la caudale est fourchue.

La coloration est brun olivâtre au-dessus, blanc jaunâtre au-dessous. Une bande noire s'étend longitudinalement depuis le bout du museau jusqu'aux rayons médians de la caudale. Les nageoires sont grisâtres, parfois légèrement noirâtres,

D. 13-14; A. 11-12; E. 38-40 $\frac{4 \frac{1}{2}}{6 \frac{1}{2}}$.

N° 06-194. Coll. Mus. — Ngomo (Ogôoué) : M. E. Haug. (1)

5 exemplaires. Longueur : $36 + 6 = 42$ mm., $34 + 6 = 40$ mm., $34 + 6 = 40$ mm., $32 + 5 = 37$ mm., $32 + 5 = 37$ millimètres.

Cette petite espèce qui vient s'ajouter aux sept déjà connues du genre *Nannocharax* se rapproche de *N. brevis* Boulenger (2) de l'Oubanghi dont elle diffère principalement par la pectorale plus courte et par la coloration qui présente une grande analogie avec celle du *Nannæthiops unitæniatus* Günther.

D'après M. Haug ces petits Poissons portent le nom local d'onoungou (g.) ; ils se rencontrent « aux eaux moyennes et hautes, en bancs serrés, vers le soir, le long des rives. »

20. XENOCARAX SPILULUS Günther.

Un exemplaire. Noms locaux : ishogo (g.) (nk.) efwenyi (p.) « Très commun aux embouchures des ruisseaux faisant communiquer les marigots avec le fleuve. »

Cette espèce est très répandue du Cameroun au Congo.

Cyprinidæ.

21. LABEO MACROSTOMA Boulenger.

Cinq exemplaires de $58 + 16 = 74$ à $68 + 17 = 85$ millimètres. Noms locaux : oroungou (g.), otoungou (nk.). « Eaux profondes, sur les roches, rares. »

(1) Un spécimen de $25 + 4 = 29$ millimètres appartenant également à cette espèce avait été déjà rapporté en 1892 de Banghi (Oubanghi) par M. J. Dybowski et était passé inaperçu au milieu de *Nannæthiops unitæniatus* Günther.

(2) *Ann. Mus. Congo, Zool.* II (2). 1902, p. 27, pl. VIII, fig. 2.

Je rapporte à cette espèce ces petits spécimens car c'est de cette forme qu'ils se rapprochent le plus mais étant données leurs faibles dimensions cette détermination n'est peut-être pas d'une certitude absolue. L'un des types de l'espèce provenant de Matadi (Bas-Congo) ne mesure pas moins, en effet, de 59 centimètres.

22. BARBUS BRAZZAI Pellegrin.

(Pl. I. fig. 2) (1).

Barbus Brazzae PELLEGRIN 1901, Bull. Mus. Hist. nat. p 330 ; BOULENGER 1902, Ann. Mus. Congo. Zool. II. (2) p 31.

Un exemplaire de $58 + 21 = 79$ millimètres. Noms locaux ndjoulou (g.) (nk.), ndze mengouwa (p.)

Cette espèce a été décrite d'après un seul spécimen de 110 millimètres provenant de Mobaka sur la Sanga et dû à la mission de l'Ouest africain dirigée par M. J. de Brazza. Elle est surtout remarquable par l'absence de barbillons. Sur le spécimen rapporté par M. Haug il existe, à vrai dire, de chaque côté un vestige, à peine perceptible d'ailleurs, de la paire postérieure, mais l'individu se rapproche trop du type par l'ensemble de ses autres caractères pour qu'il me semble possible de l'en séparer.

$$D. 11 ; \quad A. 8 ; \quad Ec. 26 \frac{3^{1/2}}{3^{1/2}}$$

23. BARILIUS KINGSLEYÆ Boulenger.

Opsaridium fasciatum VAILLANT 1886 (nom. nudum), Revue Scientifique 3e sér. XII. p. 18.

Barilius bibie (nec JOANNIS 1835) GÜNTHER 1896, Ann. Mag. Nat. Hist. (6) XVII, p. 277, pl. XV, fig. C.

Barilius Kingsleyæ BOULENGER 1899, Ann. Mus. Congo, Zool. I. p. 103 et 1901 Poiss. Bass. Congo. p. 233.

Quatre exemplaires de $95 + 20 = 115$ mm., $90 + 20 = 110$ mm., $40 + 12 = 52$ mm., $21 + 7 = 28$ millimètres. Nom local : ôyôyô (g.) (nk.) « Le long des rives »

(1) Le Poisson figuré ici grandeur naturelle est le type.

Chez l'alevin de 28 millimètres de longueur, le museau est plus court que l'œil, les 14 ou 15 barres verticales du corps non encore visibles, mais la tache noire de la base de la caudale est déjà fort nette.

L'espèce qui atteint une quinzaine de centimètres est connue du Cameroun au Congo.

Siluridæ.

24. CLARIAS ANGOLENSIS Steindachner.

Un exemplaire de $290 + 40 = 330$ millimètres. Noms locaux : nyozî (g.) (nk.), ntoumouli (p.) « Ces Poissons montent sur les berges, en rangs serrés, surtout de nuit, quand le début de la crue coïncide avec une averse, et vont se jeter dans les marigots. »

On sait, d'après d'assez nombreuses observations faites aussi bien en Afrique qu'aux Indes que les *Clarias* sont de véritables amphibiens et qu'ils peuvent, grâce à l'appareil arborescent qui surmonte leurs branchies, demeurer à terre très longtemps.

D'après M. Haug un gros *Clarias* voisin de celui rapporté par lui émigre par centaines d'individus qui, au dire des indigènes, font alors à terre dans la nuit un bruit comparable à celui d'un troupeau de Bœufs en marche.

Le *Clarias angolensis* Steind. décrit d'abord de l'Angola remonte au Nord jusqu'au Niger.

25. EUTROPIUS GRENFELLI Boulenger

Un exemplaire de $160 + 40 = 200$ millimètres. Noms locaux : oyara (g.) omwara (nk.) « Très commun aux eaux moyennes. »

L'espèce avait été signalée jusqu'ici au Congo et au Tchad.

26. PHYSAILIA OCCIDENTALIS Pellegrin.

Ailia occidentalis PELLEGRIN 1901 Bull. Mus. Hist. nat. p. 331

Deux exemplaires de $60 + 12 = 72$ mm., et $50 + 12 = 62$ millimètres. Nom local : ebiolo « En bancs serrés pendant les crues, pressés contre les rives. Confondus avec les jeunes de l'*Eutropius*. »

Cette espèce n'était connue que par un spécimen de 85 millimètres, provenant du Cap Lopez et dû à M. Boisaillaume.

Elle se distingue des deux autres espèces du genre par la moindre longueur de son anale qui ne comprend que 57 à 61 rayons, au lieu de 65-72 chez *Physalia pellucida* Boulenger ⁽¹⁾ du Ht. Nil, et de 69-72 chez *Physalia somalensis* Vinciguerra ⁽²⁾ de Ganana.

Le caractère des denticulations de la pectorale est assez variable, difficile à observer et ne saurait, semble-t-il, être pris en très importante considération.

27. CHRYSICHTHYS KINGSLEYÆ Günther.

Unexemplaire de $175 + 52 = 227$ millimètres. Noms locaux : nkémbe (g.) (nk.) nkeme (p.) « Dans les creux des rochers et des troncs immergés. Creusent quelquefois, en bandes de 5 à 10, les berges argileuses pour s'y loger. »

Ce Poisson n'est connu que de l'Ogôoué.

28. SYNODONTIS HAUGI Pellegrin.

(Pl. I. fig. 3)

Synodontis Haugi PELLEGRIN, 1906. Bull. Mus. Hist. nat. p. 470.

La hauteur du corps est contenue 3 fois $\frac{3}{4}$ dans la longueur sans la caudale ; la longueur de la tête 3 fois $\frac{1}{2}$. Le museau obtus, régulièrement arrondi fait la moitié de la longueur de la tête. L'œil est supérieur, son diamètre est compris 5 fois $\frac{1}{2}$ dans la longueur de la tête, un peu plus de deux fois dans l'espace interorbitaire qui est très légèrement convexe. La bouche a les lèvres assez développées ; les commissures labiales sont épaisses, fortement papilleuses. Les barbillons maxillaires simples, non membraneux s'étendent très peu au delà de l'origine de la pectorale ; les mandibulaires externes portant 7 ou 8 filaments unisériés, se terminent au niveau de l'origine de la pectorale ; les mandibulaires internes portant 5 ou 6 paires de filaments rameux, robustes, atteignent seulement le niveau du centre de l'orbite. Les

(1) Ann. Mag. Nat. Hist. 1901 (7) VIII, p. 445.

(2) Ann. Mus. Genova 1897, (2) XVIII, p. 346.

dents intermaxillaires forment une plaque courbe transversale. Les dents mandibulaires principales, très petites, crochues, mesurant moins de la moitié du diamètre de l'œil sont au nombre de 50. On ne distingue pas de dents mandibulaires postérieures. La fente operculaire ne s'étend pas au-dessous de la base de la nageoire pectorale. Le prolongement nuchal est obtusément relevé en toit en arrière, couvert de fines granulations et vermiculations anastomosées ; les pointes latéro-postérieures triangulaires, à sommet arrondi, dépassent très peu le bord postérieur de l'épine de la dorsale. Le prolongement huméral caréné, est triangulaire, élevé, sa hauteur faisant la moitié de sa longueur ; son angle postérieur aigu se termine légèrement au delà de la pointe latérale du prolongement nuchal. La peau est recouverte de villosités bien marquées sur les flancs antérieurement. La dorsale a 7 rayons branchus ; son épine, un peu moins longue que la tête, est striée sur les côtés, granuleuse antérieurement et porte en arrière une trentaine de petites denticulations réclinées. La dorsale adipeuse séparée de la première dorsale par un espace égal à la base de celle-ci est près de deux fois plus longue ; sa hauteur est le quart de celle du corps. L'anale a 41 rayons dont 8 branchus. L'épine de la pectorale égale environ l'épine de la dorsale mais est plus robuste, elle porte une quarantaine de petites dents sur son bord antérieur ; en arrière on compte environ 30 dents plus fortes, réclinées. La ventrale n'atteint pas l'anale. La caudale est médiocrement fourchue, l'angle supérieur dépassant légèrement l'inférieur. La coloration est uniformément chocolat, sans trace d'aucune tache.

D. 17 ; A III 8 ; P. 19 ; V. 16.

N° 06-209. Coll. Mus. — Ngomo (Ogôoué) : M. Haug.
Longueur $210 + 60 = 270$ millimètres.

Cette espèce que je me fais un plaisir de dédier à M. Haug est extrêmement voisine de *Synodontis polyodon* Vaillant (1) des mêmes régions. Elle s'en sépare toutefois par le moindre nombre des dents mandibulaires (50 au lieu d'au moins 75) (2) caractère qui aux yeux de la plupart des ichtyologistes, n'est pas sans valeur. (3) Elle pré-

(1) *Bull. Soc. Philom.* Paris, 1895, p. 48 et *N. Arch. Mus.* 3^e sér. t. VIII 1896, p. 427, pl. XI. fig. 1, 1', 1b.

(2) La taille des deux exemplaires types de *S. polyodon* provenant d'Adouma (Ogôoué) et dûs à la mission de l'Ouest africain est respectivement de $175 + 48 = 223$ millimètres et de $124 + 41 = 165$ millimètres.

(3) « D'accord avec Vaillant et G. Pfeiffer, écrit M. BOULENGER (Poiss. Bass. Congo. 1901, p. 303), j'attache grande importance au nombre et à la grandeur des dents mandibulaires antérieures grêles et mobiles. »

seute également quelques affinités avec *S. melanopterus* Boulenger (1) du delta du Niger.

D'après M. Haug ce Synodonte porte le nom d'ikogo (g.) (nk.), « il fait entendre au fond de l'eau un son semblable à un grognement ».

Beaucoup d'auteurs ont signalé déjà chez les Synodontes l'émission de sons paraissant produits par l'action des muscles qui entourent la vessie natatoire compressible à volonté et par le grincement des épines de la dorsale et des pectorales.

Cyprinodontidæ.

29 HAPLOCHILUS SPILAUCHEN A. Duméril.

Un exemplaire de $40 + 10 = 50$ millimètres. Nom local obongo (g.).
« En petites bandes, à la surface, près des rives, en toute saison. »

Cette minuscule espèce est commune du Sénégal au Congo.

Syngnathidæ.

30. SYNGNATHUS KAUPI Bleeker.

Trois exemplaires de 100, 79 et 74 millimètres de longueur totale.
Nom local : nghènè (g.) « Près des rives vaseuses. »

C'est une espèce marine des côtes de Guinée.

Polynemidæ.

31. POLYNEMUS QUADRIFILIS Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire. Noms locaux : ntsèna (g.) (nk.), ntsina (p.) « Très fréquent dans tout le bassin de l'Ogôoué. »

C'est une espèce marine répandue de l'embouchure du Sénégal à celle du Congo qui remonte plus ou moins haut dans les rivières à la façon de certains Muges.

(1) *Pr. Zool. Soc. Lond.* 1902, p. 327, pl. XXIX, fig. 1.

Anabantidæ.**32. ANABAS NIGROPANNOSUS Reichenow.**

Quatre exemplaires de $90 + 24 = 114$ à $130 + 38 = 168$ millimètres. Nom local : konyenda. « Surtout dans les ruisseaux et marigots. »

Ce Poisson est répandu au Gabon, dans l'Ogôoué et jusqu'au Bas-Congo.

33. ANABAS KINGSLEYÆ Günther.

Deux exemplaires de $135 + 35 = 170$ mm., et $195 + 50 = 245$ millimètres. Nom local : nyenda (g.) (nk.) « Surtout dans le fleuve »

Il y a lieu d'insister sur la taille tout à fait remarquable près de 25 centimètres, d'un de ces spécimens, qui paraît être le plus gros qu'on ait signalé jusqu'ici dans l'espèce. Boulenger (1) indique, en effet, comme longueur totale pour celle-ci 165 millimètres.

Cet *Anabas* habite depuis la Sénégalie jusqu'au Congo.

Nandidæ.**34. POLYCENTROPSIS ABBREVIATA Boulenger.**

Polycentropsis abbreviata Boulenger, 1901, Pr. Zool. Soc. Lond. p. 8, pl. III, fig. 2,2 a.

Trois exemplaires de $39 + 11 = 50$ mm, $58 + 12 = 70$ mm., $60 + 14 = 74$ millimètres. Nom local : èbòkò z'aghèma (g.) (nk.) (en mot à mot : hanche ou bassin du peuple des Singes.) « D'après les indigènes le plus vieux de tous les Poissons. Dans les ruisseaux herbeux, rare partout. »

La découverte à Ngomo dans l'Ogôoué de trois spécimens de ce genre curieux, unique représentant en Afrique, de la famille des Nandidés (2) est des plus intéressants.

Les deux exemplaires types, du delta du Niger, mesuraient 68 millimètres. Ceux rapportés par M. Haug se rapportent très exactement

(1) Poiss. Bass. Congo. 1901, p. 376.

(2) Les Nandidés sont de petits Poissons carnivores perciformes habitant les eaux douces de l'Inde et du Sud-Est de l'Asie, ainsi que celles de l'Amérique méridionale. Jusqu'à ces dernières années on ne connaissait que les genres asiatiques *Nandus*, *Catopra* et *Badis* et les genres américains *Polycentrus* et *Monocirrus*.

à la description donnée par M. Boulenger, ainsi qu'on peut s'en rendre compte par la comparaison des formules.

Spécimens typiques : D. XV-XVI 11; A. X 9; Sq. 32-35 $\frac{4}{17}$; Br. 10.

Spécimens de M. Haug : D. XV-XVI 9-10; A. IX 8-9; Sq. 31-33 $\frac{4}{18-19}$; Br. 10-11.

Sciænidæ.

35. CORVINA NIGRITA Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire. Noms locaux : mongo (g.) mpogozandamina (nk.) « Près des embouchures des ruisseaux. »

C'est une forme marine, décrite d'abord du Sénégal, qui entre dans les rivières ainsi que plusieurs espèces du genre.

Scorpididæ.

36. PSETTUS SEBAI Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire. Noms locaux : ighenghe (g.) (nk.) avanga (p.) « Charge avec avidité les *Pellonula*. »

C'est encore une forme marine comme la précédente qui remonte les rivières du Sénégal au Congo.

Cichlidæ.

37. HEMICHROMIS FASCIATUS Peters.

Un exemplaire. Noms locaux : orindi (g.) (nk.) eso (p.) « Commun partout. »

C'est une espèce des plus répandues dans les cours d'eau de l'Ouest-africain du Sénégal au Congo et au Chari.

38. HEMICHROMIS BIMACULATUS Gill.

Sept exemplaires. Nom local : eworo (g.) (nk.) « Pendant toute l'année, commun partout. »

Ce Poisson a une distribution géographique des plus vastes; il habite le nord de l'Afrique au sud de l'Atlas, le Tchad et le Nil et toute l'Afrique occidentale.

39, PELMATOCHROMIS REGANI Pellegrin.

(Pl. I. fig. 4).

Pelmatochromis Regani PELLEGRIN 1906, Bull. Mus. Hist. nat. p. 471.

La hauteur du corps égale environ à la longueur de la tête est contenue 2 fois $\frac{2}{3}$ dans la longueur sans la caudale. Le profil du museau descend en ligne droite, sa longueur fait un peu plus de 2 fois le diamètre de l'œil qui est contenu 4 fois $\frac{1}{2}$ dans la longueur de la tête, 1 fois $\frac{1}{3}$ dans l'espace interorbitaire. Le maxillaire s'étend légèrement au delà de la verticale abaissée de la narine. Les dents sont en 6 ou 7 séries à chaque mâchoire, la série externe largement séparée des séries internes est composée de dents beaucoup plus volumineuses à pointe brune, à peine dirigées vers l'extérieur sur les côtés de la mandibule. On compte 4 rangées d'écaillés sur la joue; les écaillés operculaires sont volumineuses. Les branchiospines courtes, élargies, à bord supérieur frangé, sont au nombre de 14 à la base du 1^{er} arc branchial. Les écaillés ne sont pas denticulées. La ligne latérale supérieure est limitée à la portion caudale. On compte 28 écaillés en ligne longitudinale $\frac{3 \frac{1}{2}}{10}$ en ligne transversale. La nageoire dorsale se compose de 14 épines et de 11 rayons mous, les épines sont inégales, la dernière fait le $\frac{1}{3}$ de la longueur de la tête. L'anale est composée de 3 épines croissantes et de 7 rayons mous prolongés en pointe comme ceux de la dorsale. La pectorale qui n'arrive pas à l'anale est arrondie et fait les $\frac{2}{3}$ environ de la longueur de la tête. La ventrale pointue dépasse l'anus. Le pédicule caudal est à peine plus haut que long. La caudale est arrondie.

La coloration est brun olivâtre au-dessus et sur les côtés, avec des traces de 5 à 6 fasciatures sombres, violacée et jaunâtre au-dessous. Il existe une large tache noire operculaire. Les nageoires impaires sont grisâtres, avec des séries de petites taches claires sur la dorsale molle et surtout sur la caudale. Il n'existe pas de points noirs sur la membrane interépineuse de la dorsale.

D. XIV 11; A III 7; P. 15; Ec. 28 $\frac{3 \frac{1}{2}}{10}$; L. lat. $\frac{19}{10}$.

N° 06-229. Coll. Mus. - Ngomo (Ogôdôué) : Haug.

Longueur: $130 + 35 = 165$ millimètres.

Cette espèce que je dédie bien volontiers à M. Tate Regan, du British Museum de Londres, qui a publié récemment une révision des Cichlidés américains, se rapproche surtout de *Pelmatochromis Guentheri* Sauvage de la Côte de l'Or et de *P. Pellegrini* Boulenger (1) du delta du Niger. Elle s'en distingue principalement par ses séries de dents plus nombreuses aux deux mâchoires (6-7 au lieu 2-3) et par une rangée d'écaillés de plus entre la ligne latérale supérieure et l'origine de la dorsale.

D'après M. Haug ce Poisson porte les noms locaux de nkondo mbovolia (g.) (nk.) = nkorè (g.), engwala (p.), il est relativement rare et sa présence n'est constatée seulement qu'en septembre-octobre.

40. PELMATOCHROMIS NIGROFASCIATUS Pellegrin.

Paratilapia nigrofasciata PELLEGRIN 1900, Bull. Mus. Par. p. 353 et BOULENGER 1901. Poiss. Bass. Congo. p. 421.

Pelmatochromis Batesii BOULENGER 1901, Ann. Mag. N. H. (7) VIII, p. 114.

Pelmatochromis nigrofasciatus Pellegrin 1904 Mem. Soc. Zool. Fr. 1903, XVI p. 280, pl. VI, fig. 2.

Un exemplaire de $65 + 20 = 85$ millimètres. Nom local : ndianga (g). « Pendant toute l'année, commun partout. »

Cette espèce a été décrite d'après deux spécimens de 90 et 75 millimètres provenant de Nganchou et rapportés par la mission de l'Ouest africain.

Les types de *Pelmatochromis Batesi* Boulenger proviennent de la rivière San Bénito.

Chez le spécimen recueilli par M. Haug la dernière épine de la dorsale fait presque la moitié de la longueur de la tête.

Voici les nombres relevés sur cet individu :

D. XIV 10 ; A. III 8 ; Éc. $28 \frac{3}{12}$; Br. 11.

41. TILAPIA FLAVOMAGINATA Boulenger.

Quatre exemplaires adultes de $180 + 43 = 225$ mm., $183 + 45 = 230$ mm., $200 + 40 = 240$ mm., $210 + 50 = 260$ millimètres. Nom local : ntsevi (g). M. Haug fournit sur ces Poissons les renseignements suivants qui s'appliquent également au *T. melanopleura* A. Dum. : « Se rencon-

(1) Pr. Zool. Soc. Lond. 1902, p. 328, pl. XXIX, fig. 2.

trent rarement aux hautes eaux (octobre-décembre, mars-mai). Très communs aux basses eaux (surtout juillet-septembre), pendant la saison sèche. Il sont alors l'objet d'une pêche très importante à l'épervier et à la senne. Ils se tiennent de préférence sur les fonds de sable ou d'argile de 20 à 60 centimètres. Ils creusent des excavations de 30 centimètres à 1 mètre de diamètre et de 10 à 30 centimètres de profondeur.



FIG. 3. — OEufs de *Tilapia flavo-marginata* (gr. deux fois).

OEufs en août, jeunes dans la bouche de l'adulte au commencement d'octobre. »

Parmi les spécimens recueillis par M. Haug, celui de 230 millimètres est particulièrement intéressant. La gueule est remplie d'œufs jaunes, de forme ovoïde, relativement volumineux (fig. 3). Leur grand diamètre mesure 3 millimètres 5 à 4 millimètres, leur petit diamètre de 2 mm. 5 à 3 millimètres. (1)

Leur nombre est d'une centaine. Ils remplissent complètement la cavité bucco-branchiale à la partie supérieure de laquelle ils sont marqué une empreinte très nette. Le plancher inférieur de la bouche est distendu par eux et forme une saillie notable, visible à l'extérieur (fig. 4.) Les œufs sont retenus en bas et en arrière par les branchiospines qui les empêchent de s'engager entre les lamelles branchiales. Antérieurement une disposition anatomique des plus curieuses et déjà signalée par moi à propos du *Pelmatochromis lateralis* Boulenger (2) des mêmes régions les empêche de faire issue au dehors ; en effet, il existe aux deux mâchoires une membrane que l'on peut nommer *ovigère*, qui s'étend transversalement en arrière de la surface alvéolaire. A la mâchoire supérieure la partie médiane de cette membrane n'a pas moins de 4 millimètres de hauteur, elle ne mesure que 2 millimètres à la mandibule. La disposition et les dimensions de ces voiles membraneux sont telles que pendant l'incubation la bouche distendue étant légèrement ouverte, les œufs ne sont pour ainsi dire pas visibles à l'extérieur et que leur issue au dehors n'est pas possible.

L'exemplaire est une femelle, l'autopsie révèle des ovaires flasques, réduits, avec des ovules à divers états de développement mais d'un diamètre généralement compris entre 0 mm. 5 à 1 millimètre.

L'incubation des œufs et des jeunes dans la cavité buccale est un

(1) BOULENGER (Tr. Zool. Soc. Lond. XVIII (4), 1906, p. 539) indique que chez un Cichlidé peu éloigné du genre *Tilapia*, l'*Haplochromis* (ou *Astatotilapia*) *Desfontainesi* Lacépède les œufs également ne sont pas complètement ronds : « The egg of this fish is not perfectly round, the upper pole being somewhat pointed ».

(2) Mém. Soc. Zool. Fr. XVI 1903 (1904) p. 115, fig. 28.

fait maintenant assez bien connu chez bon nombre de Poissons de la famille de Cichlidés et particulièrement dans le genre *Tilapia*, mais n'avait pas encore été signalée chez le *Tilapia flavo-marginata* Boulgr. En outre, les zoologistes ne sont pas d'accord sur le sexe qui protège ainsi sa progéniture. Certains à la suite de Lortet et Günther ont prétendu que c'était le mâle qui se chargeait ainsi des soins donnés aux œufs et aux alevins.



FIG. 4. — Tête de *Tilapia flavo-marginata* portant ses œufs. (réduite.)

L'exemplaire rapporté par M. Haug vient fortifier l'opinion contraire et confirmer, ainsi que je l'ai montré à plusieurs reprises (1) et comme l'admet également M. Boulenger, que c'est la femelle qui chez les

Cichlidés africains s'occupe de ses descendants.

M. Haug fournit aussi quelques renseignements curieux et nouveaux sur la durée de cette incubation qui s'étendrait d'août au commencement d'octobre. Pendant cette longue période de près de deux mois il semble bien difficile que le Poisson puisse prendre la moindre nourriture et il doit se trouver dans des conditions physiologiques assez particulières pour pratiquer ce long jeûne.

Il y a, en tout cas, encore bien des observations curieuses à recueillir à ce sujet.

42. *TILAPIA MELANOPLEURA* A. Duméril.

Un exemplaire de $210 + 70 = 280$ millimètres. Nom local : ikorra (g). D'une façon générale les Cichlidés sont désignés par les indigènes par les termes : nkondo (g.) (nk.), ekouni (p.).

Ce spécimen fut pris en octobre 1905 dans une nasse placée dans un barrage, 10 ou 15 jours après le commencement des pluies et de la crûe des eaux de l'Ogôoué. D'après M. Haug, le Poisson capturé et mis hors de l'eau laissa échapper de sa gueule en se débattant quelques petits alevins. Ceux-ci mesuraient de 1 cm. à 1 cm. 5. Leur nombre total n'était guère que d'une vingtaine, mais il ne faut pas oublier que l'animal avait séjourné plusieurs heures dans la nasse où il avait pu perdre quelques-uns de ses petits. Ceux qui restaient dans la bouche ont disparu d'ailleurs durant le voyage. Néanmoins c'est

(1) *Op. cit.* p. 117 ; CR. Congr. Zool. Berne 1904, p. 330.

une nouvelle espèce à ajouter à la liste déjà longue des Cichlidés qui pratiquent l'incubation buccale.

Ce Tilapie se rencontre du Sénégal au Congo et jusqu'au Chari et au Chiré.

Carangidæ.

43. TRACHYNOTUS GOREENSIS Cuvier et Valenciennes.

Deux exemplaires. Nom local : evoune. « Relativement rare, dans les lacs ».

C'est une espèce marine de la côte occidentale d'Afrique qui s'étend dans l'Atlantique jusqu'à la mer des Antilles. Il est fort curieux que ce Poisson se soit adapté ainsi à la vie dans les eaux douces et il n'est pas étonnant que sa présence y soit encore rare.

Pleuronectidæ.

44. CYNOGLOSSUS SENEGALENSIS Kaup.

Un exemplaire. Nom local : Ogoré wa gò ntchoua (g.). Ces derniers termes indiquent la provenance marine du Poisson. « Assez rare, sur les roches. Pêché jusqu'à 400 kilomètres de la mer. » C'est une espèce marine qui remonte les rivières du Sénégal à l'Ogôoué.

Gobiidæ.

45. ELEOTRIS SENEGALENSIS Steindachner.

Deux exemplaires de $145 + 45 = 190$ mm., et $115 + 30 = 145$ millimètres. Nom local : nkeni (g.).

Les nombreuses espèces du genre *Eleotris* sont tantôt marines, tantôt dulcaquicoles. *L'Eleotris senegalensis* paraît plutôt être de ces dernières, il remonte les rivières du Sénégal à l'Ogôoué. D'après Günther (1) il se rencontrerait dans ce fleuve jusqu'à Kondo-Kondo.

1 *Ann. Mag. Mag. Hist.* (6) XVII, 1896, p. 267.

46. *Gobius lateristriga* A. Duméril.

Deux exemplaires de $80 + 20 = 100$ mm., et $40 + 9 = 49$ millimètres. Nom local : petou (g.) « très commun la nuit le long des rives et sur les bancs de sable. »

Voici quelques indications au sujet du plus grand de ces deux spécimens qui permettront de compléter la diagnose un peu sommaire de Duméril.

La hauteur du corps est contenue 6 fois dans la longueur sans la caudale, la longueur de la tête 3 fois $3/4$. Le grand diamètre de l'œil est compris 5 fois dans la longueur de la tête, 1 fois $1/2$ dans la longueur du museau qui fait la moitié de l'espace interorbitaire. Les dents sont crochues, en plusieurs séries, celles de la série externe plus volumineuses à la mâchoire supérieure, il n'y a pas de canines. Le maxillaire s'étend jusqu'au-dessous du tiers antérieur de l'œil. On compte 60 écailles en ligne longitudinale à partir de la fente branchiale, celles de la nuque et du ventre sont beaucoup plus petites. La caudale est arrondie.

D. VI - 140 ; A, 140 ; Ec. 60.

Sur les deux exemplaires types de Duméril mesurant 112 et 89 millimètres provenant du Gabon et dûs à Aubry-Lecomte, on compte 57 ou 58 écailles en ligne longitudinale. Il n'y a pas de canines. Le maxillaire n'arrive qu'au dessous du bord antérieur de l'œil. La caudale est arrondie.

Les très nombreuses espèces du genre *Gobius* sont en général marines, quelques unes cependant entrent dans les rivières et s'y sont même plus ou moins complètement adaptées.

Mastacembelidæ.47. *MASTACEMBELUS MARCHEI* Sauvage.

Un exemplaire de 115 millimètres. Nom local : nghènè (g.) Non distingué de l'espèce suivante. « Dans les roches. Les Galwas croient sa morsure venimeuse. « On n'en guérit qu'en commettant un inceste. » Les Pahouins le mangent après avoir coupé le bec. » A l'arrivée l'exemplaire avait le dessous du corps d'un magnifique jaune safran.

L'espèce est spéciale à l'Ogôoué.

48. MASTACEMBELUS GORO Boulenger.

Mastacembelus goro BOULENGER 1902 Ann. Mus. Congo, Zool. II (2). p. 54, pl. XV, fig. 3.

Deux exemplaires de 222 et 196 millimètres.

Je rapporte à cette espèce décrite de l'Oubanghi ces deux individus dont la coloration s'écarte un peu de celle indiquée par Boulenger. Chez les spécimens dûs à M. Haug la teinte du fond est chocolat, le ventre est jaune ou orangé, le tout marbré de taches arrondies, irrégulières, inégales, d'une nuance jaunâtre parfois bleutée ; toutes les nageoires molles impaires sont finement liserées de blanc.

Il y a XXVIII épines à la dorsale.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

SÉANCE DU 9 FÉVRIER 1907

Présidence de M. Berthelot.

M. Demoulin est élu membre correspondant dans la 1^{re} section.

M. Tarry expose comment on peut trouver le jour correspondant à une date donnée, sans se servir de table, au moyen de certains nombres qu'il faut retenir. Le calcul est rapide.

M. André présente quelques observations ; il fait connaître une bibliographie qui se rapporte à cette question et rappelle le procédé proposé par Edouard Lucas.

SÉANCE DU 23 FÉVRIER

Présidence de M. Berthelot.

M. Tarry reprend l'étude, commencée à la précédente séance, de la détermination du jour qui répond à une date donnée.

M. le Président lit une notice sur les travaux et la carrière scientifiques de M. Le Roux, Professeur honoraire à l'École Supérieure de Pharmacie, membre de la Société, mort récemment.

Au sujet du banquet annuel, fixé au 25 février, la Société examine une proposition tendant à reculer dorénavant la date de ce banquet.

SÉANCE DU 23 MARS

Assemblée générale — Présidence de M. Lécaillon.

La séance du 9 février n'a pu avoir lieu par défaut d'éclairage (grève des électriciens).

Il est donné lecture d'une lettre de M. le Ministre de l'Instruction publique accordant à la Société sa subvention annuelle.

M. le Président annonce à la Société la mort de deux de ses membres : Marcellin Berthelot et le Colonel Laussedat :

MESSIEURS,

J'ai le plus profond regret de vous annoncer la mort de notre illustre confrère M. Marcellin Berthelot. Vous appréciez tous la perte irréparable que viennent de faire non seulement le monde scientifique, mais,

on peut le dire, l'humanité tout entière. Je ne puis retracer en ce moment, même très succinctement, l'œuvre de M. Berthelot, car cette œuvre, par l'importance des découvertes dont elle enrichit les branches les plus importantes de la science, fut véritablement grandiose.

Aussi bien, des voix plus autorisées que la mienne, analysant particulièrement ses travaux sur la synthèse organique, sur la thermochimie, sur la physiologie même, rappelleront les titres qui font de M. Berthelot l'admiration des savants du monde entier et aussi ceux qui lui assurent une place à part dans la reconnaissance de tous les Français. M. Marcellin Berthelot faisait partie de la Société Philomathique depuis plus d'un demi-siècle, car il avait été élu en 1855. Ainsi qu'il le déclare lui-même dans sa notice sur les origines et sur l'histoire de la Société Philomathique, il en suivit les travaux d'abord comme titulaire, puis comme honoraire. Il en recueillit, dit-il, « les traditions orales des vieillards d'alors, dont plusieurs avaient connu les fondateurs de la Société ». Et de fait, le grand intérêt que présente la notice à laquelle je viens de faire allusion, et dans laquelle M. Berthelot nous fit si bien connaître l'histoire de notre vieille Société, montre bien en quelle faveur celle-ci était auprès de l'illustre savant.

Messieurs, au nom de la Société Philomathique, j'adresse respectueusement, à la famille de M. Berthelot, à notre Président, M. Daniel Berthelot, l'expression de notre très sincère condoléance.

MESSIEURS,

Avant de vous proposer de lever la séance en raison du deuil qui atteint la Société par suite de la mort de M. Berthelot, il me reste encore un pénible devoir à remplir.

J'ai le très grand regret de vous faire part du décès de M. le colonel Aimé Laussedat, survenu le 20 mars dernier. M. Laussedat fut répétiteur puis professeur du cours d'Astronomie et de Géodésie à l'Ecole polytechnique. Puis il fut directeur des études à cette Ecole. Il fut enfin, en 1881, directeur du Conservatoire des Arts et Métiers. M. le colonel Laussedat a fait toute une série de travaux estimés en géodésie et en topographie. Il faisait partie de notre Société depuis 1860.

J'adresse à la famille de M. le colonel Laussedat, au nom de la Société Philomathique, l'expression de notre très sincère condoléance.

Avant de lever la séance, il est donné lecture par M. Tarry du rapport de la Commission des comptes sur l'exercice 1906, qui n'a pu être présenté dans la précédente séance. Les conclusions en sont approuvées par l'Assemblée, qui se sépare aussitôt après.

SÉANCE DU 13 AVRIL

Présidence de M. Laisant.

M. le Président présente dans la 1^{re} section, la candidature de M. Chapelon. Une commission, composée de MM. Laisant, André, Tarry, est chargée d'examiner cette candidature.

M. Coutière fait une communication sur les Alpheidae américains du genre *Synalpheus*, dans lesquels il a rencontré de très nombreuses espèces nouvelles. Chez deux de ces espèces, recueillies ensemble dans une même station, on observe un grand excès de mâles, qui semble en rapport avec les conditions d'existence défectueuses dans une station surpeuplée.

RAPPORT SUR LES COMPTES DE 1906

par **M. G. TARRY.**

MESSIEURS,

Au nom de la commission que vous avez nommée, j'ai l'honneur de vous présenter le rapport sur les comptes de l'année 1906.

Les recettes se sont élevées à 2,553 francs, donc voici le détail :

Subvention ministérielle	1.000	»
Cotisations des membres titulaires	980	»
— — correspondants	140	»
Abonnements et vente du <i>Bulletin</i>	177	50
Intérêts de nos fonds placés	252	90
Recettes accidentelles	2	60
TOTAL des recettes	2.553	»

Il a été perçu, en outre, une somme de 23 fr. 20 pour remboursement de tirages à part : nous en tiendrons compte en la déduisant des sommes payées pour les tirages à part.

Les recettes accidentelles proviennent de bénéfice de change sur des cotisations payées en monnaie étrangère. Pour la clarté des comptes, il a paru préférable de ne plus confondre ces recettes avec celles des cotisations.

Comparativement à l'année 1905, nous avons une augmentation de 157 fr. 27, qui porte sur les cotisations, proportionnellement à l'accroissement du nombre des membres de la Société, les autres recettes variables n'étant soumises qu'à de très légères variations.

Nos dépenses se sont élevées à 1868 fr. 88, dont voici le détail :

<i>Bulletin</i> : impressions et tirages à part, déduction faite	}	1.086	36
des remboursements sur tirages à part			
<i>Bulletin</i> : photogravures	}	530	»
Frais de bureau (affranchissements, impressions, reliure, etc)			
Allocation à M. Reykaert	}	30	»
Appointements à M. Vézinaud			
Étrennes à divers			
TOTAL des dépenses		1.868	88

En comparant ces dépenses avec celles de l'année 1905, on constate une diminution de 1.224 fr. 05, soit 40 0/0. Cette diminution porte presque entièrement sur les dépenses du *Bulletin* (1.078 fr. 15); la différence (145 fr. 90) doit être attribuée à la réduction des frais de bureau et à l'absence de dépense extraordinaire.

Cette année 1906 présente un excédent de recettes sur les dépenses de 684 fr. 13.

Les fonds en caisse, au 1^{er} janvier 1906, étaient de 991 fr. 97; ils se sont élevés, au 1^{er} janvier 1907, à 1676 fr. 10, savoir :

Aux mains du trésorier.	1.618 85
Aux mains de l'agent	57 25
TOTAL égal.	1.676 10

Notre actif comprend encore des fonds placés, dont les titres, d'un prix d'achat de 7.513 fr. 05, représentent actuellement une valeur supérieure d'un millier de francs environ.

En résumé, toutes les recettes ont augmenté, toutes les dépenses ont diminué, le déficit de l'an dernier, causé par le trop grand développement du *Bulletin*, se trouve compensé par l'excédent de recettes sur les dépenses de cette année, et la situation financière de notre société est excellente.

Votre Commission vous propose d'approuver les comptes, de voter des félicitations à notre dévoué trésorier, M. Rabaud, dont elle a pu constater la parfaite exactitude et le soin consciencieux, ainsi qu'à M. Vézinaud, pour son zèle et sa ponctualité.

UN CALENDRIER PERPÉTUEL MENTAL

par G. TARRY.

Nous allons faire connaître une règle nouvelle, pour déterminer le jour de la semaine qui correspond à une date quelconque du calendrier grégorien.

Une date quelconque se compose de quatre données :

- G numéro du siècle grégorien,
- A numéro de l'année dans le siècle,
- R quantième ou numéro du mois,
- M nom du mois.

A chacune de ces données est attachée invariablement une cote, nombre ne dépassant pas 6. Additionnons ces quatre cotes et divisons le total par 7.

Le reste de cette division, ou ce *reste diminué d'une unité pour les mois de janvier et février d'une année bissextile*, représente le jour de la semaine de la date considérée, en désignant par 1 dimanche, 2 lundi, 3 mardi, 4 mercredi, 5 jeudi, 6 vendredi, 0 samedi.

Voici comment nous établissons ces cotes :

G, cote du siècle grégorien.

Les restes de la division par 4 du nombre des centaines du millésime sont 0, 1, 2 ou 3. A ces restes nous faisons correspondre respectivement les cotes, 6, 4, 2, 0 que l'on retient rapidement « à la six, quatre, deux » . . .

A, cote de l'année du siècle.

Au numéro a de l'année dans le siècle on ajoute l'entier de son quart $\left(\frac{a}{4}\right)$, et le reste de la division par 7 est la cote de A.

Q, cote du quantième du mois.

La cote est égale au reste de la division par 7 du nombre qui représente le quantième.

M, cote du mois.

Les cotes correspondant aux différents mois de l'année figurent sur le tableau suivant :

1 janvier,	4 février,	4 mars,	$144 \equiv 12^2$
0 avril,	2 mai,	5 juin,	$025 \equiv 5^2$
0 juillet,	3 août,	6 septembre,	$036 \equiv 6^2$
1 octobre,	4 novembre,	6 décembre,	$146 \equiv 144 + 2$

Les cotes du 1^{er} trimestre forment le carré de 12, celles du 2^e le carré de 5, celles du 3^e le carré de 6, enfin le nombre du 4^e trimestre est égal à celui du premier plus deux.

Ces remarques permettent de retenir facilement la cote de chaque mois.

Exemples :

1^o Déterminer le jour qui corresponde au 15 octobre 1582 (origine de la réforme grégorienne).

$$\begin{array}{rcll} \frac{15}{4} \text{ reste } 3 & G \equiv 0 & & \\ 82 + \left(\frac{82}{4}\right) & A \equiv 4 & \text{Réponse.} & \\ 15 & Q \equiv 1 & & \\ \text{Octobre} & M \equiv 1 & \text{Vendredi.} & \\ \hline \text{Total} & \equiv 6 & & \end{array}$$

En France, le retranchement de 10 jours dans le calendrier n'eut lieu qu'au mois de décembre suivant, et le dimanche 9 décembre 1582 fut immédiatement suivi du lundi 20 décembre 1582.

2^o Déterminer le jour qui correspond au 1^{er} janvier 1908 (date comprise dans les deux premiers mois d'une année bissextile).

$$\begin{array}{rcll} \frac{19}{4} \text{ reste } 3 & G \equiv 0 & & \\ 8 + \left(\frac{8}{4}\right) & A \equiv 3 & & \\ 1 & Q \equiv 1 & \text{Réponse.} & \\ \text{janvier} & M \equiv 1 & \text{Mercredi.} & \\ \hline \text{Total} & \equiv 5 & & \\ \text{A déduire} & 1 & & \\ \hline \text{Reste} & 4 & & \end{array}$$

3° On demande quand, pour la première fois, dans la 7^e année du siècle, la fête du 14 juillet tombera un 2 lundi, ou un 4 mercredi ou un 6 vendredi.

$$\begin{array}{rcl}
 x & G = 6, 4, 2 \text{ ou } 0 & \\
 7 + \left(\frac{7}{4}\right) & A = 1 & \text{Réponse.} \\
 14 & Q = 0 & \\
 \text{Juillet} & M = 0 & \text{Jamais.} \\
 \hline
 \text{Total} & = 0, 5, 3 \text{ ou } 1 &
 \end{array}$$

Pour étendre le calendrier perpétuel à l'ère julienne, il suffit de remplacer la cote séculaire grégorienne G par la cote séculaire julienne J , qui se calcule ainsi :

J , cote du siècle julien.

On ajoute trois unités au nombre de centaines du millésime, on divise le total par 7, et l'on retranche le reste de 7.

Exemples :

1° Déterminer le jour qui correspond au 4 octobre 1582 (veille de l'origine du calendrier grégorien).

$$\begin{array}{rcl}
 -15 - 3 & J = 3 & \\
 82 + \left(\frac{82}{4}\right) & A = 4 & \text{Réponse.} \\
 4 & Q = 4 & \\
 \text{Octobre} & M = 1 & \text{Jeudi.} \\
 \hline
 \text{Total} & = 5 &
 \end{array}$$

2° Déterminer le jour qui correspond au 12 octobre 1492 (découverte du nouveau monde).

$$\begin{array}{rcl}
 -14 - 3 & J = 4 & \\
 92 + \left(\frac{92}{4}\right) & A = 3 & \text{Réponse.} \\
 12 & Q = 5 & \\
 \text{Octobre} & M = 1 & \text{Vendredi.} \\
 \hline
 \text{Total} & = 6 &
 \end{array}$$

L'avance du calendrier julien sur le calendrier grégorien est de

$$c - \left(\frac{c}{4}\right) - 2 \text{ jours,}$$

c étant le nombre de centaines du millésime.

Depuis 1900, cette avance est de 13 jours ; il suffit donc d'ajouter 13 jours, à une date de notre calendrier, pour avoir la date correspondante du calendrier russe. L'avance sera de 14 jours au mois de mars de l'année 2100.

Des congruences $J - G \equiv c - \left(\frac{c}{4}\right) - 2$ et $J \equiv -c - 3$, on déduit

$$G \equiv -2c + \left(\frac{c}{4}\right) - 1 \equiv -2\left(c - 4\left(\frac{c}{4}\right)\right) - 1 \equiv -2r - 1.$$

r est le reste de la division par 4 du nombre de centaines du siècle, et nous avons obtenu la formule suivante, qui est la nôtre sous une forme moins simple :

G , cote du siècle grégorien.

Ajouter une unité au double du reste de la division par 4 du nombre de centaines du siècle, diviser par 7 et retrancher le reste de 7.

Dans le calendrier julien, $J \equiv -c - 3$ et $A \equiv a + \left(\frac{a}{4}\right)$.

De ces congruences, on déduit les suivantes :

$$J + A \equiv -c + a + \left(\frac{a}{4}\right) - 3 \equiv 125c + a + \left(\frac{a}{4}\right) - 3,$$

$$J + A \equiv 100c + a + \left(\frac{100c + a}{4}\right) - 3 \equiv N + \left(\frac{N}{4}\right) - 3,$$

N est le millésime de l'année.

Pour se rappeler la cote d'un mois, on a encore imaginé la formule suivante, dans laquelle m est le numéro du mois.

$$M \equiv 2m + \left(\frac{3(m+1)}{5}\right) + 3,$$

en considérant respectivement janvier et février comme le treizième et le quatorzième mois de l'année précédente. En employant cette formule ingénieuse, on n'a pas à s'occuper des années bissextiles. Alors, le jour de la semaine qui correspond au Q^e jour du m^e mois de l'année N , *anno domini*, est toujours le reste obtenu en divisant par 7 l'expression

$$Q + 2m + \left(\frac{3(m+1)}{5}\right) + N + \left(\frac{N}{4}\right) - d.$$

Dans le calendrier julien $d = 0$ et dans le calendrier grégorien

$$d = \left(\frac{N}{100}\right) - \left(\frac{N}{400}\right) - 2.$$

On appelle concurrent d'une année le complément à 7 de la lettre dominicale de cette année, et l'on sait que les années bissextiles ayant deux lettres dominicales ont aussi deux concurrents.

$J + A$ dans le calendrier julien, ou $G + A$ dans le calendrier grégorien, diminué de 7 au besoin, est égal, dans une année commune, au concurrent de l'année et, dans une année bissextile, au second concurrent, qui sert pour les dix derniers mois de l'année.

C'est pourquoi nous avons diminué notre reste d'une unité pour les deux premiers mois d'une année bissextile. On pourrait faire porter la réduction d'une unité sur la cote mensuelle et alors, pour les années bissextiles, la cote de janvier serait 0 et celle de février 3.

A l'inspection du tableau des cotes mensuelles, on voit immédiatement qu'il y a toujours un vendredi 13 dans les 9 premiers mois d'une année commune et dans les 10 premiers mois d'une année bissextile.

La réforme grégorienne ayant été opérée dans le dernier trimestre d'une année commune, cette année a eu aussi un vendredi 13. Ainsi, il y a toujours eu un vendredi 13 en France, chaque année de l'ère chrétienne.

Mais le changement n'a été adopté qu'en 1752 en Angleterre, en 1600 en Ecosse, en 1700 dans les provinces luthériennes de l'Allemagne et en 1782 en Irlande. Il est possible que dans l'un de ces pays, il n'y ait pas eu de vendredi 13 l'année de la réforme.

Aux amateurs de curiosités de trouver ce pays, s'il existe.

Pratique du calcul mental.

Le calcul de A , tel qu'il se présente, est trop long et il convient de l'abréger.

Posons $n = 12p + r$, il vient

$$A \equiv n + \left(\frac{n}{4}\right) \equiv (12 + 3)p + r + \left(\frac{r}{4}\right) \equiv p + r + \left(\frac{r}{4}\right).$$

D'où cette règle expéditive :

Diviser par 12 le numéro de l'année du siècle, ajouter au quotient le reste augmenté de l'entier de son quart et diviser par 7. Le reste est A .

Application à $n = 66$.

Nous dirons : 5 fois 12 font 60, reste 6, 5 plus 6, plus 1, égale 12 ou 5.

Dans la pratique, on calcule d'abord A, comme nous venons de le dire, on ajoute G (0 pour ce siècle et 2 pour le précédent), puis Q et enfin M, en ayant soin, après chaque addition, de retrancher 7 autant de fois que faire se peut.

G. TARRY.

THÉORIE DES TABLETTES DES COTES

pour la recherche des facteurs premiers d'un nombre inférieur à

$$N = 317^2 = 100\,489 \quad \text{et non divisible par } 2, 3, 5 \text{ ou } 7$$

par **Gaston TARRY**

Je me propose de construire de nouvelles Tables des facteurs premiers des nombres, pour les douze premiers millions, en les réduisant au moindre volume.

Je vais exposer rapidement la théorie de la méthode que j'appliquerai, en prenant pour exemple les Tablettes des cotes que je viens de publier.

Divisons N par la base choisie 20 580. Le reste de la division sera inférieur ou supérieur à 10 290. Dans le premier cas nous écrirons N sous la forme $m\,20\,580 + n$ et dans le second cas sous la forme $m\,20\,580 - n$, de sorte que n sera toujours inférieur à 10 290. Ensuite divisons n par 210 et soient q le quotient et r le reste. Nous aurons mis le nombre N sous la forme.

$$N = m\,20\,580 \pm (q\,210 + r).$$

Supposons d'abord que nous ayons le signe plus.

Pour qu'un nombre premier p , plus grand que 7, soit facteur de N , il faut et il suffit que p divise le produit

$$a(m\,20\,580 + q\,210 + r),$$

le nombre a étant assujéti à la seule condition d'être premier avec p , c'est-à-dire de ne pas être un multiple de p .

Profitons de cette latitude pour donner à a la valeur associée à 20 580, par rapport au module p , déterminée par la congruence.

$$a\,20\,580 \equiv 1, \quad (\text{mod. } p)$$

ce qui sera toujours possible, puisque 20 580 ne possède pas d'autres

facteurs premiers que 2, 3, 5 et 7. Nous aurons alors :

$$a(m \ 20580 + q \ 210 + r) \equiv m + aq \ 210 + ar \pmod{p}$$

Soient q' et r' les restes minimisés, positifs ou négatifs, des divisions de $aq210$ et ar par p il viendra :

$$m + aq \ 210 + ar \equiv m + q' + r' \pmod{p}$$

J'appelle *matricule* de N le nombre m , et *cotes* de N par rapport à p , les nombres q' et r' . De ce qui précède résulte la propriété suivante :

Pour que p soit facteur de N , il faut et il suffit que la somme de son matricule et de ses deux cotes, par rapport à p , soit divisible par p .

Nos Tablettes se composent de deux séries de colonnes, comprenant les unes les cotes q' et les autres les cotes r' , par rapport aux différents nombres premiers de 11 à 313. La disposition adoptée est telle, que l'on peut toujours placer l'une quelconque des colonnes de cotes q' à côté de l'une quelconque des colonnes de cotes r' , de manière que les cotes q' et r' et le nombre premier correspondant p se trouvent sur une même ligne

Voici maintenant la manière d'opérer.

En effectuant les divisions par 20580 et 210, comme il a été dit, le nombre N détermine un matricule m et deux colonnes de cotes q' et r' , que nous placerons à côté l'une de l'autre. Cela fait, examinons les couples de cotes q' et r' et les nombres premiers p situés en même ligne. Il est clair que les facteurs premiers de N seront les nombres p pour lesquels se vérifiera la congruence

$$m + q' + r' \equiv 0. \pmod{p}$$

Or les nombres m , q' , r' sont tous trois inférieurs à la moitié de p . Par conséquent, si ces trois nombres ne sont pas de même signe, la congruence équivaudra à l'égalité

$$m + q' + r' = 0,$$

et s'ils sont tous trois de même signe à l'égalité

$$m + q' + r' = p.$$

Et tout le travail se réduira à la vérification *mentale* d'additions de 2 ou 3 nombres. On ramène le cas de l'addition de 3 nombres à celui de 2, par l'artifice suivant :

Mettons comme indice à la cote q' le nombre $a = \frac{p-1}{2} - q'$ et à la cote r' le nombre $b = \frac{p+1}{2} - r'$. On a $a + b = p - (q' + r')$ et la vérification de l'égalité $m + q' + r' = p$ devient celle de $m = a + b$.

Supposons maintenant que N soit de la forme

$$N = m \, 20580 - (q \, 210 + r).$$

Pour que N soit divisible par p , il est évident qu'il faut et qu'il suffit que

$$(-m) \, 20580 + q \, 210 + r$$

soit divisible par p , et nous sommes ramenés au cas précédent, en donnant au matricule m une valeur négative.

En résumé, notre procédé revient à substituer aux divisions successives du nombre considéré, par les différents nombres premiers p , des vérifications d'additions de deux nombres inférieurs à la moitié de p . Il est à remarquer qu'on sera arrêté 9 fois sur 10, après avoir additionné seulement les nombres des chiffres des unités.

Comme on le voit, la simplification apportée est équivalente à celle introduite par les logarithmes dans le calcul des divisions. Nos Tablettes des cotes sont de véritables Tables de logarithmes, spécialement appropriées à l'objet de nos recherches.

Nous plaçant à un autre point de vue, nous pouvons dire que notre méthode du matricule diminue d'une entrée la Table à n entrées, en remplaçant l'une de ces entrées par le nombre du matricule.

Dans la Table à double entrée, il est préférable de changer les signes des cotes. M. E. Lebon a appelé *caractéristiques* les cotes prises avec le signe contraire.

En augmentant le nombre des entrées on réduit l'espace occupé par la Table, mais cette économie de place amène une complication dans les calculs, en augmentant en même temps le nombre des termes des additions à vérifier.

C'est pourquoi mon choix s'est fixé sur la méthode de triple entrée

La méthode de double entrée, inventée par M. Ernest Lebon, et que je rencontre comme cas particulier de la méthode du matricule, se présente sous un aspect beaucoup plus séduisant. Elle possède de nombreuses supériorités sur celle que j'ai choisie ; je citerai seulement les trois suivantes :

1° — Suppression de tous les calculs d'addition.

En effet, il n'y a plus qu'une Table, et il suffit de jeter un coup d'œil sur la colonne des cotes (caractéristiques) pour trouver immédiatement les facteurs de N , attendu que ces facteurs sont les nombres premiers p qui se trouvent en regard des cotes égales au matricule.

2° — Dans la Table, il suffit de faire figurer les cotes qui ne dépassent par le maximum que peut atteindre le matricule, pour la limite de N

dans la base choisie. Les restes minimisés n'étant d'aucune utilité, on prend les restes simples et toutes les cotes deviennent positives.

M. E. Lebon a remplacé par des points les cotes supprimées.

3° — On peut employer la représentation symbolique pour les nombres.

Dans son mémoire de la séance du 24 novembre 1906, M. E. Lebon a montré le parti que l'on pouvait tirer de cette représentation, pour faire occuper aux nombres de la Table beaucoup moins d'espace.

Malgré ces supériorités incontestables, je persiste dans le choix de ma méthode pour la construction des Tables des diviseurs premiers des douze premiers millions, parce que la publication de Tables volumineuses coûte beaucoup trop cher.

En s'arrêtant seulement à $N = 510540$, la méthode de M. E. Lebon nécessite 5760 colonnes et la mienne n'en exige que 170. Dans ce cas, en mettant en balance les avantages et les inconvénients des deux méthodes, il me semble qu'il y a équilibre.

Mais pour $N = 9.699\ 690$, au lieu de $(2 - 1)(3 - 1) \dots (17 - 1)$ ou 92.160 colonnes, j'ai constaté qu'il m'en fallait seulement 180, c'est-à-dire *cinq cents fois moins*.

Dans ces conditions, je crois que la balance penche en ma faveur.

J'estime qu'il me faudrait environ *quatre mois* de travail pour construire la Table des diviseurs premiers des douze premiers millions.

Pour construire seulement la Table des nombres premiers des douze premiers millions, en suivant le procédé connu sous le nom de crible d'Eratosthène, le nombre de chiffres que l'on devrait commencer par écrire serait (en supprimant les nombres pairs) :

42.444.443

Il serait bien difficile d'employer moins de *quatre ans* rien qu'à ce travail préliminaire. On voit donc que le procédé indiqué dans la plupart des Traités d'Arithmétique est impraticable pour les grands nombres.

Il est vrai qu'on ne sera jamais obligé d'effectuer les calculs jusqu'au bout, et la raison en est bien simple, c'est qu'avant d'arriver à la fin on sera mort.

Nous proposons de remplacer la méthode du crible par celle du matricule appliquée à la triple entrée.

G. TARRY

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 27 avril 1907.

PRÉSIDENTE DE M. D. BERTHELOT.

M. le *Président* s'excuse de n'avoir pu assister aux deux dernières séances à cause du double deuil qui l'a frappé. Il rappelle que Marcelin Berthelot fut l'un des membres les plus actifs de la Société.

M. *André* lit le rapport sur l'élection de M. Chapelon. Le vote est remis à la prochaine séance.

M. *Pellegrin* fait hommage à la Société d'un exemplaire imprimé d'une conférence faite par lui, en 1906, au Muséum, sur les poissons d'eau douce de Madagascar. Il présente des photographies relatives à ce sujet.

Séance du 11 mai 1907.

PRÉSIDENTE DE M. LÉCAILLON.

Il est procédé à l'élection d'un membre titulaire dans la 1^{re} section.

M. *Chapelon* est élu à l'unanimité.

M. *Tarry* expose la construction d'une nouvelle table des facteurs premiers.

M. *Coutière* fait une communication sur certaines larves anormales de grande taille appartenant à des Crustacés Eucyphotes.

Séance du 25 mai 1907.

PRÉSIDENTE DE M. D. BERTHELOT.

M. *Lécaillon* expose à la Société qu'il a été retrouvé dans les Archives des plis cachetés très anciens.

Il est décidé à ce sujet de rechercher d'abord la trace des dépôts de ces plis dans les procès-verbaux des séances de l'époque, et de soumettre la question à la délibération du prochain Conseil.

M. *Berthelot* montre à la société des figurines en papier confectionnées en 1875 par Vant' Hoff pour matérialiser la notion stéréochimique de la tétratomicité du carbone.

M. *Laisant* fait une remarque, déjà publiée par lui antérieurement, sur le problème de l'interpolation.

Séance du 8 Juin 1907.

PRÉSIDENCE DE M. D. BERTHELOT.

M. le *Président* rend compte de l'ouverture des plis cachetés examinés en séance du Conseil. Il résume le contenu de ces plis et fait ressortir l'intérêt qui s'y attache.

Ces plis, dont il avait été question dans la précédente séance, sont de :

1) *Chevreul* (1819) : expériences sur le zircon.

2) *Peltier* (1840) : note d'électricité statique.

3) *Schmersahl* (1841) : note sur une nouvelle matière grasse.

4) *Du Moncel* (1864) : note sur l'isolement des spires d'un électro-aimant.

M. *Mahler* rend compte d'un travail de M. G. Bastien, sur la gamme normale dans les instruments à sons fixes.

Ce travail est renvoyé à l'examen de la commission de publication.

M. *Lebon* expose un procédé de calcul qui permet de simplifier la méthode classique de recherche des facteurs premiers — Cette communication donne lieu à un échange d'observations entre MM. Laisant, Deschamps et Lebon.

Séance du 22 Juin 1907.

PRÉSIDENCE DE M. DONGIER.

M. *Pellegrin* offre à la Société un exemplaire de son ouvrage : Zoologie appliquée en France et aux Colonies.

M. *Pellegrin* fait ensuite une communication sur un poisson fossile Acanthoptérygien, (groupe des Perciformes), de l'éocène supérieur (Monte-Bolca), nouveau comme genre et comme espèce.

M. *Deschamps* aborde la question des tables de nombres premiers, en reprenant la méthode dite du « crible d'Eratosthène, » dont il montre le véritable objet et les applications.

REPRODUCTION D'ANCIENS PLIS CACHETÉS

PROVENANT DES ARCHIVES DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

Déposé à la Société Philomathique le 28 août 1849 par M. Chevreul.

Expériences sur le Zircon.

Analyse: En traitant le zircon réduit en poudre fine par l'eau régale on dissout du fer et du titane et ce qu'il y a de remarquable c'est que faisant passer un courant d'acide hydrosulfurique dans la liqueur privée de son excès d'acide, on précipite de l'oxyde de titane mêlé de soufre.

Le zircon épuisé par l'eau régale chauffé avec 2 fois son poids de potasse dans un creuset d'argent est complètement attaqué, l'eau appliquée à la matière fondue dissout de la potasse presque pure, mais il y en a une portion qui reste en combinaison intime avec la silice et la zircone ; ce composé triple est formé de :

Silice	}	dont j'ai déterminé la proportion avec soin.
Zircon		
Potasse		

On en fait l'analyse en le dissolvant dans l'acide hydrochlorique très étendu, faisant évaporer à siccité, appliquant l'eau au résidu pour séparer la silice et dissoudre l'hydrochlorate de zircone et le chlorure de potassium. On précipite ensuite la zircone par l'ammoniaque, on filtre, on lave le précipité et on le calcine en faisant évaporer la liqueur filtrée à siccité, et faisant rougir le résidu on obtient le chlorure de potassium.

La zircone obtenue par le procédé précédent contient des traces de fer. Pour l'obtenir pure il faut la fondre avec 4 fois son poids de potasse, lessiver la matière fondue à l'eau bouillante, on obtient une combinaison soluble formée de { zircone 88
potasse 12

On met cette combinaison dans une fiole mince, on y verse de l'acide

hydrochlorique concentré. La combinaison a lieu avec des phénomènes analogues à ceux que présente la fixation de l'eau par la chaux, c'est-à-dire qu'il y a production de chaleur et dégagement de vapeur avec sifflement. Le dégagement de chaleur peut être assez grand pour faire casser la fiole. On laisse réagir les corps pendant deux jours puis on y ajoute assez d'acide hydrochlorique concentré pour en faire une pâte molle, on met le tout dans un petit cylindre de verre terminé en un tube effilé à la lampe; si on laisse égoutter l'hydrochlorate de zircone qui n'est que peu soluble dans l'acide hydrochlorique concentré, l'hydrochlorate de fer, qui y est soluble se trouve, par là séparé¹. On passe de l'acide hydrochlorique concentré sur l'hydrochlorate de zircone jusqu'à ce qu'il ne se colore plus et ne laisse plus par l'évaporation à siccité dans une capsule de verre ou de porcelaine d'hydrochlorate de fer.

L'hydrochlorate de zircone est parfaitement incolore, en cristaux aiguillés satinés, ils ont une saveur d'une astringence extrême, ils sont parfaitement solubles dans l'eau. Cette solution est précipitée en jaune avec la noix de galle, et ce qu'il y a de remarquable, c'est qu'elle prend en gelée quelques minutes après le mélange. Le prussiate de potasse étendu et sans excès peut la précipiter en flocons blancs. Si on sépare la liqueur filtrée et qu'on y verse du prussiate, il ne s'y produit pas de précipité. Si on verse dans l'hydrochlorate de zircone concentré du prussiate de potasse en excès on obtient un précipité d'un jaune citron.

L'hydrochlorate de zircone chauffé, se fond en se boursoufflant, laisse dégager son acide; on obtient un résidu parfaitement blanc.

Pour obtenir la zircone pure, on précipite l'hydrochlorate par l'ammoniaque, on lave le précipité à l'eau bouillante et on le chauffe dans une capsule de verre ou de porcelaine, car en le chauffant dans un creuset de métal la zircone retiendrait de l'oxyde de ce dernier; elle m'a paru favoriser l'oxydation de l'or, de l'argent et du platine.

On voit d'après ces propriétés que la zircone a les plus grands rapports avec l'oxyde de titane, si ce n'est cependant qu'elle a sensiblement plus d'alcalinité.

NOTA. — J'oubliais de dire que pour obtenir un sel soluble de zircone à l'état de pureté cela était facile, parce que la zircone précipitée par l'ammoniaque est un hydrate pur quand il a été lavé à l'eau bouillante.

1. Il y a aussi du chlorure d'argent provenant du creuset.

Paris, le 30 mai 1840.

MONSIEUR LE PRÉSIDENT,

Lorsqu'une sphère creuse est chargée d'électricité statique, l'intérieur en possède une quantité dépendante de la tension extérieure. La quantité libre que l'on peut prendre dans l'intérieur est toujours une fonction très petite de la totalité de la charge et d'autant plus petite, que le rayon de courbure de la surface intérieure est plus court : il faut donc pour obtenir dans l'intérieur d'une sphère creuse, la quantité d'électricité nécessaire pour vaincre l'inertie d'un électroscope, une charge d'autant plus considérable, que la sphère creuse est plus petite. Il y a des rapports entre le rayon de courbure de la surface intérieure et la tension nécessaire pour recueillir une quantité donnée d'électricité ; ce sont ces rapports que je n'ai pu encore étudier suffisamment qui me font déposer, sous la forme de paquet cacheté, l'énoncé de ces expériences, afin de m'en assurer la priorité.

Recevez, Monsieur le Président, l'assurance de ma considération distinguée.

PELTIER.

Dépôt accepté par la Société philomathique le 30 mai 1840. Liouville, président, E. Delafosse, secrétaire.

Ayant observé une matière grasse nouvelle obtenue par la distillation de l'alcool qui a servi à la purification des acides stéarique et margarique, et ayant étudié déjà quelques propriétés de ce corps, je ne dépose cette lettre que pour prendre date, me proposant de présenter plus tard un mémoire complet.

SCHMERSAHL,

Préparateur au Conservatoire
des Arts et Métiers.

Paris, ce 23 janvier 1841.

Accepté le dépôt le 23 janvier 1841. Peltier, président.

Note sur l'Isolement des Spires d'un électro-aimant
muni d'un fil de fer très fin sans couverture.

J'ai démontré, dans un mémoire présenté à l'Académie des Sciences dans sa séance du 16 janvier, que des hélices d'électro-aimants constituées par un fil très fin comme le fil n° 33 qui a 0^{mm},08 pouvaient être aussi bien isolées, ce fil étant nu, qu'avec une couverture de soie. Comment peut-on expliquer un pareil fait, lorsqu'on sait qu'un faisceau de fils métalliques fins réunis par simple contact peut constituer un conducteur d'une conductibilité presque aussi grande qu'un fil métallique du même diamètre, c'est ce que je vais chercher à expliquer.

Les dérivations qui tendent à s'établir dans le sens de l'hélice ont toutes la même direction et sont par rapport au courant circulant dans l'hélice presque perpendiculaires, elles constituent donc, en se manifestant, des courants croisés qui, d'après la théorie d'Ampère, devraient avoir pour effet, en réagissant les uns sur les autres, de créer une tendance à un parallélisme de direction et à une marche concordante de ces courants dans le même sens. Cette tendance est encore augmentée par la réaction du fer qui, en fournissant un courant magnétique circulant en spirale dans le même sens, réagit par attraction sur les dérivations. Or, suivant que cette tendance est plus ou moins combattue par celle qui a pour effet de déterminer la dérivation, l'isolation de l'hélice doit être plus ou moins grande, et quand il y a égalité entre les deux forces, aucune dérivation ne peut plus se faire. Dès lors l'isolement devient complet pour ainsi dire. Or, avec du fil fin, le nombre des résistances au passage étant très grand, une énorme résistance est constituée et cette résistance peut être suffisante pour laisser aux spires une action prépondérante.

B. DU MONCEL.

Paris, le 21 janvier 1865.

OBSERVATION SUR L'INTERPOLATION

PAR

C. A. LAISANT

La remarque dont il s'agit n'est pas nouvelle. Je l'ai présentée jadis à la *Société Mathématique de France*, qui l'a insérée dans son Bulletin (1891, p. 44). Si je me permets de la reproduire, c'est qu'à mes yeux le problème de l'interpolation est de la plus haute importance pour l'application de la méthode mathématique aux données fournies par l'expérience. J'ai eu l'occasion, il y a plusieurs années déjà, de mettre en pratique l'observation dont nous parlons. De plus, il n'est pas mauvais, ce me semble, de revenir sur ce problème si intéressant et si utile de l'interpolation, à une époque où on l'a expulsé des programmes classiques, dans lesquels il avait longtemps figuré, sans qu'on puisse deviner les causes de cette expulsion.

On sait qu'en général la question de l'interpolation se pose de la manière suivante :

Connaissant n valeurs $u_1, u_2, \dots, u_n$ d'une fonction, correspondant aux n valeurs $x_1, x_2, \dots, x_n$ de la variable, déterminer cette fonction $U(x)$.

Le problème est évidemment indéterminé, car par n points on peut faire passer une infinité de courbes. On le précise en assujettissant la fonction U à être un polynôme en x de degré $n+1$ au plus. La formule de Lagrange, et celle de Newton qui en est un cas particulier, en donnent alors la solution.

Mais cette hypothèse, que U est un polynôme entier, est fort souvent contradictoire avec la nature de la question concrète qu'on veut résoudre, et par cela même inadmissible. Or, de la formule de Lagrange, on peut déduire une infinité d'autres, permettant de substituer à un polynôme entier une fonction dont la nature peut être choisie à volonté.

Cette formule de Lagrange peut s'écrire sous la forme

$$U(x) = X_1 u_1 + X_2 u_2 + \dots + X_n u_n,$$

X_j étant un polynôme en x , qui devient égal à 1 pour $x = x_j$ et qui s'annule pour les $n - 1$ autres valeurs données $x_1, x_2, \dots$, différentes de x_j .

Cela étant, considérons une fonction arbitraire $\varphi(z)$, et désignons par $\psi(z)$ la fonction inverse. Il en résulte que $\varphi[\psi(z)] = z$, et que $\psi[\varphi(z)] = z$. Si par exemple φ est un sinus, ψ sera un arc sinus; si φ est un logarithme, ψ sera une exponentielle, etc. Et, à la place de la formule de Lagrange, écrivons

$$U(x) = \varphi[X_1 \psi(u_1) + X_2 \psi(u_2) + \dots + X_n \psi(u_n)].$$

Pour une valeur x_j donnée à la variable, $X_1, X_2, \dots$ s'annulent, sauf X_j qui devient égal à l'unité, et il vient

$$U(x_j) = \varphi[\psi(u_j)] = u_j.$$

Ainsi, les conditions remplies par la formule de Lagrange sont encore remplies, et l'interpolation est obtenue au moyen d'une fonction φ complètement arbitraire.

La méthode de Lagrange prend ainsi une extension et une souplesse extrêmes, qui lui donnent une incontestable valeur pratique.

On peut étendre la généralisation ci-dessus à toute autre formule d'interpolation que celle de Lagrange. Soit en effet

$$V(x) = F(x, x_1, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n)$$

une telle formule.

Pour $x = x_j$, la fonction F doit se réduire identiquement à u_j . Si on y remplace tous les u par $\psi(u)$,

$$F(x_j, x_1, x_2, \dots, x_n, \psi(u_1), \psi(u_2), \dots, \psi(u_n))$$

se réduira donc à $\psi(u_j)$; par conséquent

$$U(x) = \varphi \left[F(x, x_1, x_2, \dots, x_n, \psi(u_1), \dots, \psi(u_n)) \right]$$

donnera

$$U(x_j) = \varphi(\psi(u_j)) = u_j,$$

si bien que nous aurons encore une formule résolvant la question d'interpolation posée.

POUR

LA THÉORIE DES NOMBRES ⁽¹⁾

PAR

ERNEST LEBON.

I

Sur la Recherche des facteurs premiers d'un nombre ⁽²⁾.

1. Lorsque l'on recherche, par le procédé élémentaire, si un nombre est premier ou composé, on peut notablement abréger les calculs en procédant comme il suit :

Soient Q le quotient et R le reste obtenus en divisant un nombre N par un nombre premier P . Le plus souvent Q et R admettent un ou plusieurs des facteurs premiers 2, 3, 5, 11 ; on peut alors rapidement trouver les autres facteurs de Q et R . Quelquefois on voit immédiatement que Q et R ou ces facteurs admettent des facteurs premiers autres que les précédents.

Si Q et R ont un même facteur premier p , N est divisible par p . En divisant N par p , on trouve un quotient entier N' , et on est amené à considérer N' au lieu de N .

Si Q et R n'ont aucun facteur premier commun, N n'est divisible par les facteurs premiers ni de Q ni de R .

Les restes r obtenus après avoir multiplié chaque chiffre du quotient par le diviseur premier et plus grands que ce diviseur seront aussi

1. Communication faite à la Société Philomathique de Paris, dans la séance du 8 juin 1907.

2. Cette Note se trouve aussi, sauf pour les quotients q et les restes r , dans le *Bulletin de Sciences mathématiques et physiques*, Paris, 4^{er} juillet 1907.

décomposés en facteurs premiers, lorsqu'il sera évidemment possible de le faire. Il en sera de même avec les quotients partiels q formés par les chiffres successivement mis au quotient, ces chiffres étant suivis à droite d'un nombre de zéros égal à la différence entre le nombre des chiffres que doit avoir le quotient et le nombre des chiffres trouvés.

Il suit de là que, pour reconnaître si N est premier ou composé, il est inutile d'essayer les facteurs premiers reconnus dans Q , R , q , r . Donc la solution de ce problème est souvent beaucoup abrégée.

On peut supposer que le nombre N dont on cherche les facteurs premiers ne contient pas les facteurs premiers 2, 3, 5 ou 11, faciles à découvrir dans un nombre et à enlever du nombre.

Lorsque la décomposition de Q et de R en facteurs premiers exige quelque recherche, il n'y a presque pas intérêt à la faire; c'est en appliquant à plusieurs exemples le procédé que je vais exposer que l'on reconnaît l'exactitude de cette remarque, car on voit que beaucoup de facteurs premiers se reproduisent plusieurs fois.

En employant ce procédé, le nombre des nombres premiers que l'on élimine est généralement plus grand quand on essaie les nombres premiers en ordre décroissant; ce fait résulte de ce que Q et R peuvent alors contenir des facteurs premiers différents qui n'ont pas été essayés; d'ailleurs R ne peut contenir de tels facteurs si les nombres premiers sont essayés dans l'ordre croissant. De plus, dans ce dernier ordre d'essai des nombres premiers, la décomposition de Q est alors moins évidente et plus longue; il en résulte souvent des facteurs premiers supérieurs à $\sqrt{N}$.

2. Soit le nombre 510481, non divisible par 2, 3, 5 ou 11. Le plus grand nombre premier à essayer est 709; il y a donc 123 nombres premiers à essayer, si le nombre 510481 est premier.

Diviseur 709 : $Q = 720$, $R = 4$. On voit immédiatement que Q et R ne renferment aucun des facteurs premiers qu'il faut essayer.

Diviseur 701 : $Q = 728 = 8.91$, $R = 153 = 3.31$. Donc il sera inutile d'essayer 31. On ne s'arrête pas à la décomposition de 91 en ses facteurs 7 et 13, si l'on ne la voit pas immédiatement.

Diviseur 691 : $Q = 738 = 2.9.41$, $R = 523$, $q_2 = 730 = 10.73$. Donc il sera inutile d'essayer 41, 73 et 523.

Diviseur 677 : $Q = 754 = 2.377$, $R = 23$. Donc il sera inutile d'essayer 23. On ne s'arrête pas à chercher la composition de 377.

Diviseur 673 : $Q = 758 = 2.379$, $R = 347$, $r_2 = 5731 = 11.521$. Donc il sera inutile d'essayer 347, 379 et 521.

On continue ainsi avec les diviseurs premiers qu'il faut essayer, 661, 659, 653, ... Pour le *Diviseur 607*, on trouve $R = 601$; donc il est inutile d'essayer 601. On essaye 607, 613, ... Et on arrive à reconnaître qu'il sera inutile d'essayer les 55 nombres premiers suivants : 601, 523, 521, 463, 439, 379, 347, 311, 277, 269, 263, 257, 229, 227, 211, 199, 197, 193, 181, 179, 173, 167, 163, 151, 149, 139, 137, 131, 127, de 113 à 7. Comme il aurait fallu essayer les 123 nombres premiers 7, 13, ..., 701, 709, on conclut que le nombre 501 481 n'est divisible par aucun d'eux et par suite est premier.

Un calculateur un peu habile s'assure vite si un quotient ou un reste est divisible par le nombre premier 7 et même par d'autres; par suite il arrive, grâce à un petit calcul, à éviter des essais d'autres diviseurs premiers que ceux que l'on trouve en ne se servant que de 2, 3, 5, 11.

3. Soit le nombre 11 857 non divisible par 2, 3, 5 ou 11. Le plus grand nombre premier à essayer est 107. Il y a au plus 24 nombres premiers à essayer. Lorsque l'on arrive au 6^e *Diviseur 83*, on trouve $Q = 142 = 2 \cdot 71$, $R = 71$. Donc 11 857 est divisible par 71. En divisant 11 857 par 71, on obtient pour quotient le nombre premier 167. On n'a eu par suite que 6 nombres à essayer.

4. Il est bon de noter que la méthode que je propose a l'avantage d'être beaucoup moins fastidieuse que la méthode élémentaire suivie.

II

Sur la Recherche du PGCD de deux nombres (¹).

1. Lorsque l'on applique la méthode des divisions successives pour trouver le PGCD de deux nombres, on peut simplifier très notablement les calculs indiqués par la règle connue.

D'abord, si les nombres proposés admettent tous deux, en même nombre, un ou plusieurs des facteurs premiers 2, 3, 5 ou 11, ce que l'on voit immédiatement, ou d'autres facteurs premiers dont la présence dans les nombres est évidente, on divise ces nombres par le

1. Cette Note se trouve aussi dans *Mathesis*, Gand et Paris, 1907.

produit de ces facteurs qui leur sont communs ; il est à peine utile de dire que dans le cas de 2, 3, 5 ou 11, le quotient s'obtient mentalement. Lorsque l'on peut appliquer cette remarque, les divisions successives se font avec des nombres moins grands.

Ensuite, si les nombres ainsi obtenus renferment un ou plusieurs des facteurs premiers 2, 3, 5 ou 11, et même d'autres que l'on puisse immédiatement reconnaître, ces facteurs n'étant pas communs aux deux nombres obtenus, on peut remplacer ces derniers par les quotients qu'ils donnent en les divisant par le produit de ces facteurs premiers que chacun renferme.

Il résulte de là un genre de simplification qui a l'avantage quelquefois de ne pas obliger à faire des divisions successives, souvent d'en faire un nombre beaucoup moindre qu'en opérant par la règle connue.

Soit à trouver le PGCD des deux nombres

$$179\,373\,320, \quad 124\,217\,94.$$

2. Je présente d'abord les calculs tels qu'ils sont ordinairement faits, en simplifiant un peu les écritures de nombres (*Tableau I*).

Tableau I

	14	2	3	1	2	7	4	7
179373320	12421794	5468204	1485386	1012046	473340	65366	15778	2254
55155380							0	

Le PGCD cherché est 2254.

3. Voici comment je propose de diriger le calcul.

On voit immédiatement que les deux nombres proposés sont divisibles par 2 ; les quotients de ces nombres divisés par 2 sont

$$(1) \quad 89\,686\,660, \quad 6\,210\,897.$$

On voit facilement que le premier de ces nombres est divisible par 20, le second par 3 et par 11 ; en divisant le premier par 20, le second par 3 et le quotient ainsi obtenu par 11, on obtient les quotients

$$(2) \quad 4\,484\,333, \quad 188\,209.$$

Il est évident que le PGCD des nombres (1) est le même que celui des nombres (2).

Alors je commence comme l'indique la règle connue. Le quotient est 23, le reste est 155 526. Or ce reste est divisible par 6 ; pour continuer le calcul, au lieu de prendre pour diviseur ce reste, je prends le quotient 25 921 obtenu en divisant 155 526 par 6. Le quotient est 7, le reste est 6762. Or ce reste est divisible par 6 ; pour continuer le calcul,

au lieu de prendre pour diviseur ce reste, je prends le quotient 1127 obtenu en divisant 6762 par 6. Le quotient est 23, le reste est 0.

Dans la pratique, il suffit de faire le *Tableau II*.

Tableau II

	23	7	23
4484333	188209	25921	1127
720153	6762	3381	
155526		0	

Le PGCD cherché est $2.1127 = 2254$.

4. On peut souvent simplifier plus encore en remplaçant les restes obtenus après chaque chiffre mis au quotient par le nombre obtenu en divisant ces restes par 2, 3, 5 ou 11, si cela est possible.

On a divisé 720153 par 9 et 28175 par 25 (*Tableau III*).

Tableau III

	20	2	71
4484333	188209	80017	1127
720153	28175	1127	
		0	

Si l'on peut diviser un tel reste partiel par un nombre premier autre que 2, 3, 5 ou 11, il faut voir si le diviseur en question l'admet comme facteur; si cela a lieu, on divise le reste partiel et ce diviseur par ce nombre premier. Il faut multiplier le PGCD que l'on trouve par le produit de tous les facteurs communs aux deux nombres et enlevés au début et dans le cours de l'opération.

III

Sur une Détermination rapide de l'entier du quotient de $10^m : D$.

1. Supposons que

$$10^x < D < 10^{x+1},$$

α ayant les valeurs 1, 2, ... Les α premiers chiffres du quotient de $10^m : D$ sont des 0.

Je suppose que ces α 0 soient écrits en avant du chiffre supérieur à 0 obtenu en divisant 10^{2+1} par D .

L'entier du quotient de $10^n : D$, $n > \alpha$, est formé d'une première suite de n chiffres, les α premiers à gauche étant des 0. Soit R_1 le reste de $10^n : D$.

Lorsque l'on divise 10^{2n} par D , l'entier du quotient est formé d'abord par la suite précédente de n chiffres, puis par une autre suite aussi de n chiffres; cette dernière suite est le quotient de $10R_1 : D$. Soit R_2 le reste de $10^{2n} : D$ ou de $10^n R_1 : D$.

J'appelle *segment* de l'entier du quotient de $10^{2n} : D$ chacune des deux suites précédentes. Soient S_1 et S_2 ces deux segments.

2. De

$$10^n = DS_1 + R_1,$$

on tire

$$(1) \quad 10^n R_1 = DS_1 R_1 + R_1^2.$$

Or, en divisant $10^n R_1$ par D , on a

$$(2) \quad 10^n R_1 = DS_2 + R_2.$$

Deux cas se présentent en comparant les égalités (1) et (2).

$$1^\circ \text{ Si } R_1^2 < D,$$

on trouve

$$S_2 = S_1 R_1, \quad R_2 = R_1^2.$$

$$2^\circ \text{ Si } R_1^2 \geq D,$$

on trouve, en désignant par $\mathcal{E}(N : D)$ et $\mathcal{R}(N : D)$ l'entier et le reste du quotient de $N : D$,

$$S_2 = S_1 R_1 + \mathcal{E}(R_1^2 : D), \quad R_2 = \mathcal{R}(R_1^2 : D).$$

3. Dans le cas 1° , si $\beta > 2$, quand

$$R_1^\beta < D \leq R_1^{\beta+1},$$

on considère des segments $S_3, S_4, \dots, S_{\beta+1}$ ayant chacun n chiffres. Alors

$$\begin{array}{ll} S_3 = S_1 R_1^2, & R_1^3 < D, \\ \dots & \dots \\ S_\beta = S_1 R_1^{\beta-1}, & R_1^\beta < D, \\ S_{\beta+1} = S_1 R_1^\beta + \mathcal{E}(R_1^{\beta+1} : D), & R_{\beta+1} = \mathcal{R}(R_1^{\beta+1} : D). \end{array}$$

4. Dans le cas 2° , on considère le segment S'_1 formé par l'ensemble des deux segments S_1 et S_2 écrits bout à bout, dans leur ordre; S'_1 a $2n$ chiffres; on calcule, comme précédemment, le segment S'_2 qui a aussi $2n$ chiffres. Et ainsi de suite.

5. Par suite, après avoir calculé un premier segment de l'entier du quotient de $10^n : D$, on peut obtenir successivement d'autres segments par un petit nombre de multiplications, dont les multiplica-

teurs sont inférieurs à D , et de divisions, dont le dividende est faible.

Il est à peine utile de dire que, au point de vue de la plus grande rapidité des calculs, il est avantageux d'arrêter le premier segment à un chiffre auquel correspond un reste notablement inférieur au diviseur.

6. Soit à trouver l'entier du quotient de $10^m : 757$.

Partant de

$$S_1 = 0001321, \quad R_1 = 3,$$

on trouve successivement

$$\begin{aligned} S_2 &= S_1 R_1 = 003963, & R_2 &= 3^2 = 9, \\ S_3 &= S_2 R_1 = 011889, & R_3 &= 3^3 = 27, \\ S_4 &= S_3 R_1 = 035667, & R_4 &= 3^4 = 81, \\ S_5 &= S_4 R_1 = 107001, & R_5 &= 3^5 = 243, \\ S_6 &= S_5 R_1 = 321003, & R_6 &= 3^6 = 729. \end{aligned}$$

On pourrait encore écrire

$$\begin{aligned} S_7 &= S_6 R_1 + \mathcal{E}(3^7 : 757) \\ &= 963011, \quad R_7 = 673; \end{aligned}$$

Mais, remarquant que le nombre formé en écrivant les 6 premiers segments bout à bout, dans leur ordre, est périodique, on ne détermine pas S_7 . La période a 26 chiffres; elle est l'entier du quotient de $10^{26} : 757$. Le reste est 1.

7. Soit à trouver l'entier du quotient de $10^m : 496$.

Partant

$$S_1 = 002, \quad R_1 = 8,$$

on trouve

$$\begin{aligned} S_2 &= 016, & R_2 &= 64, \\ S_3 &= 128 + 1 \\ &= 129, & R_3 &= 16. \end{aligned}$$

Prenant alors comme nouveau premier segment

$$S'_1 = 002016129, \quad R'_1 = 16,$$

on trouve

$$\begin{aligned} S'_2 &= 032258064, & R'_2 &= 256, \\ S'_3 &= 516129024 + 8 \\ &= 516129032, & R'_3 &= 128. \end{aligned}$$

Remarquons que le nombre formé en écrivant les trois segments S'_1 , S'_2 et S'_3 bout à bout, dans leur ordre est périodique. La période part du 7^e chiffre et elle a 15 chiffres. Le nombre formé par les 6 chiffres de la partie non périodique et par la première période est l'entier du quotient de $10^{21} : 496$. Le reste est 64.

8. L'emploi des restes négatifs conduit à une petite complication

pour déduire un segment du précédent. D'ailleurs, il est inutile d'en faire usage. En effet, supposons obtenu un premier segment de n chiffres, que le reste correspondant au dernier de ces chiffres soit $-\rho$ et que $\rho^2 < D$. Au dernier chiffre du second segment de n chiffres correspondra un reste égal à $(-\rho)^2$, c'est-à-dire un reste positif ρ^2 . On pourra avantageusement prendre pour segment S_1 le nombre de $2n$ chiffres formé par les 2 segments précédents et obtenu par la division.

Soit, par exemple, $D = 1087$. On a $s_1 = 00091$, $r_1 = 1083$; le reste négatif est -4 . Bien que $(-4)^2 < D$, on n'emploie pas le segment s_1 . On sait que, après un second segment de 5 chiffres, on aura le reste $r_2 = (-4)^2 = 16$. On cherchera donc par la division $S_1 = 0009199632$.

9. Il est facile de voir ce que l'on ferait, d'après ce qui précède, pour trouver l'entier du quotient de $N.10^m : D$.

SUR UNE SERIE D'EMBRYONS MONSTRUEUX PROVENANT DE POULES PRIMIPARES

(avec 16 microphotographies).

par Jan TUR.

C'est un fait bien connu de tous les éleveurs que celui d'une incapacité évolutive des œufs provenant des jeunes femelles d'oiseaux primipares, et surtout des œufs pondus au commencement de la première ponte. J'ai eu moi-même trois fois l'occasion d'étudier des séries d'embryons provenant de telles pontes, et c'étaient bien mes récoltes tératologiques les plus abondantes. Pour la première fois en 1901, j'ai obtenu une série d'embryons issus d'œufs de jeunes poules élevées au Laboratoire. Ces embryons m'ont fourni des cas très intéressants, des déviations assez graves et profondes dans la formation de la ligne et gouttière primitives; j'en ai publié la description (I). Puis, en 1906, une autre série d'œufs, de jeunes poules également, m'a donné plusieurs embryons anormaux, surtout atteints de Cyclocéphalie et aussi quelques anidiens de diverses espèces. Cette année, grâce à l'obligeance de M. R. Schönfeld, propriétaire d'un établissement d'incubation artificielle et d'élevage d'oiseaux domestiques à Długie (gouvernement de Piotrków), j'ai eu l'occasion de répéter les observations de même genre. Je tiens à remercier vivement M. Schönfeld pour son amabilité et pour les soins personnels qu'il a bien voulu donner à ce que le transport des œufs s'effectuât dans les meilleures conditions.

Dans cette nouvelle série d'œufs de primipares j'avais en vue d'étudier les déviations organogéniques, et c'est pour cette raison que j'avais poussé la durée de l'incubation au delà des stades de la ligne et gouttière primitive, sur lesquels je m'arrêtais en 1901. Il s'agissait d'essayer s'il serait possible d'établir un « type » tératologique plus ou moins constant pour les germes de primipares, se répétant dans la série des pontes successives. Or, les monstruosité de

la ligne primitive sont en général, jusqu'à présent, trop peu étudiées et ne présentent pas de cadres bien tranchés, comme, par exemple, la Cyclocéphalie, l'Omphalocéphalie et les autres. Ainsi j'ai adopté pour cette série une durée d'incubation de 43-48 heures.

J'ai reçu de M. Schönfeld trente-deux œufs provenant de douze poules différentes. Tout ce matériel fut transporté immédiatement après la ponte (excepté les cas où M. Schönfeld m'envoyait les œufs incubés préalablement pendant *quelques jours* dans sa couveuse), et avec les plus grandes précautions — au Laboratoire zootomique de l'Université, et après deux jours de « repos » — à la température ordinaire de laboratoire (13° R. environ) — (ce qui est nécessaire, afin que les germes puissent se reposer des secousses du transport, si minimes qu'elles aient été¹) — puis mis en incubation dans la couveuse artificielle chauffée à 39-40° C., ce qui est la température la plus favorable au développement normal de l'œuf de la poule.

Les résultats étaient tout à fait surprenants : j'ai obtenu une série très intéressante de monstres, dont l'ensemble paraît démontrer deux points principaux : d'une part, une tendance très fortement prononcée des germes de « primipares » au développement anormal (26 monstres et 6 seulement *plus ou moins* « normaux ») ; d'autre part, l'existence de « types » tératologiques les plus variés. Je suis donc porté à conclure, — avec une restriction bien naturelle, concernant le nombre assez limité des cas en question, — que si les embryons de tels œufs paraissent montrer en général une stabilité morphogénique très faible, il serait néanmoins assez difficile d'attribuer à n'importe quel type tératologique une prépondérance quelconque vis-à-vis des autres. Les monstruosité les mieux représentées étaient, dans cette série : la Cyclocéphalie (Platyneurie totale), l'Omphalocéphalie, l'Anidie du type « zonal » (ordinairement très rare !) et enfin, l'absence ou malformations des protovertèbres. Comme on le voit, il est impossible de traiter, d'une façon détaillée, les monstruosité aussi hétérogènes, dans un exposé d'ensemble : leur analyse approfondie trouvera sa place dans les travaux concernant chaque genre de ces anomalies séparément, et qui sont en préparation. Ici, je me bornerai à une brève description de ces monstruosité, en indiquant surtout la succession des œufs, — dans les cas où j'avais une série strictement déterminée de pontes successives.

(1) Les œufs étaient soigneusement emballés dans du papier, suivant le procédé constamment employé par M. Schönfeld pour les envois des œufs destinés à l'incubation. Le pourcentage d'éclosions était toujours très élevé, ce qui prouve le mieux la suffisance des procédés d'emballage et de transport.

1. Poule N° 607¹. — I. Œuf pondu le 6/III 07. C'était le premier œuf de cette poule primipare. M. Schönfeld l'a mis dans sa couveuse artificielle sur place; après avoir été miré à la fin du septième jour d'incubation, l'œuf fut mis à part, comme ne montrant pas de signes de la circulation extra-embryonnaire, puis, transporté immédiatement à Varsovie, il était ouvert le soir même. Fixation : acide azotique à 3% pendant une 1/2 heure et puis le liquide de Rabl pendant 15 minutes².

Le blastoderme a envahi toute la surface du jaune. L'aire vasculaire mesure 34 mm. en longueur et 28 mm. en largeur.

Les îlots sanguins, pour la plupart séparés, n'ont pas constitué un réseau régulier et perméable. Sinus terminal n'est développé que d'une façon très faible. Avant la fixation on ne pouvait pas observer



Fig. 1. — Poule n° 607, œuf 1. Photographie prise du côté dorsal à la lumière réfléchie. Grossi 2 fois environ.

la coloration rouge du sang, ce qui doit être attribué, probablement, à la décomposition *post mortem*.

Au centre de cette aire vasculaire anormale (à comp. fig. 1) se

(1) Les numéros des Poules — en partant de 600 — désignent les individus nés en 1906.

(2) Tout mon matériel d'embryologie d'Oiseaux est traité par l'acide azotique à 3 %; le liquide de Rabl n'est employé que dans des cas spéciaux et pour les stades avancés.

trouve un sac à contours irréguliers, représentant l'amnios monstrueux. Les dimensions de celui-ci surpassent sensiblement celles de l'embryon même dont le corps est très réduit. La longueur de l'amnios est de 10 mm. 6, sa largeur de 6 mm. 2 à 4 mm. 2.

Le corps de l'embryon mesure seulement 4 mm. 4 en longueur.



Fig. 2. — Sac amniotique et le corps de l'embryon du même œuf. Microphotographie, prise du côté ventral et à la lumière transmise. (Embryon plongé dans l'alcool à 90°). Grossi 3 fois et 1/2 environ.

Sa largeur est de 4 mm. dans la région thoracique et 1 mm. 6 dans celle de tête (*fig. 2.*).

L'étude des coupes sériées transversales a montré que l'embryon était mort bien avant la fixation, et que le degré de la décomposition qu'il a subi rend presque impossible l'examen de sa structure. Ce n'était plus qu'un amas de débris de cellules à peine reconnaissables, et de détritits indéchiffrables. Néanmoins, dans la partie céphalique du monstre, on peut distinguer, quoique très vaguement, certaines dispositions qui peuvent suggérer l'idée d'un cas de la Cyclocéphalie ; cette hypothèse se trouve contredite par le fait important que l'embryon s'est retourné (à gauche — inversion !) ce qui, d'après Et. Rabaud (II, page 576), ne s'observe jamais chez les vrais Cyclocéphaliens, dont « la face ventrale reste en contact avec le jaune ». Ainsi, nous n'avons qu'à noter ici une évolution bizarre de l'amnios, surpassant de beaucoup les dimensions du corps embryonnaire qui se trouve comme plongé dans un immense sac. Il est à ajouter que les parois du sac amniotique ont conservé très bien leur structure histologique, ce qui prouve qu'elles continuaient à vivre quelque temps après la mort de l'embryon.

II. Œuf de la même femelle, pondu le 6/III, transporté aussitôt au

Laboratoire est incubé pendant 46 heures. Le diamètre total du blastoderme était de 27 mm. Les ébauches de l'aire vasculaire s'étaient développées assez normalement ; on peut seulement indiquer un développement précoce d'ilots sanguins dans la région droite de l'aire transparente. L'embryon était long de 3,44 mm. et pourvu de 5 paires de protovertèbres. Le corps embryonnaire était bien normal, sauf son extrémité céphalique (*fig. 3*) où la gouttière nerveuse était fortement déprimée et comme refoulée en arrière et à droite par le contact des



Fig. 3. — Poule n° 607, œuf II. Microphotographie. Grossi 18 fois.

ébauches cardiaques, qui se sont constituées d'une façon trop précoce et en avant de la tête. J'ai considéré d'abord cet embryon comme un Omphalocéphalien très jeune, et j'ai envoyé sa microphotographie à mon excellent confrère, Et. Rabaud, qui a bien voulu me communiquer ensuite ses observations à ce sujet, en m'indiquant que si la tête vient ici buter *contre* le vaisseau cardiaque ce serait, peut-être, un type nouveau de monstruosité. L'analyse détaillée de ce monstre en coupes sérieées sera publiée dans un travail sur les Omphalocéphaliens.

III. OEuf de la même femelle pondue le 9/III. Durée de l'incubation : 45 heures. Le blastoderme a envahi plus d'un $\frac{1}{3}$ de la surface totale du

jaune ; la position du corps embryonnaire vis-à-vis l'axe de la coquille était anormale : l'axe de l'embryon a dévié à droite suivant un angle de 45° . L'aire vasculaire, fortement développée, constituée par des îlots sanguins d'une taille considérable, entourait l'embryon long de 3,57 mm., pourvu de 8 paires de protovertèbres, dont les antérieures gauches montraient quelques malformations légères. Le tube nerveux était, dans la région de la tête, fortement plissé et contourné régulièrement en forme de S. Quelle que soit la nature précise de cette malformation, qui est encore à étudier, le cerveau de cet embryon est tellement dévié que sa *restitutio ad integrum* me paraît désormais impossible.

Ainsi les embryons provenant de trois œufs successivement pondus par cette poule primipare montrent des malformations incompatibles avec la vie prolongée de l'embryon.

2. Poule N° 604. — I. Œuf pondu le 4/III. Durée de l'incubation : 43 heures. Le diamètre total du blastoderme était ici extrêmement réduit :



Fig. 4. — Poule n° 604, œuf 1. Microphotographie. $\times 18$.

il ne dépassait pas 9 mm. L'embryon, long de 2,34 mm., situé au milieu d'une aire vasculaire avortée, aux îlots sanguins confus et

comme voilés, présentait une accumulation de malformations dont chacune séparément suffirait pour rendre désormais impossible le rétablissement du développement normal. Ainsi ses protovertèbres faisaient absolument défaut : à leur place on ne voyait qu'une lame mésordermique non segmentée (*fig. 4*) et aux contours vagues. Le système nerveux, lui aussi, était le siège d'une monstruosité étrange : dans la région de la tête, les bourrelets cérébraux se terminent brusquement en arrière et se trouvent entourés des deux côtés par les bourrelets nerveux de la partie thoracique de l'embryon, qui, en s'écartant, paraissent comme embrasser la région céphalique. L'ensemble de ces formations donne l'impression que le système nerveux du monstre glissait dans son intérieur, à l'instar de la queue des Rotifères. . . . Cette malformation curieuse mérite un examen détaillé, que je ne manquerai pas de présenter ailleurs.

II. OEuf de la même femelle, pondu le 6/III. Même durée de l'incubation et même réduction de dimension du blastoderme que dans le cas précédent. — L'embryon, long de 3,67 mm., présente aussi les mêmes malformations, la même structure anormale de l'aire vasculaire et l'absence de protovertèbres. Des deux côtés de la région artérielle de l'embryon se dessinent ici deux énormes vésicules cœlomiques, qui étaient un peu moins prononcées dans le cas précédent.

III. OEuf de la même femelle, pondu le 10/III. Je regrette d'ignorer s'il avait été pondu un œuf entre celui-ci et le précédent, de sorte qu'il m'est impossible de préciser si cet œuf était le troisième ou le quatrième de la ponte. Après 46 heures d'incubation, j'ai trouvé un embryon tout à fait *normal*, quoique le diamètre de son blastoderme ne dépassât pas 27 mm. L'aire vasculaire bien développée, au sinus terminal fortement prononcé, entourait un embryon, long de 4,26 mm., avec 14 paires de protovertèbres, pourvu d'un cerveau différencié en vésicules cérébrales et optiques, suivi par un tube médullaire bien normal.

3. Poule N° 615. — J'ai reçu quatreœufs, pondus par cette poule à intervalles irréguliers (ce qui arrive, comme on sait, assez souvent aux poules primipares), et qui m'ont donné des monstres de types très hétérogènes.

I. Premier œuf, pondu le 26/II, incubé pendant 44 heures. Le blastoderme mesurait 27 mm. en diamètre; le corps de l'embryon était orienté vers le bout aigu de la coquille (déviations de 90°); il était long de 3 mm., 2, pourvu de 8 paires de protovertèbres, et constitué tout à fait

normalement dans ses régions caudale et thoracique. Sa tête seule était monstrueuse : les lames cérébrales se sont ici accolées l'une à l'autre, comme étant déprimées latéralement, en laissant une fente très étroite et anormalement recourbée. En outre, dans l'aire vasculaire, nous apercevons ici de nombreuses vésicules qui empêchent, évidemment, la formation d'un réseau sanguin normal.

II. Oeuf, pondu le 6/III (second de la ponte). Après incubation de 46 heures j'ai obtenu un germe présentant les malformations très graves et présentant un intérêt théorique important. Le blastoderme mesurait 17 mm. 5 suivant le petit axe de la coquille, et 19 mm. 5 dans le sens transversal. Son centre était occupé par une aire transparente, allongée suivant le plus grand diamètre du blastoderme. En examinant l'embryon pendant la fixation, avant que le blastoderme fût détaché du jaune, j'ai reconnu, dans la partie de l'aire transparente tournée à gauche, la présence d'un trou légèrement allongé, par



Fig. 5. — Poule n° 615, œuf III. Microphotographie prise à la lumière réfléchie (blastoderme non coloré, plongé dans l'alcool à 90°). Grossi 14 fois 1/2 environ.

lequel on voyait immédiatement la surface du jaune à travers la membrane vitelline. L'examen de ce blastoderme, détaché du jaune, a

montré, qu'en effet, nous avons ici un cas particulier et des plus remarquables de cette forme curieuse de l'évolution anidienne, désignée par G. Loisel sous le nom de « blastoderme zonal » (III). Seulement, dans le cas en question, le trou central n'a envahi, en s'élargissant progressivement, qu'une région assez limitée du blastoderme (*fig. 5*), laissant même une partie de l'aire transparente intacte. En jugeant par son aspect, c'était bien la partie *antérieure* de l'aire transparente. Elle contenait quelques épaississements qui, du reste, ne représentent guère de traces comparables aux rudiments du corps de l'embryon. Les bords internes du trou central étaient un peu épaissis et arrondis dans tout son parcours ; dans la moitié postérieure du trou se sont disposées des agglomérations d'éléments d'aspect parablástico du genre de ceux que je viens de décrire (IV) sous le nom de « parablástico sous-germinal ». Ces éléments parablásticos se groupent autour des bords du trou central dans ses parties latérales et postérieures, en s'étirant en forme de prolongements, dont l'un, très fort, traverse le trou central en unissant ses bords opposés. La longueur de l'aire transparente (le trou central compris) était de 4,3 mm., sa largeur de 2,48 mm. Le trou central mesurait 2,6 mm. en longueur et 2,06 mm. en largeur.

III. L'œuf, pondu le 8/III, fut mis en incubation par M. Schönfeld pendant 7 jours ; il m'a été envoyé comme « clair ». J'y ai trouvé des traces de l'aire vasculaire composée par des îlots non réunis et les débris du corps de l'embryon, mais celui-ci était mort et dans un état de décomposition si avancée qu'il me fut impossible d'en faire un examen sérieux.

IV. Oëuf, pondu le 17/III et incubé pendant 48 heures. Le Blastoderme a envahi plus d'un tiers de la surface totale du jauné. L'embryon, situé au centre de l'aire vasculaire normalement développée, présentait un cas très typique d'Omphalocéphalie. Malheureusement, cet embryon a péri dans un accident de laboratoire avant le montage dans le baume de Canada.

4. Poule N° 619. — De cette poule j'ai obtenu une série très longue et complète, présentant une curieuse intermittence d'un arrêt total du développement et d'embryons presque normaux, montrant des variations légères, tout à fait compatibles avec l'achèvement normal de l'évolution.

Les œufs : I, pondu le 28/II, — II, le 3/III, — III, le 5/III, après 43 heures $\frac{1}{2}$ d'incubation, m'ont donné des blastodermes à peine

plus grands en diamètre que ceux de l'œuf fraîchement pondu et non incubé : leurs diamètres ne dépassaient guère 5 mm. Toutefois, ce n'étaient pas des blastoderms dits « parthénogénétiques », mais des germes dont le développement s'est *arrêté* de très bonne heure et dans le sens le plus complet du mot, c'est-à-dire au point de vue de la croissance et des différenciations embryogéniques. (V.) On serait tenté de dire que cela est bien la forme extrême de l'anidie embryonnaire.

IV. Œuf pondu le 6/III et incubé, comme les précédents, pendant 43 heures et demie. A première vue, il était facile de confondre cet embryon avec les trois précédents, mais un examen plus attentif nous montre qu'ici les processus évolutifs ont déjà abouti à la formation d'une ébauche, quoique très incomplète, des premiers linéaments

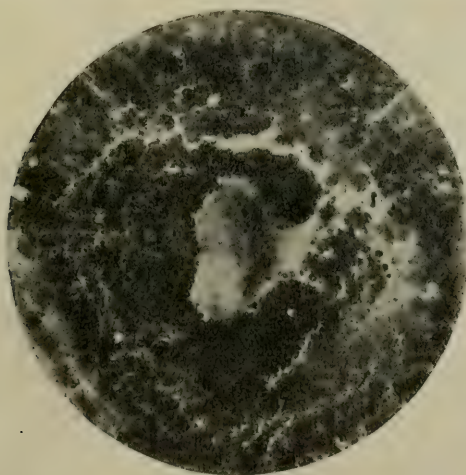


Fig. 6. Poule n° 619, œuf IV. Microphotographie. $\times 18$.

de l'embryon. Mais c'est tout : l'aire transparente, très réduite, longue de 1 mm. 1 et large de 0 mm. 825, porte une trainée plus sombre de l'ectoderme épaissi — la ligne primitive avortée. En avant de celle-ci, on voit deux épaississements courts et symétriques, qu'on pourrait, peut-être, considérer comme les lames médullaires réduites. Les dimensions du blastoderme étaient de 4 mm. 6. et de 3 mm. 85 (fig. 6).

V. Œuf pondu le 9/III. Durée de l'incubation 44 heures. Le diamètre du blastoderme, 19 mm. seulement. Le corps de l'embryon

occupait sur ce blastoderme une place inaccoutumée : il était comme repoussé en arrière, de sorte que la distance entre le bord postérieur de son aire transparente et le bord correspondant de la périphérie du blastoderme était de 4 mm. 2 seulement.

L'embryon, entouré par une aire vasculaire très faiblement prononcée, composée d'îlots sanguins épais, mais peu nombreux, sans



Fig. 7. — Poule n° 619, œuf V. Micrographie. $\times 18$.

anastomoses, était long de 2 mm. 8., portait les lames médullaires bien développées et une ébauche de l'intestin céphalique bien marquée (fig. 7). Deux ou trois paires de protovertèbres, au début de la différenciation, mais peu distinctes. Cet embryon, que nous devons classer parmi les normaux, était pourvu d'une formation curieuse et peu ordinaire : dans la partie postérieure de son aire transparente, il y avait comme un « pont » de rempart vitellin, qui séparait l'aire transparente principale d'une aire accessoire, beaucoup plus petite, pourvue d'un épaissement central en forme de nœud, dont l'indépendance de la partie caudale de la ligne primitive de l'embryon était bien évidente. C'est là, une forme très rare d'une formation n'apparaissant chez les embryons de la poule qu'exceptionnellement, et qui peut être

rattachée à ces cas de « nœuds », auxquels Rückert (VI, VII) a récemment attribué un rôle si important dans la formation des premières ébauches de l'aire vasculaire.

VI. OEuf pondu le 12/III et incubé pendant 44 heures. Un germe frappé d'un « arrêt » complet, très précoce, et comparable aux embryons I, II, et III de la même série.

VII. OEuf pondu le 15/III Incubé pendant 44 heures. Diamètre du blastoderme, 27 mm. L'embryon tout à fait normal, long de 4 mm 5/4, pourvu de vésicules cérébrales, optiques et auditives muni de 16 paires de protovertèbres, logeait au milieu d'une aire vasculaire très fortement développée, à sinus terminal bien constitué. Les ilots sanguins, constituant des vaisseaux perméables, contenaient déjà le sang coloré en rouge. Il est à noter que les ilots et les vaisseaux en voie de formation possédaient ici un calibre très fort, ce qui, peut-être, n'est pas sans importance pour l'explication d'une anomalie de l'aire vasculaire que nous trouverons chez l'embryon suivant.

VIII. OEuf pondu le 17/III, incubé pendant 48 heures. Le blastoderme

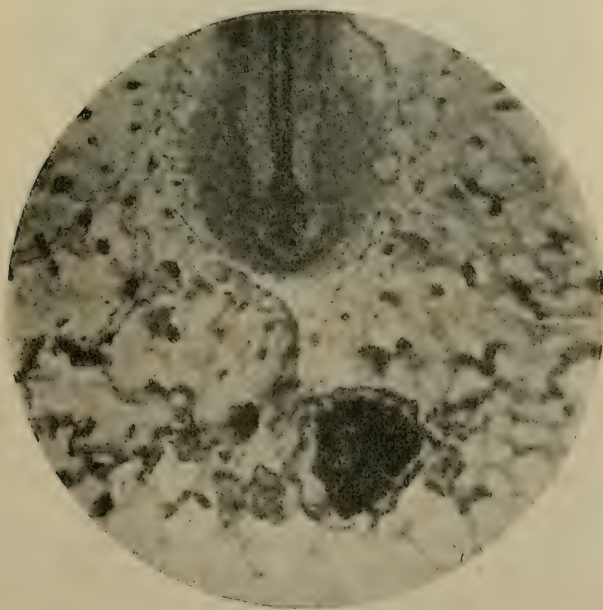


Fig. 8. — Poule n° 619, œuf VIII. Partie caudale de l'embryon et la lacune hypertrophiée dans l'aire vasculaire. Microphotographie. Grossi 18 fois.

a envahi presque la moitié de la surface totale du jaune. — Position de l'embryon déviée à droite à 45° . Embryon tout à fait normal, long de 5 mm 5, avec 20 paires de protovertèbres. L'aire vasculaire montrait, avant la fixation, la coloration rouge du sang, surtout dans son sinus terminal. Les vaisseaux étaient ici — encore plus que chez l'embryon précédent — d'un calibre qui surpassait sensiblement le calibre ordinaire des vaisseaux de ce stade. Cette augmentation du diamètre des vaisseaux a abouti même, dans un seul endroit, à la formation d'une lacune (*fig. 8*) remplie de sang et des dimensions inaccoutumées. Déjà, pendant la fixation de cet embryon, mon attention fut attirée par une grande tache d'un rouge foncé, située en arrière et un peu à droite de l'extrémité caudale de l'embryon et faisant une saillie du côté ventral du blastoderme.

C'était une énorme lacune, ne communiquant pas avec les vaisseaux



Fig. 9. — Microphotographie d'une coupe transversale, menée par la lacune de la figure précédente. Grossi 50 fois.

voisins, mesurant 1 mm 1 en diamètre et contenant un amas de globules rouges. Les dimensions de cet amas étaient 0 mm 98 et 0 mm 87. Cette lacune était éloignée de 1 mm. 1 du téloblaste de l'embryon et de 1 mm. 4 du sinus terminal.

Les coupes sériées, menées transversalement au corps de l'embryon, ont montré que cette lacune vasculaire (*fig. 9*) avait 0 mm. 5 environ en épaisseur, et l'amas de corpuscules rouges de 0 mm. 35. Je n'ai jamais observé jusqu'ici de telles lacunes anormales; elles ne sont dues, évidemment, à aucune sorte d'embolie, mais présentent un

élargissement spontané, produit par une hyperprolifération localisée dans un îlot sanguin primitif. Ce n'est pas — selon toute évidence — une malformation capable d'influencer d'une façon fâcheuse le cours ultérieur du développement. Ainsi nous devons compter cet embryon parmi les rares « normaux » de notre série.

5. Poule n° 620. — I. Premier œuf, pondu le 4/III, incubé pendant 43 heures. Blastoderme aux dimensions très réduits : long de 12 mm. et large de 10,5 m. Aire vasculaire aux îlots évidemment arrêtés et dont l'aspect rappelle celui des embryons I et II de la série 2. Le corps



Fig. 10. — Poule n° 620, œuf 1. Microphotographie. $\times 18$.

embryonnaire, long de 2 mm. 53 est entièrement dépourvu de protovertèbres (*fig. 10*) et ses lames médullaires, — aboutissant à la tête arrondie et sans traces des différenciations cérébrales — ont des contours très vagues et comme se dissolvant. En somme, cet embryon rappelle, à s'y méprendre, quelques-uns de mes embryons obtenus à l'aide des rayons du radium (VIII). Je dois ajouter que, jusqu'ici, je n'ai jamais obtenu de malformations de ce genre au cours de l'incubation normale.

II. Œuf pondu le 6/III. Même durée de l'incubation et même réduc-

tion des dimensions du blastoderme (12 mm. et 10 mm) ; toutefois on peut remarquer qu'il y avait ici une « tendance » de la part du bord externe du blastoderme à poursuivre le cours de son accroissement normal : autour de ce bord périphérique de l'aire opaque on apercevait une zone, rappelant l'aspect des bords périphériques des blastodermes de certains anidiens : c'est le parablaste qui se différencie sans le concours de l'ectoderme. Le diamètre de notre blastoderme, cette zone d'accroissement secondaire comprise, était de 24 mm.

Le corps de l'embryon, long de 3 mm.025 et entouré d'une aire vasculaire semblable à celle de l'embryon précédent, était pourvu de rangées de protovertèbres à peine reconnaissables et d'un fort amas ectodermique dans le téloblaste. Les ébauches cardiaques étaient ici presque normalement développées.

Les deux embryons de cette série étaient ainsi, presque au même titre, incapables d'un rétablissement du développement ordinaire.

6. Poule n° 621. — Un seul œuf, le premier d'une poule primi-



Fig. 41. — Poule n° 521 ; embryon platyneurique. Microphotographie. $\times 48$

pare, qui, depuis, a cessé de pondre. Pondue le 4/III, incubé pendant

46 heures. Le diamètre du blastoderme était de 2½ mm. L'embryon, situé au centre d'une aire vasculaire, montrant quelques anomalies d'importance secondaire, présentait un très bel exemple de *platyneurie totale*, c'est-à-dire de cette monstruosité singulière que je viens de signaler récemment (IX), et qui consiste en la propagation du processus cyclocéphalien [développement diffus du système nerveux en une lame largement étalée — Et. Rabaud (II)] — sur toute la longueur du corps de l'embryon. Celui-ci était, dans ce cas, long de 3 mm. 3 (les restes de la ligne primitive comprise), et la largeur de la lame nerveuse platyneurique était de 0 mm. 87 dans la région céphalique et de 0 mm. 74 dans celle des protovertèbres (*fig. 11*). Celles-ci, — comme il advient toujours — d'après mes observations — quand le processus platyneurique se propage vers la région thoracique — présentaient une différenciation dans la direction transversale, compliquée dans le cas présent par des courbures étranges. En outre, deux des protovertèbres, éloignées des autres, s'étaient disposées sur la ligne médiane — au-dessous de la corde dorsale, ce que j'ai déjà observé une fois (op. cit. page 8, *fig. 7* et 8).

7. Poule N° 622. — Deux œufs, pondus successivement à un intervalle de 12 jours.

I. Premier œuf, pondu le 5/III, incubé pendant 46 heures. Un cas très typique et remarquable de « blastoderme zonal » (III), ressemblant à beaucoup d'égards à celui de Loisel : l'anneau blastodermique entourait un trou central, au centre duquel on apercevait une tache blanchâtre de 3 mm. 5 de diamètre, présentant l'aspect d'une « cicatricule parthénogénétique » (?). Les dimensions de tout le blastoderme étaient de 22 mm. et de 21 mm., les diamètres du trou central de 14 mm. 5 et de 12 mm. 2. La largeur de l'aire opaque variait de 7 mm. 7 à 2 mm. 7, car celle-ci était plus élargie au voisinage de la tache centrale et même s'étendait vers celle-ci en forme de promontoire. Pas de trace quelconque des restes de l'aire transparente ni de l'aire vasculaire.

II. Œuf pondu le 17/III. 48 heures d'incubation. Le blastoderme a envahi juste la moitié de la surface du jaune, en s'étendant jusqu'au niveau de l'insertion des chalazes. Aire vasculaire normale, montrant la coloration rouge dans les vaisseaux. L'embryon, long de 6 mm. et avec 20 paires de protovertèbres était parfaitement normal.

8. Poule N° 623. — Cette poule m'a donné une série de trois

embryons, tous gravement monstrueux, mais chacun d'eux présentant un type particulier de malformation, sans aucune parenté réciproque. Il est à noter qu'entre le premier œuf et les deux suivants il y avait 12 jours d'intervalle.

I. Premier œuf, pondu le 6/III, incubé pendant 43 heures. Le blastoderme long de 18 mm. et large de 16 mm. (au début de la fixation ; après l'inclusion dans le baume de Canada — 16 mm. et 15 mm). La structure de l'aire vasculaire, aussi bien que celle du corps de l'embryon rappelait exactement celle de l'embryon N° 1 de la poule N° 620 — aux protovertèbres diffus et à peine reconnaissables. La longueur de l'embryon était de 2 mm. 25.

II. OEuf pondu le 18/III, incubé pendant 44 heures. Diamètre total du blastoderme, 25 mm. L'axe de l'embryon a dévié à droite suivant un angle de 90°, de la position normale sur le jaune. L'aire vasculaire, assez normale avec les premiers vestiges de la formation du sinus terminal, entourait l'aire transparente. Le corps embryonnaire montrait



Fig. 12. — Poule n° 623, œuf II. Microphotographie. $\times 18$.

un retard assez sensible comparativement à l'état des ébauches vasculaires ; il n'a pas dépassé le stade des premières ébauches des lames

nerveuses, prononcées à une courte distance en avant du nœud de Hensen (*fig. 12*). En outre, le long de cet embryon on voit trois *plis* d'une nature étrange, qui se sont disposés transversalement et un peu obliquement. Le premier de ces plis s'est logé juste au niveau du repli proamniotique et, probablement, ne représente qu'une exagération de celui-ci; le second s'applique du côté droit juste au niveau du nœud de Hensen et affecte la disposition d'une gouttière primitive accessoire; enfin le troisième pli croise la gouttière primitive en son tiers postérieur, ressemblant à une formation de ce genre décrite par A. Banchi (X — Tar. IV, *fig. 75*). Je compte soumettre cet embryon curieux à une analyse détaillée dans un autre travail.

III. OEuf pondu deux jours après le précédent. Incubation pendant 44 heures. Diamètre du blastoderme, 31 mm. Un cas très typique de Platyneurie (Cyclocéphalie) totale — prononcée sur toute l'étendue



Fig. 13. — Poule n° 623, œuf III. Platyneurie. Microphotographie. $\times 18$.

du corps de l'embryon, et accompagnée par un dédoublement latéral des protovertèbres très accentué (*fig. 13*).

Ainsi toute cette série a donné des monstres incompatibles avec le rétablissement du cours normal du développement,

9. Poule N° 608. — Un seul œuf incubé pendant 46 heures, m'a donné un embryon long de 3 mm. 16 et pourvu de 12-13 paires de protovertèbres, entouré par l'aire vasculaire aux malformations insignifiantes. Le corps de l'embryon portait les ébauches cardiaques normalement constitués. C'est la tête seulement qui était fortement malformée : le tube nerveux, dans la partie céphalique, était contourné et plissé plusieurs fois d'une façon bien étrange, mais ne rappelant aucun des types monstrueux connus. L'étude détaillée de ce monstre trouvera sa place dans mon travail traitant les malformations des jeunes stades du développement du système nerveux.

10. Poule N° 625. — Un seul œuf. Incubation pendant 44 heures. Diamètre du blastoderme, 3½ mm. environ, ce qui est bien normal.

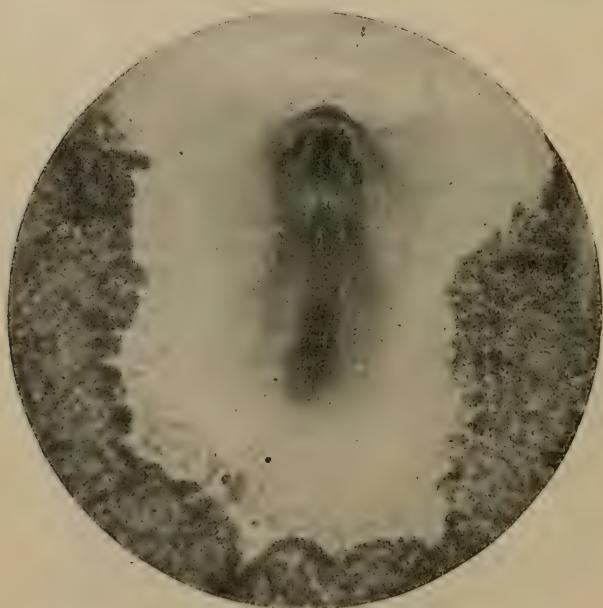


Fig. 14. — Poule n° 625. Microphotographie. $\times 18$.

L'aire vasculaire normale. L'embryon, long de 2 mm. 3, était atteint d'une malformation que je n'ai jamais observée jusqu'ici (*fig. 14*).

A première vue, l'embryon pouvait être considéré, comme atteint simplement de Platyneurie totale : la lame nerveuse étalée, mesurait 0 mm. 69 en largeur. Dans la région antérieure du monstre, pourvue d'une ébauche de l'intestin céphalique assez bien prononcée,

les bords de la lame platyneurique se montraient sensiblement épaissis et même comme soulevés en festons irréguliers, affectant la disposition métamérique. Mais, outre cela, sur la ligne médiane de cette lame nerveuse étalée — dans la même région céphalique, se dressent les deux autres bourrelets médullaires, très rapprochés l'un de l'autre et rappelant assez exactement la disposition normale de l'ébauche nerveuse dans cet endroit. L'ensemble donne l'impression d'une lame platyneurique étalée au milieu de laquelle se serait produit une différenciation nerveuse normale....

11. Poule N° 653. — I. Œuf pondu le 9/III, incubé pendant 45 heures. Diamètre du blastoderme, 33 mm. Embryon disposé transversalement sur le jaune, la tête à droite. Dans la partie postérieure de l'aire vasculaire on apercevait, avant la fixation, la coloration jaunâtre



Fig. 15. — Poule n° 653, œuf I. Platyneurie. Microphotographie. $\times 18$.

du sang. Embryon long de 3 mm. 57 et à corps courbé dans la région des protovertèbres, atteint de Platyneurie totale (*fig. 15*), quoique l'étalement de la lame platyneurique ne fut pas ici trop exagéré : sa largeur ne dépassait pas 0 mm. 63 dans la région de la tête. Parallèlement à cet étalement peu sensible, quoique très typique, de

la lame nerveuse — les protovertèbres s'étaient ici *allongées* dans le sens transversal, mais sans se dédoubler.

II. Oeuf pondu le 13/III, incubé pendant 45 heures. Un très beau cas d'anidie « zonale » (fig. 16). L'anneau blastodermique, un peu élargi dans la région tournée vers le bout aigu de la coquille, mesurait

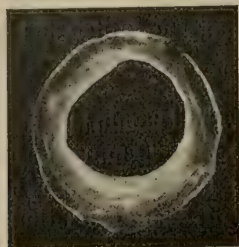


Fig. 16. — Poule n° 653, œuf II. Blastoderme zonal détaché du jaune (où est resté la tache centrale). Photographie prise à la lumière réfléchie (blastoderme non coloré et plongé dans l'alcool à 90°). Grandeur naturelle.

28 mm. en longueur et 25 mm. en largeur ¹. Les dimensions correspondantes du trou central étaient de 16 mm. et de 15 mm. 5. Le bord plus épais de l'anneau blastodermique était large de 8 mm. 5 et le bord opposé à celui-ci de 5 mm. Dans le trou central, à une distance de 5 mm. du bord interne le plus élargi de l'anneau blastodermique, se trouvait sur la surface du jaune une tache blanche, de 2 mm. 9 en diamètre, entourée par une zone blanchâtre, dont le diamètre total était de 5 mm. J'ai fixé cette « cicatrice parthénogénétique » à l'aide du liquide de Rabl, et, malgré l'extrême fragilité de cette formation, j'ai réussi à la débiter en coupes sériées. Sa structure ne ressemblait en rien à celle de la cicatrice inféconde : c'était un amas de détrit, provenant évidemment de la décomposition de la partie centrale du blastoderme, qui a été atteinte par des processus nécrotiques localisés, qui ont provoqué la formation de l'anidie « zonale » (XI).

Je dois mentionner encore une particularité de ce blastoderme, que je n'ai pas rencontrée jusqu'ici chez les anidiens zonaux spontanés, obtenus par la voie de l'incubation normale : le bord interne de l'anneau blastodermique, à l'endroit où il était plus large, était garni d'une région

(1) Ce sont les mensurations, prises sur le germe immédiatement après qu'il fut plongé dans le liquide fixateur (acide nitrique à 3 %). Après la fixation et le montage dans le baume de Canada, il y avait, comme toujours, un léger resserrement du blastoderme.

en forme de croissant, longue de 9 mm. environ et large de 1 mm., où se présentaient des traces non équivoques d'une aire vasculaire, refoulée par l'élargissement progressif du trou central. On voit ici les îlots sanguins très forts, remplis de corpuscules rouges et s'anastomosant en un réseau tout à fait normal.

12. Poule N° 606. — Premier œuf, pondu le 23/II et incubé pendant 46 heures, m'a donné un blastoderme (qui a envahi plus d'un tiers de la surface du jaune) pourvu d'une aire vasculaire normale et d'un embryon long de 4,3 mm. et avec 11 paires de protovertèbres. Cet embryon, sauf un léger rétrécissement des vésicules cérébrales, accompagné, d'ailleurs, par un développement tout à fait normal des vésicules optiques, ne présentait aucune anomalie. Alors j'ai conseillé à M. Schönfeld de mettre les autres œufs de la même femelle à l'incubation artificielle. Le second œuf, pondu le 1/III, miré après 7 jours d'incubation, s'est montré « clair » : c'était un anidien sans aire vasculaire, d'un diamètre total du blastoderme de 13 mm.

Cette note, n'ayant pour but que d'attirer l'attention des tératogénistes sur les œufs des primipares, est très incomplète, car la plupart des blastodermes monstrueux, dont j'ai décrit ici la configuration *in toto* n'ont pas encore été examinés sur des coupes sériées. ce qui est indispensable et que je compte faire pour chaque type monstrueux.

En résumant les faits qui viennent d'être ici brièvement exposés, je crois que leur ensemble nous permet de conclure à l'extrême instabilité morphogénique des œufs de poules primipares, au moins au début de la première ponte. Il est à noter que les œufs pondus dans le même temps que ceux qui ont servi d'objet pour cette note, mais qui provenaient de poules plus âgées, mises en incubation artificielle par M. Schönfeld au commencement de Mars, ont donné des résultats très satisfaisants : à savoir 70 % d'éclosions réussies. De même, douze œufs de ces mêmes poules plus âgées, après avoir subi le même traitement d'emballage, de transport et de « repos », et puis mis en incubation en même temps que les œufs des primipares, m'ont donné *tous* des embryons parfaitement normaux. Ainsi, nous devons conclure que la primiparité est bien un facteur non négligeable de cette série monstrueuse. Évidemment, les vraies causes de cette instabilité évolutive des germes des primipares nous échappent jusqu'ici complètement; la variété et l'hétérogénéité des types monstrueux qui s'y rencontrent ne font qu'obscurcir le problème de ces causes... En tous cas, nous avons ici une indication toute empirique que les œufs

des primipares constituent un matériel qui mérite l'attention des tératogénistes, vu surtout, que ceux-ci sont, malheureusement, jusqu'ici condamnés à chercher les matériaux pour leurs études en se confiant au seul hasard.

Varsovie. *Laboratoire Zootomique de l'Université.*

Mai 1907.

OUVRAGES CITÉS

I. **J. Tur** : « Sur quelques blastodermes monstrueux du poulet. » — Travaux de la Société des naturalistes de Varsovie. 1901.

II. **Etienne Rabaud** : « Recherches embryologiques sur les Cyclocéphaliens. » Journal de l'Anatomie et de la Physiologie. 1901-1902.

III. **G. Loisel** : « Les blastodermes sans embryon ». Comptes rendus de l'Académie des sciences. TC. XXXII. 1901.

IV. **J. Tur** : « Sur le développement anormal du parablaste dans les embryons de la poule (Parablaste sous-germinal). » Bull. de la Société Philomathique. 1906, N° 3.

V. **Etienne Rabaud** : « Fragments de tératologie générale. L'arrêt et l'excès de développement. » Bulletin scientifique de la France et de la Belgique, 1901.

VI. **J. Rückert** : « Ueber die Abstammung der bluthaltigen Gefässanlagen beim Huhn und über die Entstehung des Randsinus beim Huhn und Torpedo. » Sitzungsberichte d. math.-phys. cl. d. Akad. d. Wiss. zu München. 1903.

VII. **J. Rückert** : « Entwicklung der extraembryonalen Gefässe der Vögel » Handbuch d. vergl. u. exp. Entwicklungslehre der Wirbeltiere. v. O. Hertwig. Lief. 27/28. 1906.

VIII. **J. Tur** : « Sur les malformations embryonnaires, obtenues par l'action du radium sur les œufs de la poule. » C. R. des séances de la Société de Biologie. 1904.

IX. **J. Tur** : « Les débuts de la Cyclocéphalie (« Platyneurie embryonnaire ») et les formations dissociées. » Bull. de la Société Philomathique. 1906.

X. **Arturo Banchi** : « Le anomalie della linea primitiva negli embrioni di pollo. » Monitore Zoologico Italiano. A. VIII. N. 3. 1897.

XI. **J. Tur** : « Sur l'origine des blastodermes anidiens zonaux. » Comptes-rendus de l'Académie des Sciences. 6 mai 1907.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 13 juillet 1907.

PRÉSIDENCE DE M. BERTHELOT

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

M. Coutière présente, au nom du Dr Jousseume, un ouvrage intitulé : « De l'attraction et autres joyeusetés de la science ». Cette présentation donne lieu à une échange d'observations entre MM. Coutière et Berthelot.

M. E. Lebon fait une communication sur un moyen de déterminer rapidement le quotient de $\frac{10^m}{D}$.

Séance du 27 juillet 1907.

PRÉSIDENCE DE M. BERTHELOT

Après lecture et adoption du procès-verbal de la précédente séance, M. le président signale, parmi la correspondance, le programme du prochain Congrès des sociétés savantes qui se tiendra à la Sorbonne en 1908. Il annonce, en outre, la mort de M. Ponsot, membre de la société, et rappelle ses principaux travaux.

M. Deschamps analyse un travail de M. de Polignac sur les nombres premiers publié en 1849.

M. Dongier fait quelques remarques au sujet des « Brontidi », bruits sismiques ou atmosphériques, d'après Alippi.

SUR LA MÉTHODE D'ÉRATOSTHÈNE

par M. Joseph DESCHAMPS.

I. — Considérations générales.

La méthode dite *du crible d'Eratosthène* est ordinairement regardée comme ayant pour but la construction des tables de nombres premiers. Ainsi envisagée, elle mérite assurément le reproche grave qui lui est adressée d'être longue dans son exécution et d'exiger des écritures qui sont, non seulement nombreuses, mais encore inutiles, puisqu'elles aboutissent à la suppression de la majorité des nombres écrits. C'est pourquoi on la simplifie dès le début, en omettant immédiatement d'une part tous les nombres pairs supérieurs à 2, et d'autre part dans la série des nombres impairs les multiples de 3 et de 5, lesquels sont directement reconnaissables. Il n'en reste pas moins vrai que, malgré ces importantes simplifications, le travail à accomplir reste considérable et peut exiger un temps très-long, si l'on veut atteindre une limite élevée.

En raison de cette difficulté d'ordre purement matériel, il est vrai, en raison aussi de la qualité spéciale du nombre premier, on a cherché s'il n'était pas possible d'échapper à la méthode d'Eratosthène, en s'efforçant soit de trouver des caractères particuliers appartenant exclusivement aux nombres premiers et permettant de les reconnaître sinon à première, du moins à seconde vue ; soit de reconnaître si la succession des nombres premiers se présente suivant certaines conditions de régularité permettant, leur suite une fois commencée jusqu'à une certaine limite, de la continuer d'après une loi de succession déterminée. On est malheureusement obligé d'avouer que tous les efforts tentés jusqu'à présent sont restés stériles et que le nombre premier reste la grande énigme et presque le scandale de l'arithmétique.

A quoi tient cette stérilité d'efforts ? Est-ce à une impuissance particulière de l'esprit humain qui reste incapable d'analyser le nombre qu'il a cependant créé, alors qu'il a pu surmonter tant d'autres obstacles et faire d'autres analyses infiniment plus délicates ?

Non : il n'y a rien de cela. Nous nous trouvons simplement en face d'une de ces questions mal posées et toujours ainsi envisagées par la force de l'habitude et d'une véritable routine passée à l'état de dogme scientifique. *Il est faux en effet, que la méthode d'Eratosthène ait pour but exclusif la construction des tables de nombres premiers. L'esprit de cette méthode est beaucoup plus étendu.*

Pour justifier ces assertions, cherchons à faire usage dans un cas particulier d'une table de nombres premiers supposée construite. Soit un nombre donné, 8249 par exemple, dont nous avons à rechercher la formation par voie de produit. Si ce nombre se trouve dans la table des nombres premiers de 1 à 40 000, laquelle est à notre disposition, il est premier lui-même, et dès lors la question proposée est résolue. Comme il ne se trouve pas dans cette table, la question reste entière, et nous avons à rechercher tout au moins un diviseur premier du nombre. On sait que, pour faire cette recherche avec méthode, on essaie la division par les nombres premiers successifs contenus dans la table, en commençant par les plus petits. Dans le cas présent, une de ces divisions réussit nécessairement, et c'est elle qui fournit le plus petit diviseur premier du nombre proposé, lequel diviseur est ici 73. La connaissance de ce premier diviseur conduit, par répétition du même procédé, à la décomposition complète du nombre proposé.

Restons-en donc à la recherche de ce premier diviseur, et revenons à la méthode du crible qui nous a permis de construire la table dont nous avons fait usage. D'après la tradition la plus ancienne, qu'on n'hésite pas à faire remonter jusqu'au créateur de la méthode, on enseigne qu'il faut *supprimer*, c'est-à-dire anéantir jusqu'à en perdre toute trace, les multiples des nombres premiers successifs à partir de leurs carrés. C'est ainsi que dans cette œuvre de destruction, nous avons supprimé les multiples du nombre premier 73, et qu'en particulier nous avons fait disparaître le nombre actuel 8249, qui cependant avait été introduit dans cette première écriture, dont on fait tant de grief à la méthode. Et c'est pourquoi, l'ayant fait disparaître, nous ne savons plus à quel groupe il appartient, et par un nouvel et fatigant effort, nous sommes obligés de faire des restitutions successives, restitutions isolées qui ne servent que pour chaque cas particulier et sont toujours à recommencer.

Or, toutes ces difficultés auraient été supprimées si, dans la construction de la table dont nous avons fait usage et après avoir écrit la suite naturelle des nombres simplifiée comme nous l'avons dit plus haut, nous avions, non pas supprimé, mais *déplacé* les multiples

des nombres premiers successifs, de façon à réunir, dans un même groupe, tous les multiples du même nombre premier à partir de son carré, et à former autant de groupes qu'il y a de nombres premiers utilisés. De la sorte, aucun nombre ne disparaîtrait, et, si un nombre donné ne figure pas dans la liste des nombres restant qui sont premiers, il figure dans un des groupes successivement formés en qualité de multiples du nombre premier qui est la tête de liste et qui constitue, en cette qualité, son plus petit diviseur premier. Il suffirait donc de rechercher et de trouver le nombre proposé dans cette suite de listes, pour être immédiatement renseigné; et, c'est ainsi que, sans faire tant d'essais inutiles, nous aurions trouvé le nombre 8249 dans la liste des multiples de 73.

On objectera peut-être que cette manière de faire augmentera encore l'étendue des écritures et que par suite, au lieu de simplifier le procédé, on le compliquera. Or, il est facile de voir que, même en dehors de toute simplification susceptible d'intervenir, cette objection est de peu de valeur, car non seulement cette transcription des multiples d'un nombre s'opère rapidement et sans difficulté, mais encore pour quiconque a essayé de construire une table de nombres premiers par l'application stricte de la méthode du crible, il a été facile de constater qu'au lieu de compter sur la liste les nombres de p en p pour effacer les multiples du nombre premier p , il est beaucoup plus commode et plus rapide de former préalablement et directement les multiples de ce nombre pour les effacer ensuite dans la liste naturelle des nombres.

Pour toutes ces raisons, nous formulons la proposition suivante :

La méthode d'Eratosthène, envisagée dans toute son étendue au point de vue de son principe et de son application, a pour objet de former et de détacher de la suite naturelle des nombres inférieurs à une certaine limite, les listes des multiples des nombres premiers successifs, en commençant par les plus petits et en continuant tant que la chose est possible, c'est-à-dire en s'arrêtant au nombre premier immédiatement inférieur à la racine carrée de la limite fixée. Les nombres non détachés forment alors la liste des nombres premiers inférieurs à cette limite.

Ainsi définie, la méthode ne s'exécutera pas en suivant la marche adoptée jusqu'à présent. Au lieu d'écrire *a priori* la suite, simplifiée ou non, des nombres impairs, on formera directement les listes des multiples des nombres premiers successifs, à partir de leurs carrés; en commençant par les plus petits. La seule précaution préalable à prendre pour former ces multiples et pour éviter les doubles emplois consistera à écrire, en s'arrêtant à la racine carrée de la limite, la suite

naturelle des nombres impairs débarrassée des multiples de 3 et de 5. La suite ainsi formée indique les rangs des multiples à former du nombre premier, 7, immédiatement supérieur à 5 ; elle indiquera aussi les rangs des multiples des nombres premiers, 11, 13, ... supérieurs à 7, à condition d'y supprimer les multiples de 7, puis de 11, de 13, etc, qui peuvent s'y trouver.

Ainsi, pour fixer les idées, supposons que la limite fixée soit 2500. Nous écrirons la suite sans dépasser le nombre 357 quotient de 2500

7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47,

49, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 89, 91, 97, 101, 103,

par 7. Nous formerons alors les multiples de 7 suivants

$$7 \times 7 = 49, \quad 7 \times 11 = 77, \quad 7 \times 13 = 91, \quad 7 \times 17 = 119,$$

Supprimant alors dans la suite précédente les multiples de 7 qui peuvent s'y trouver, savoir 49, 77, 91, etc., jusqu'à $357 = 7 \times 51$, nous formerons la liste des multiples de 11 :

$$11 \times 11 = 121, \quad 11 \times 13 = 143, \quad \dots$$

$$11 \times 47 = 517, \quad 11 \times 53 = 583, \quad \text{etc.}$$

puis, supprimant encore les multiples de 11, qui se trouvent dans la liste, nous continuerons, ainsi de suite, en formant les multiples des nombres premiers successifs inférieurs à la racine carrée, 50, de la limite 2500. Nous aurons ainsi, dans le cas présent, douze listes contenant les multiples des nombres premiers 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, listes dont l'étendue va en diminuant de la première à la dernière, celle-ci ne contenant que les deux nombres $47^2 = 2209$, $47 \times 53 = 2491$. Tout nombre, inférieur à 2500, non contenu dans l'une de ces listes, est premier.

Cette manière de procéder, qui est aussi complète que logique, puisqu'elle conserve tout et donne réponse à tout, met en évidence le caractère du nombre premier, qui est presque entièrement négatif : le nombre premier ne figurant dans aucune liste de multiples, est le résidu de ces listes ; mais il est destiné à devenir lui-même tête de liste. Il est donc inutile de chercher à lui trouver des caractères particuliers ; ce sont au contraire les nombres non premiers qui ont des caractères spéciaux, ainsi que cela apparait pour ainsi dire à première vue en ce qui concerne les multiples des nombres premiers simples 2, 3, 5. Ces caractères distinctifs existent aussi pour les multiples des nombres premiers plus élevés, mais sont plus compliqués et de recherche plus difficile. Mais, sans porter l'attention de ce côté qui ne peut conduire à aucun résultat pratique, nous allons

montrer qu'une analyse plus approfondie de la méthode d'Eratosthène fait apparaître dans la succession des multiples des différents nombres premiers des circonstances de régularité remarquables qui suffisent à les caractériser et vont nous permettre en outre de réduire les écritures dans des conditions telles que le défaut tant incriminé jusqu'ici tombe de lui-même et que, par conséquent, le fameux reproche, qui est d'ailleurs le seul, puisque le principe de la méthode est intangible, cesse d'être justifié.

Nous allons, à cet égard, démontrer les théorèmes suivants, qui énoncent les propriétés que nous avons en vue, et qui doivent être regardées comme le complément indispensable de l'exposé de la méthode d'Eratosthène. Nous ferons remarquer que, pour la commodité du langage, nous parlons de la suppression des multiples des nombres premiers successifs ; mais il reste entendu que ces multiples, supprimés dans la suite naturelle des nombres, continuent à être réunis dans les listes dont nous avons parlé.

II. — Propriétés de la méthode d'Eratosthène.

THÉORÈME I. — *Lorsqu'on supprime dans la suite des nombres les multiples du nombre premier p après avoir supprimé les multiples des nombres premiers inférieurs à p :*

- 1° *les résidus forment une suite périodique ;*
- 2° *la valeur de la période est égale au produit $2.3 \dots n.p$.*

Nous remarquerons d'abord qu'après la suppression des multiples de 2, les nombres résiduels forment une suite périodique dont la période est égale à 2, les éléments de chaque période étant en nombre égal à 1. On doit ensuite supprimer dans cette suite tous les multiples de 3, à partir du carré 9 de ce nombre. Or, si nous groupons les nombres résiduels supérieurs en groupes composés de 3 des périodes antérieures, les groupes ainsi formés sont évidemment périodiques, la valeur de la nouvelle période étant égale à 2.3 ou 6. Il en résulte que les nombres correspondants de cette nouvelle période sont en même temps, ou non, multiples de 3, chaque période comprenant d'ailleurs certainement un multiple de 3 et un seul. Dès lors, si l'on supprime tous les multiples de 3, les nombres résiduels forment une suite périodique, pour laquelle la période est égale à 2.3. Nous remarquerons en outre que le nombre des éléments de chaque période est égal à 2.

Le théorème énoncé est donc vrai pour $p = 3$.

Cela étant, pour démontrer le théorème dans toute sa généralité, il suffit de démontrer que, s'il est vrai pour un nombre premier n , il est vrai pour le nombre premier immédiatement supérieur p .

Supposons donc qu'après avoir supprimé tous les multiples du nombre premier n , les résidus forment une suite périodique pour laquelle la période soit égale au produit $2.3. \dots n$ de tous les nombres premiers jusqu'à n , et proposons-nous de supprimer dans la suite restante les multiples du nombre p immédiatement supérieur à n , à partir de son carré p^2 . Pour cela, groupons les nombres résiduels supérieurs à p^2 en groupes formés chacun de p des périodes précédentes. L'ensemble de ces groupes forme une nouvelle suite périodique pour laquelle la période est égale à $2.3. \dots n.p$. Or il est clair que les nombres correspondants de cette nouvelle suite sont en même temps, ou ne sont pas, multiples de p . Lors donc qu'on y supprime tous les multiples de p , les nombres résiduels consécutifs à cette suppression forment une suite périodique pour laquelle la période est égale au produit $2.3. \dots n.p$, ainsi qu'il a été annoncé.

Or le théorème étant vérifié, comme nous l'avons vu, pour $n = 2$, est vrai par suite pour $p = 3$, et ainsi de suite indéfiniment pour tous les nombres premiers consécutifs.

COROLLAIRE. — *Pour supprimer les multiples du nombre premier p , il suffit d'écrire un seul groupe formé des p premières périodes correspondant au nombre premier n et supérieures à p^2 , et d'y supprimer les multiples de p . Les nombres restant forment la première période correspondant au nombre p , et l'on forme les autres périodes par l'addition de la période $2.3. \dots n.p$.*

THÉORÈME II. — *Le nombre des multiples du nombre premier p que l'on supprime directement dans le groupe formé des p périodes consécutives correspondant au nombre premier immédiatement inférieur n , est égal au nombre des éléments de cette dernière période.*

Ecrivons en effet ces p périodes les unes au-dessous des autres de façon que les éléments correspondants se trouvent sur une même ligne verticale, et considérons une de ces lignes. Sur les p nombres qui les forment, et en raison de leur différence constante $2.3. \dots n$ non divisible par p , il y en a un et un seul qui est divisible n . Donc le nombre total des multiples de p dans le groupe est égal au nombre des colonnes, c'est-à-dire au nombre des éléments qui correspondent au nombre premier n immédiatement inférieur à p .

Le théorème est donc démontré.

THÉOREME III. — *Le nombre des éléments de la période correspondant au nombre premier p est égal à*

$$(2-1)(3-1)\dots(n-1)(p-1).$$

Supposons le théorème vrai pour le nombre premier n ; je dis qu'il est vrai pour le nombre premier immédiatement supérieur p . Le nombre des termes de la période correspondant au nombre n étant par hypothèse égal à $(2-1)(3-1)\dots(n-1)$, le groupe formé des p premières périodes comprend $(2-1)(3-1)\dots(n-1)p$ éléments. Comme le nombre des éléments supprimés dans ce groupe en tant que multiples de p est, en vertu du théorème précédent égal à $(2-1)(3-1)\dots(n-1)$, le nombre des éléments restants, c'est-à-dire des éléments formant la période qui correspond au nombre p est égal à

$$\begin{aligned}(2-1)(3-1)\dots(n-1)p - (2-1)(3-1)\dots(n-1) \\ = (2-1)(3-1)\dots(n-1)(p-1),\end{aligned}$$

ce qu'il fallait démontrer.

Or le théorème est vrai pour le nombre premier 2, puisque le nombre des éléments formant la période correspondante est égal à $1 = 2 - 1$; il est donc vrai pour le nombre premier 3, et par suite pour tous les autres nombres premiers.

COROLLAIRE. — *Les multiples du nombre premier supérieurs à son carré p forment une suite périodique dont la période est égal à 2, 3, ... $n.p.$ et dans laquelle le nombre des éléments de la période est égal à $(2-1)(3-1)\dots(n-1)$.*

L'exactitude de cet énoncé découle de l'ensemble des théorèmes I, II et III.

THÉOREME IV. — *Le rapport du nombre des multiples du nombre premier p que l'on supprime dans le groupe formé des p périodes consécutives correspondant au nombre premier inférieur n , au nombre total des éléments de ce groupe, est égal à $\frac{1}{p}$.*

En effet le nombre total des éléments du groupe, est égal à $(2-1)(3-1)\dots(n-1)p$, tandis que les nombres des multiples supprimés est $(2-1)(3-1)\dots(n-1)$. Le rapport de ce dernier au nombre précédent est donc égal à $\frac{1}{p}$.

On voit par là que, dans le groupe considéré, les multiples restant du nombre premier p se trouvent répartis en moyenne de p

en p , c'est-à-dire comme ils le sont, mais alors exactement, dans la suite naturelle des nombres.

COROLLAIRE. — *La suite des nombres premiers tend vers un régime permanent et périodique.*

En résumé, l'application de la méthode d'Eratosthène fournit les résultats suivants :

1° *Les résidus consécutifs à la suppression du nombre premier p forment une suite périodique, dont la période est $2.3 \dots n.p$, et dont le nombre d'éléments est $(2-1)(3-1) \dots (n-1)(p-1)$;*

2° *Les multiples du nombre premier p forment eux aussi une suite périodique, dont la période est $2.3 \dots n.p$ et dont le nombre d'éléments est $(2-1)(3-1) \dots (n-1)$;*

3° *Les rangs des multiples du nombre premier p sont les nombres qui forment la suite périodique consécutive à la suppression des multiples du nombre premier n immédiatement inférieur à p .*

VÉRIFICATION DES THÉORÈMES PRÉCÉDENTS. — Il est facile de constater la réalisation successive des faits qui viennent d'être énoncés.

Ainsi, nous avons déjà fait remarquer que la suppression des multiples de 2, laisse comme résidu la suite des nombres impairs qui constituent une suite périodique dont la période est 2, le nombre des éléments de la période étant égal à $2-1=1$. Prenons trois de ces périodes :

5
7
9

cet ensemble contient un multiple de 3 et un seul qui est 9. Dès lors :

1° Les multiples de 3 constituent une suite périodique dont la période est $2.3=6$, le nombre des éléments de cette période

9
15
21

restant égal à 1 ;

2° La suppression de ces multiples de 3 laisse à la suite du carré 9 de ce nombre une suite périodique de période 6, et dont le nombre des éléments est $(2-1)(3-1)=2$.

Cette suite est

11 13
17 19
23 25

Ecrivons maintenant 5 de ces périodes

11	13
17	19
23	25
29	31
35	37

Cet ensemble à deux colonnes contient nécessairement dans chaque colonne un multiple de 5 et un seul et alors comme précédemment:

1° les multiples de 5 forment une suite périodique composée de 2 éléments et dont la période est d'après le théorème I, égale $2.3.5$ ou 30. Cette suite est

25	35
55	65
85	75

.

2° les résidus consécutifs à 5 forment une autre suite périodique, dont la période est encore 30, et dans laquelle le nombre des éléments est $(2-1)(3-1)(5-1) = 8$.

Le premier de ces groupes est

29	31	37	41	43	47	49	53
----	----	----	----	----	----	----	----

Ecrivons à nouveau 7 de ces groupes :

29	31	37	41	43	47	<u>49</u>	53
59	61	67	71	73	<u>77</u>	79	83
89	<u>91</u>	97	101	103	107	109	113
<u>119</u>	121	127	131	<u>133</u>	137	139	143
149	151	157	<u>161</u>	163	167	169	173
179	181	187	191	193	197	199	<u>203</u>
209	211	<u>217</u>	221	223	227	229	233.

Cet ensemble formé de 7 colonnes contient nécessairement dans chaque colonne un multiple de 7; ces multiples soulignés dans le tableau précédent constituent le premier groupe des multiples successifs lesquels forment une suite périodique dont le nombre d'éléments reste égal à 8, et dont la période est $2.3.5.7 = 210$.

49	77	91	133	161	203	217
259	287	301	343	371	413	427
.						

Il est donc très facile d'une part de former la suite des multiples de 7 jusqu'à telle limite que l'on voudra, d'autre part de déterminer les rangs de ces multiples qui ne sont autres que la suite des nom-

bres résiduels, à partir de 7, à la suppression des multiples de 5, savoir

7	11	13	17	19	23	29	31
37	41	43	47	49	53	59	61

.

disposée en une suite périodique dont la période est 30.

Il n'y a qu'à continuer de la même manière pour former les suites périodiques des multiples de 11, puis de 13, de 17, et ainsi de suite autant qu'on voudra. La période des multiples de 11 est $2.3.5.7.11 = 2310$, et le nombre des éléments $(2-1)(3-1)(5-1)(7-1) = 48$; pour 13, la période serait

$$2.3.5.7.11.13 = 30030,$$

et le nombre des éléments

$$(2-1)(3-1)(5-1)(7-1)(11-1) = 480.$$

Ces nombres augmentent, comme on le voit, très rapidement; et cette rapidité très grande devient trop promptement un obstacle presque insurmontable à l'application de la méthode. Il n'en est pas moins vrai que, appliquée ou non, la méthode subsiste en entier, et que la formation et la suppression des multiples d'un nombre premier quelconque laisse toujours après elle un résidu présentant une grande régularité, dans lequel des nombres disparaîtront encore comme multiples de nombres premiers supérieurs tandis, que d'autres resteront pour constituer avec ceux déjà conservés la série des nombres premiers.

D'après cela, il est impossible que la suite des nombres premiers présente une régularité permanente; elle n'est, en effet, qu'une partie d'une suite qui, étant régulière, subit des suppressions qui altèrent cette régularité. Néanmoins, la suite des nombres premiers présente des vestiges de cette régularité dus à ce qu'ils entraînent dans des suites périodiques dont les périodes étaient les nombres 6, 30, 210, 2310, etc. Pour en donner un exemple écrivons quelques nombres premiers à partir de 11; la période 30 s'y manifeste comme on peut le voir, mais avec des lacunes, par le tableau-ci-dessous :

11	13	17	19	23	29	31	37
41	43	47	»	53	59	61	67
71	73	»	79	83	89	»	97
101	103	107	109	113	»	»	127.

La même chose aurait lieu pour les périodes 210, 2310, dont chacune est un multiple de toutes les précédentes. On peut donc dire que, si à un nombre premier on ajoute un des nombres 30, 210,

2 340, 30 030, . . . , il y a un assez grand nombre de chances pour que le nouveau nombre ainsi obtenu soit premier. Le nombre de ces chances augmente d'autant plus qu'on s'élève plus haut dans la suite des nombres premiers après la suppression d'un plus grand nombre de multiples de nombres premiers inférieurs, car, ainsi que nous l'avons démontré, la suite des nombres premiers *tend* vers un régime permanent périodique, régime qui n'est jamais rigoureusement atteint.

III. — Construction de tables pour décomposer les nombres en produits de facteurs premiers.

Les tables des multiples des nombres premiers successifs construites d'après la méthode même d'Ératosthène sont, au point de vue pratique, plus utiles que la table des nombres premiers qui en est le complément immédiat, mais qui peut disparaître sans inconvénient quand on a à sa disposition les tables de multiples. L'ensemble de ces tables représente la suite naturelle des nombres jusqu'à la limite qu'on s'est fixée, et par conséquent, en faisant abstraction du point de vue *utilité*, il mérite également le reproche constamment adressé à la méthode. Il est donc nécessaire de rechercher s'il n'est pas possible de trouver et d'employer des procédés simplifiés permettant d'abrégier les écritures, tout en laissant subsister le principe de la construction des tables de multiples.

Le fait de la périodicité des multiples successifs d'un même nombre met sur la voie d'une simplification possible ; toutefois, comme cette périodicité est variable d'un nombre à l'autre, nous retenons simplement le fait et nous convenons de lui donner de la fixité en l'appliquant de la manière suivante.

Soit a un nombre quelconque, premier ou non. Supposons qu'on ait formé un certain nombre de multiples consécutifs de rangs $m_1, m_2, \dots, m_g$ du nombre a ; nous nous proposons de rechercher s'il est possible, à l'aide des seuls multiples $am_1, am_2, \dots, am_g$, de reconnaître dans la suite des nombres les multiples de a de rang supérieur à m_g .

Prenons pour cela un nombre p que nous appellerons *la période* et choisi de telle façon que le nombre $m_1 + p$, soit le rang de multiplicité immédiatement supérieur à m_g . D'après cela les rangs de multiplicité supérieurs à m_g seront

$$\begin{array}{cccc}
 m_1 + p, & m_2 + p, & \dots & m_g + p \\
 m_1 + 2p, & m_2 + 2p, & \dots & m_g + 2p \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 m_1 + kp, & m_2 + kp, & \dots & m_g + kp \\
 \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{array}$$

Par conséquent un nombre N multiple de a et d'ordre de multiplicité supérieur à m_g sera de la forme

$$N = a(m_x + Kp);$$

il en résulte : 1° que la différence $N - am_x$ est divisible par p , et que par suite, les deux nombres N et am_x fournissent le même reste à la division par p ; 2° que, si l'on divise par p les deux nombres am_x et N , la différence des deux quotients, qui est aK , est divisible par a .

Examinons maintenant si la réciproque est vraie, c'est-à-dire si un nombre N satisfaisant à cette double condition est un multiple de a . La double condition ainsi supposée se traduit par les égalités

$$(1) \quad am_x = pq + r$$

$$(2) \quad N = p(q + ak) + r,$$

d'où par soustraction

$$N - am_x = akp$$

ou

$$(3) \quad N = a(m_x + kp).$$

Donc N est multiple de a .

En résumé, pour qu'un nombre N soit multiple de a , il faut et il suffit : 1° qu'il fournisse à la division par p le même reste qu'un certain multiple am_x de a compris dans la suite des multiples connus $am_1, am_2, \dots, am_g$; 2° que la différence des deux quotients soit divisible par p . En outre, quand il en est ainsi, l'ordre de multiplicité de N relativement à a se détermine immédiatement d'après l'égalité (3), et par suite la décomposition de N en un produit de deux facteurs est effectuée.

On remarquera que la démonstration précédente n'implique aucune hypothèse particulière relative aux nombres a et p , et par conséquent dans les applications ces deux nombres peuvent être absolument quelconques. Prenons par exemple $a = 7$, $p = 30$. En négligeant les multiples de 7 qui sont aussi multiples des nombres premiers inférieurs 2, 3, 5, nous formerons, en remarquant que $37 = 7 + 30$, les multiples de 7 des rangs

$$\begin{array}{cccc}
 m_1 = 7, & m_2 = 11, & m_3 = 13, & m_4 = 17, \\
 m_5 = 19, & m_6 = 23, & m_7 = 29, & m_8 = 31,
 \end{array}$$

qui sont respectivement égaux à

49, 77, 91, 119, 133, 161, 203, 217,

et nous divisons ces nombres par 30, ce qui nous donne par la mise en évidence des restes le tableau suivant

1	7	11	13
7.13 3	7.31 7	7.23 5	7.19 4
17	19	23	29
7.11 2	7.7 1	7.29 6	7.17 3,

qui correspond aux égalités

$$91 = 7.13 = 30.3 + 1, \quad 217 = 7.31 = 7.30 + 7, \quad \dots$$

Ce tableau va nous permettre de reconnaître très rapidement si un nombre donné est, ou non, multiple de 7.

Soit par exemple le nombre 4157, non divisible par 2, 3, et 5; la division de ce nombre par 30 nous donne pour reste 17 et pour quotient 138.

Reportons-nous au reste 17 du tableau; nous trouvons 2 comme quotient correspondant; retranchons alors 2 de 138, comme la différence 136 n'est pas divisible par 7, nous pouvons affirmer que le nombre 4157 n'est pas divisible par 7.

Considérons encore le nombre 2933. La division par 30 nous donne le reste 23 et le quotient 97. En nous reportant au reste 23, nous trouvons 6 pour quotient correspondant; nous formons alors la différence $97 - 6 = 91$, laquelle est divisible par 7; nous en concluons que 2933 est divisible par 7. Pour avoir, sans faire la division directe, le quotient de 2933, nous remarquerons d'une part que, sur le tableau, le multiplicateur de 7 correspondant au reste 23 est 29, et d'autre part qu'en divisant le reste 91 par 7 on trouve

$$91 = 7 \times 13.$$

Il en résulte, d'après la démonstration faite plus haut

$$\begin{aligned} 2933 &= 7 \times (29 + 30 \times 13) \\ &= 7 \times (29 + 390) \end{aligned}$$

et finalement

$$2933 = 7 \times 419.$$

On voit, par cet exemple, que l'emploi du tableau exige une soustraction et la division par 7 de la différence obtenue, laquelle est un nombre inférieur au nombre proposé. Or, cette division elle-même, peut être évitée par l'emploi du même tableau. Ainsi dans le cas présent, pour reconnaître si 91 est divisible par 7, on le divise par 30, ce qui donne le reste 1 et le quotient 3; en se reportant au reste 1, on trouve

précisément 3 comme quotient correspondant et en regard le produit 7.13. Donc $91 = 7.13$. Toutefois, pour pouvoir employer le tableau à cet usage, il faut s'assurer que la différence, 91, n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5. C'est ainsi que dans le premier exemple, on avait trouvé la différence 136 divisible par 8 ; il faudrait donc d'abord faire cette division, ce qui donne le nombre 17 qu'on reconnaît non divisible par 7, sans qu'il soit nécessaire de faire usage à nouveau du tableau. Toutefois, pour montrer comment même dans ce cas simple on pourrait en faire usage, nous remarquerons que, en divisant 17 par 30, on trouve le reste 17 et le quotient 0 ; or le reste 17 du tableau comporte le quotient 2. La soustraction $0 - 2$ étant impossible, le nombre 17 n'est pas divisible par 7.

Cela étant, pour former une table permettant de trouver les diviseurs premiers d'un nombre inférieur à une certaine limite, il suffit de faire, pour tous les nombres premiers inférieurs ou égaux de la racine carrée de la limite, ce que nous avons fait pour le nombre premier 7 ; et, comme la division par 30 ne fournit pas d'autres restes que ceux déjà trouvés, on n'a qu'à réunir en un même tableau les produits fournissant le même reste et à mettre en regard de chaque produit le quotient correspondant de sa division par 30.

Nous retrouvons ainsi le principe des tables construites dans le même but par M. Lebon et dans lesquelles il donne aux divers restes servant de base aux groupements le nom d'*indicateurs*. Mais nous allons apporter à la forme de ces tables des modifications importantes ayant pour effet de les transformer presque complètement. La nature de ces modifications résultera pour nous de la mise en pratique des principes suivants :

- 1° Faire choix de la période ou des périodes les plus avantageuses ;
- 2° Adopter le dispositif réduisant autant que possible le nombre des écritures ;
- 3° Chercher à transformer des tables *fermées* en tables *ouvertes*, susceptibles d'être étendues au-delà des limites primitivement choisies, et cela au gré de l'opérateur et suivant les circonstances, moyennant l'emploi d'une *clef* ou méthode simple très facilement applicable.

1° *Choix de la période*. — La période peut être envisagée au double point de vue de sa *grandeur* et de sa *valeur*.

En parlant de sa grandeur, nous entendons par là qu'elle peut être un nombre plus ou moins élevé. Cette circonstance de la grandeur de la période influe directement sur la limite à atteindre ; il est clair

qu'une grande période permet d'atteindre directement une limite élevée. Le choix de la grandeur de la période se trouve donc subordonné à celui de la limite, l'élévation de l'une entraînant l'élévation de l'autre et aussi, d'une façon plus rapide encore, l'étendue de la table. Comme il s'agit de s'opposer dans toute la mesure du possible à cette exagération d'étendue des tables, nous avons dû chercher un artifice permettant de rendre jusqu'à un certain point la limite à atteindre indépendante de la grandeur de la période ; nous ferons voir plus loin comment, avec une période relativement faible, nous pouvons arriver jusqu'à des limites très élevées.

En ce qui concerne la valeur de la période, une circonstance semble dominer pour son choix toutes les autres : c'est celle de sa composition en tant que produit de facteurs premiers. Si par exemple nous faisons choix de la période $30 = 2.3.5$, déjà indiquée, nous écartons de nos recherches tous les nombres divisibles par les facteurs premiers 2, 3, et 5, cette divisibilité pouvant d'ailleurs se constater au premier coup d'œil. Les divisibilités par 7 et par 11 étant également faciles à reconnaître, on voit qu'on peut pour les mêmes raisons faire choix des périodes

$$2.3.5.7 = 210, \quad \text{et} \quad 2.3.5.7.11 = 2.310.$$

Ces choix concordent d'ailleurs parfaitement avec les résultats trouvés plus haut dans l'étude des propriétés de la méthode d'Eratosthène.

Or, si nous ne perdons pas de vue que nous devons diviser par la période, d'une part tous les multiples de nombres premiers qui doivent figurer dans la table, d'autre part tous les nombres à essayer, et trouver les quotients et les restes de ces divisions, nous voyons qu'il y a un avantage majeur à choisir de préférence les périodes permettant de faire ces divisions rapidement et sûrement. Il importe, en effet, d'éviter toute cause d'erreur à la fois dans la construction des tables et dans les opérations d'essais. C'est pourquoi, malgré les avantages incontestables des périodes précédemment indiquées, nous n'hésitons pas à leur substituer les périodes décimales, c'est-à-dire les puissances de 10. Sans doute ce choix a pour effet de n'écartier des essais que les multiples de 2 et de 5, et d'y laisser rentrer les multiples de 3 et de 11, qui sont de détermination directe, sans le secours d'aucune table ; mais cet inconvénient ne balance pas l'avantage considérable qui résulte de l'emploi du calcul décimal, ainsi qu'il est facile de le montrer par un seul exemple. Ainsi, en faisant le produit de 137 par 171, on constate que

$$137.171 = 23427.$$

Supposons que la période choisie soit 100, ce qui nous oblige à diviser 23427 par 100, nous trouvons, *immédiatement et sans aucun calcul*, que le reste est 27 et le quotient 234, et, comme dans notre table nous devons faire figurer ces deux éléments en même temps que la composition en facteurs du nombre considéré, nous emploierons le dispositif déjà adopté

$$\begin{array}{r} 27 \\ 137.171 \mid 234 \end{array}$$

correspondant à l'égalité

$$23427 = 100.234 + 27$$

dispositif qui met tous ces éléments en évidence, et en même temps laisse subsister en entier le nombre donné partagé, il est vrai, en deux parties, mais cependant immédiatement reconnaissable. Avec une période non décimale, la période 30 par exemple, la division serait plus longue, et, en outre, pour conserver la trace du nombre, il faudrait l'écrire en entier, et adopter la disposition suivante

$$\begin{array}{r} 27 \\ 23427 = 137.171 \mid 780 \end{array}$$

le reste étant encore ici 27, mais le quotient 780 ; et cela ne ferait qu'augmenter l'étendue de la table.

Nous accordons donc la préférence exclusive aux périodes décimales, et nous donnons ci-après deux modèles de tables, l'une de base 10, l'autre de base 100. La période 30 déjà employée nous sera cependant commode pour les explications qui nous restent à donner sur le mode de construction et sur le dispositif de nos tables.

2° *Dispositif simplifié de construction.* — Soit à construire la table de période 30, qui exclut, comme nous l'avons dit, les multiples de 2, 3 et 5. Nous devons former, parmi les multiples des nombres premiers supérieurs, ceux dont les rangs diffèrent de moins de 30. C'est ainsi que nous avons déjà formé les multiples de 7 dont les rangs sont

$$7, \quad 11, \quad 13, \quad 17, \quad 19, \quad 23, \quad 29, \quad 31;$$

le rang suivant, 37, étant égal à $7 + 30$ est le premier écarté.

Si l'on se conformait strictement à la méthode d'Eratosthène, il faudrait, en passant au nombre premier suivant 11, former de même les multiples à partir de 11, multiples dont les rangs seraient

$$11, \quad 13, \quad 17, \quad 19, \quad 23, \quad 29, \quad 31, \quad 37,$$

le suivant 41 étant égal à $11 + 30$. Or, si l'on remarque que le multiple de 11×7 a déjà été formé comme multiple de 7 et comme tel introduit dans la table, on en conclut aisément que l'introduction du multiple 11×37 est inutile d'après le principe même de la méthode,

puisqu'il suffit de former les multiples pour chaque diviseur dont les rangs diffèrent de moins de 30.

Donc le produit 7.11 qui figure dans le tableau (page 114), sous le reste 17, y figure aussi bien comme multiple de 11 que comme multiple de 7; et par conséquent, lorsqu'on donnera un nombre à essayer au point de vue de la recherche de ses diviseurs, l'essai devra porter sur les deux facteurs 7 et 11, c'est-à-dire que l'on devra rechercher si la différence que l'on doit fournir d'après la règle indiquée plus haut, est divisible par l'un ou l'autre des facteurs 7 et 11.

Il y a donc aussi simplification à la fois dans les écritures du tableau et dans les essais. En procédant ainsi pour tous les autres nombres premiers et en s'arrêtant au diviseur premier 31 qui clôt la série des multiples à former, la division par 30 de tous les produits obtenus nous fournit, par réunion dans un même groupe de tous ceux que fournissent le même reste, la table suivante

1		11		17		23	
7.13	3	7.23	5	7.11	2	7.29	6
11.11	4	11.31	11	13.29	12	11.13	4
17.23	13	13.17	7	17.31	17	17.19	10
19.19	12	19.29	18	19.23	14	23.31	23
29.29	28						
31.31	32						

7		13		19		29	
7.31	7	7.19	4	7.7	1	7.17	3
11.17	6	11.23	8	11.29	10	11.19	6
13.19	8	13.31	13	13.13	5	13.23	9
23.29	22	17.29	16	17.17	9	29.31	29
				19.31	19		
				23.23	17		

Cette table suffit, malgré son extrême simplicité, à trouver le plus petit diviseur premier de tous les nombres inférieurs à $37^2 = 369$.

Soit par exemple le nombre 1241; la division par 30 donne le reste 11 et le quotient 41. Nous reportant dans la table au reste 11, nous retranchons de 41 successivement les quotients 5, 11, 7, 18 qui figurent au-dessous du reste 11, et regardons si les différences obtenues sont divisibles par l'un ou l'autre des facteurs des produits en regard. Nous trouvons ainsi que la différence $41 - 7 = 34$ est divisible par 17, facteur du produit 13.17 correspondant au quotient 7, et comme

$$34 = 17 \times 2,$$

nous en concluons

$$\begin{aligned} 1241 &= 17 \times (13 + 30.2) \\ &= 17.(13 + 60) \end{aligned}$$

et finalement

$$1241 = 17.73.$$

Dans le cas où aucune différence n'est divisible par le facteur en regard, le nombre est premier.

3° *Moyen d'étendre les tables et de les maintenir ouvertes.* — La table précédente est une table fermée et ne peut servir pour les nombres supérieurs à 1369 que si leur plus petit diviseur premier est inférieur à 37. Cette limitation des tables, si étendues qu'elles soient, est toujours un immense inconvénient ; car, malgré tout le travail dépensé, elles deviennent un instrument inutile, dès qu'on se trouve en présence d'un nombre supérieur à la limite, et pour lequel les seuls essais que peuvent fournir la table sont restés infructueux.

Est-il possible de supprimer cet inconvénient si grand, et pouvons-nous commodément étendre au-delà de ses limites une table déjà construite ? De plus, la règle à suivre pour cela est-elle assez simple pour que cette extension puisse se faire par chaque opérateur, suivant les circonstances, si bien que la table, au lieu d'être fermée, devienne et reste une table réellement ouverte ? La réponse à cette question va résulter des explications suivantes.

Soit ab un produit de deux facteurs premiers ou non, tel qu'en le divisant par la période p , on ait un quotient q et un reste r , conformément à l'égalité

$$(1) \quad ab = pq + r.$$

Ajoutons à chacun de ces facteurs un même multiple kp de la période ; nous aurons :

$$(a + kp)(b + kp) = ab + kp(a + b + kp),$$

d'où, en tenant compte de l'égalité (1)

$$(2) \quad (a + kp)(b + kp) = p \{ q + k(a + b + kp) \} + r.$$

Donc : 1° le nouveau produit fournit à la division par la période p le même reste que le précédent ;

2° le quotient de cette division se déduit du quotient primitif d'une façon simple exprimée par la formule précédente.

Dans le cas particulier de $k = 1$, le nouveau quotient q_1 a pour expression

$$(3) \quad q_1 = q + (a + b + p) ;$$

en d'autres termes, il se déduit du quotient q , en ajoutant à celui-ci la somme des deux facteurs du premier produit et la période. Par conséquent, si l'on forme une série de produits en ajoutant la période à chacun des facteurs du produit précédent, on obtient une série de quotients tels que chacun peut se déduire du précédent par la règle précédente.

En résumé, d'une façon ou de l'autre, les quotients successifs peuvent toujours se calculer facilement et rapidement.

Cela étant, pour étendre la table précédente au-delà de ses limites actuelles, on remarquera que cette extension revient à la formation d'une nouvelle table qui devra commencer au nombre premier 37, alors que la première commençait au nombre 7, et qui se construira d'après le même procédé, c'est-à-dire en formant les multiples de 37 et des nombres premiers suivants dont les rangs commencent à 37 et diffèrent de moins de 30. Sans doute, pour ne pas faire de double emploi, il faudrait, en appliquant strictement la méthode d'Ératosthène, supprimer dans ces rangs de multiples ceux qui sont multiples de nombres premiers antérieurs ; seulement, dans le cas précédent, la scène est dominée par la simplicité et la symétrie résultant de l'emploi et de la conservation de la période. C'est pourquoi, sans qu'il soit besoin de se préoccuper du fait que les nouveaux diviseurs, ainsi que les rangs de leurs multiples, sont premiers ou non, cette nouvelle table se construit en ajoutant la période 30 à chacun des facteurs des produits de la première table. On obtient ainsi de nouveaux produits, qu'il est inutile de former, puisque, en vertu de la démonstration précédente, les restes se conservent et que les nouveaux quotients se déduisent facilement des anciens. Il est même inutile d'écrire les nouveaux produits ; il suffit, en effet, d'indiquer en tête de la nouvelle colonne de quotients, qu'il faut ajouter 30 à chacun des facteurs des produits placés à gauche de chaque trait vertical du tableau.

Il est clair qu'une troisième table peut de la même manière se superposer à la seconde, ce qui nous donne une troisième colonne de quotients en tête de laquelle nous indiquons qu'il faut ajouter 60 aux facteurs des premiers produits et ainsi de suite *indéfiniment*. C'est ainsi que nous avons étendu notre première table par l'addition de deux périodes, ce qui nous conduit à la limite

$$97^2 = 9509.$$

Les corrections nécessaires n'ayant pu être faites par suite de circonstances indépendantes de la volonté de l'auteur, un certain nombre d'erreurs se sont glissées dans les tables que nous avons insérées dans le numéro 4 du Bulletin de la présente année (*Sur la méthode d'Eratosthène*), pages 118-128, et n'ont pu être rectifiées. Le lecteur est donc prié de ne pas regarder ces tables comme définitives et de s'en tenir aux principes qui ont présidé à leur construction. D'ailleurs la méthode elle-même a été perfectionnée dans son application, et nous publierons sous peu les tables exactes devant servir dans la pratique.

JOSEPH DESCHAMPS.



TABLE DE BASE 30
POUR DÉCOMPOSER EN PRODUITS DE FACTEURS PREMIERS
LES NOMBRES DE 1 A 9.509.

1			30	60	17			30	60
7.43	3	53	163		7.41	2	50	158	
11.41	4	56	168		13.29	12	84	216	
17.23	13	83	213		17.31	17	95	233	
19.49	12	80	208		19.23	14	86	218	
29.29	28	116	264						
31.31	32	124	276						
7			30	60	19			30	60
7.31	7	75	203		7.7	1	45	149	
11.47	6	64	182		11.29	10	80	210	
13.49	8	70	192		13.13	5	61	177	
23.29	22	104	246		17.17	9	73	137	
					19.31	19	99	239	
					23.23	17	93	229	
11			30	60	23			30	60
7.23	5	65	185		7.29	6	72	198	
11.31	11	83	215		11.13	4	58	172	
13.17	7	67	187		17.19	10	76	202	
19.29	18	96	234		23.31	23	107	251	
13			30	60	29			30	60
7.19	4	60	176		7.17	3	57	171	
11.23	8	72	196		11.19	6	66	186	
13.31	13	87	221		13.23	9	75	191	
17.29	16	92	228		29.31	29	119	269	

On voit par là comment, à l'aide d'un artifice d'une extrême simplicité, nous avons pu étendre considérablement les limites de la première table, sans augmenter sensiblement son étendue. Le mode d'emploi de cette seconde table est d'ailleurs le même que celui de la première, avec cette particularité que le nombre des essais possibles est augmenté et que lorsqu'on fait usage des quotients contenus dans la deuxième et troisième colonnes, il faut ajouter 30 ou 60 aux produits de gauche, conformément aux indications faites en tête de ces colonnes.

Considérons, par exemple, le nombre 4717; la division par 30 donne le reste 7 et le quotient 157. En nous reportant au reste 7, nous voyons d'abord que nous n'avons pas à nous occuper des nombres de la troisième colonne qui sont tous supérieurs à 157. Nous avons donc simplement à retrancher de 157 les nombres des deux premières colonnes, et à rechercher si les différences sont divisibles par l'un ou l'autre des facteurs des produits correspon-

dants. Or, on a $157 - 104 = 53$; comme 104 est dans la seconde colonne, le produit correspondant est, non pas 23.29 , comme il est écrit sur la table, mais $(23 + 30)(29 + 30)$ ou 53.59 ; la différence $157 - 104 = 53$ étant divisible par 53 , le nombre donné 4717 est divisible par 53 , et, d'après la règle déjà appliquée,

$$\begin{aligned} 4617 &= 53.(59 + 30 \times 1) \\ &= 53.89. \end{aligned}$$

L'addition d'un plus grand nombre de périodes reste toujours possible, et les quotients correspondants peuvent se calculer sans la moindre difficulté. La table reste donc complètement ouverte, avec cette particularité que son extension peut être limitée à tel reste que l'on veut, sans être appliquée à la table entière. Il est donc possible, ainsi que nous l'avions fait pressentir plus haut, de rendre la limite à atteindre indépendante de la grandeur de la période servant de base à la construction de la table. Toutefois une extension trop grande aurait l'inconvénient, surtout en faisant l'usage de périodes faibles, comme 10 ou 30 , d'obliger à faire des essais sur des nombres presque aussi grands que le nombre productif et pour lesquels la difficulté reste du même ordre.

Tables décimales. — La période 30 nous a été très commode pour donner nos explications sur le mode de construction et sur l'usage des tables. Cette tâche terminée, et pour les raisons exposées plus haut, nous revenons aux périodes décimales qui sont les seules vraiment pratiques. Nous avons construit deux de ces tables, la première de base 10 dont une seule colonne de quotients donne la limite 100 , a été étendue, par l'addition de neuf périodes, jusqu'à la limite $10\,000$; néanmoins cette extension relativement très grande ne complique pas la table, qui reste de très simple apparence et constitue à tous les points de vue la table pratique par excellence, puisqu'elle s'applique à tous les nombres n'ayant pas plus de quatre chiffres, lequel sont les plus usuels.

La seconde table de base 100 , pour laquelle une seule colonne de quotients donne la limite $10\,000$, a été étendue, par l'addition de deux périodes, jusqu'à la limite $100\,000$. Elle peut ainsi servir pour tous les nombres ayant cinq chiffres, et pas davantage, lesquels sont déjà de grands nombres. L'addition de neuf périodes, comme dans la table de base 10 aurait conduit à la base $1\,000\,000$; cette extension n'aurait pas compliqué cette table plus que la précédente, mais lui aurait donné une étendue disproportionnée à celle de ce simple

mémoire, auquel elle fait suite en qualité de modèle de table à construire. Construite isolément, elle serait vraiment très courte.

Une table de base 1000 qui par une seule colonne de quotients conduit à 1 000 000, conduit, par l'addition de deux périodes, à la limite 19 000 000, et par l'addition de neuf périodes, à la limite 100 000 000. L'addition de 30 périodes conduirait à un milliard.

Enfin la table de base 10 000 qui conduit directement à 100 000 000, conduirait, par l'addition de 2, 9 et 30 périodes, aux limites un milliard, dix milliards, cent milliards, alors que la table de base 30 030, proposée par M. Lebon, conduirait seulement à 900 000 000 environ. Sans doute les dimensions de la table de base 10 000 seraient assez considérables, mais elles seraient loin d'être exagérées. Quant à celles de la table de base 1 000 qui permet d'atteindre un milliard, elles sont relativement restreintes, si l'on considère les grands nombres qu'elles servent à décomposer ; elles se composent en effet de 400 tableaux comprenant les uns 400, les autres 420 lignes horizontales.

On peut donc considérer comme résolue la question de la décomposition de tous les nombres, même les plus grands, en produits de deux facteurs, et par suite en produits de facteurs premiers. A l'aide des tables décimales que nous proposons, cette décomposition se fait automatiquement, par un simple jeu d'écriture, sans opérations autres que les soustractions et les divisions immédiates par 2 et par 5. Il y a évidemment un certain nombre d'essais à effectuer, ce qui est toujours long et fastidieux ; mais il faut bien savoir sacrifier un peu de temps pour obtenir des résultats qui, sans ces méthodes de simplifications, doivent être considérés, dans beaucoup de cas, comme inaccessibles.

Nous avons fait remarquer que l'addition des périodes pour l'extension des tables a l'inconvénient d'introduire des facteurs non premiers, en sorte que ces tables permettent simplement la décomposition d'un nombre en un produit de deux facteurs dont aucun n'est nécessairement premier, décomposition qui n'en est pas moins d'une grande utilité, puisqu'elle est le point de départ des décompositions ultérieures. Pour éviter des essais inutiles, nous avons placé des astérisques à la droite ou à la gauche, ou encore à droite et à gauche de chaque quotient lorsque le facteur de droite ou le facteur de gauche du produit correspondant est premier, ou qu'ils le sont tous les deux.

TABLE DE BASE 10

POUR DÉCOMPOSER EN PRODUITS DE FACTEURS PREMIERS

LES NOMBRES DE 1 A 10.000.

1	<u>10</u>	<u>20</u>	<u>30</u>	<u>40</u>	<u>50</u>	<u>60</u>	<u>70</u>	<u>80</u>	<u>90</u>	
1.1	*0*	*12*	44	*96*	*168*	260	*372*	*504*	656	828
3.7	*0*	*20*	*60	120*	*200*	*300	420*	*560	*720*	900*
9.9	8	*36*	*84*	152	240	*418*	546	*684*	*842*	1030
3	<u>10</u>	<u>20</u>	<u>30</u>	<u>40</u>	<u>50</u>	<u>60</u>	<u>70</u>	<u>80</u>	<u>90</u>	
1.3	*0*	*14*	48*	*102	*176*	270*	*384	*518*	672*	846
7.9	*6	*32*	78*	*144	*230	336*	*462	608*	*774	*960
7	<u>10</u>	<u>20</u>	<u>30</u>	<u>40</u>	<u>50</u>	<u>60</u>	<u>70</u>	<u>80</u>	<u>90</u>	
1.7	*0*	*18*	56	*114*	*792*	290	*408*	*546	704*	882*
3.9	*2	*24*	*66*	128	*210	*312*	434	*576*	*738*	920
9	<u>10</u>	<u>20</u>	<u>30</u>	<u>40</u>	<u>50</u>	<u>60</u>	<u>70</u>	<u>80</u>	<u>90</u>	
1.9	*0	*20*	60*	*120	*200	300*	*420	*560*	720*	900
3.3	*0*	*16*	*52*	108	*184*	*280*	396	*532*	*688*	864
7.7	*4*	*28*	72	*136*	*216*	314	*438*	582	*746*	*930*

POUR DÉCOMPOSER EN PRODUITS DE FACTEURS PREMIERS LES NOMBRES DE 1 A 400.000.

01	100			07	100			11	100			17	100			21	100		
	100	200	300		100	200	300		100	200	300		100	200	300		100	200	300
1.1	0*	102*	404	1.7	0*	108*	416	1.11	0*	112	424	1.17	0*	118	436	1.21	0	122	444
3.67	2*	172*	542	3.69	2*	174	546*	3.37	1*	141*	481	3.39	1*	143*	485*	3.7	0*	140	420
7.43	3*	153	703	9.23	3*	134	466*	7.73	5*	185	565	7.31	2*	141*	480*	9.69	6	184	562
9.89	8*	206	604	14.37	5*	133	501	9.79	7*	193*	579	9.13	1*	123*	445	11.11	1*	123	445*
11.94	10	212*	514	13.39	5*	157*	509*	13.47	6*	166	526	11.47	5*	163	524	13.17	2*	132	462
13.77	10	200	590*	17.71	12*	190	578*	17.83	14*	214	614*	19.43	8*	170	532	19.59	11*	189	567
17.53	9*	179	549	19.53	10*	182	554	19.69	13	201	589*	21.77	16	214	612	23.27	6	156*	516*
19.79	15*	213*	611*	21.67	14*	202	690	21.91	19	231*	643	23.79	18*	220*	622	29.49	14	192*	570
21.81	17	219*	621*	27.41	11*	179	547*	23.57	13	193*	573	27.71	19*	217	615*	31.91	28	250*	672
23.87	20	230	640	29.83	24*	236	648*	27.93	25*	245*	665*	29.73	21*	223	625	33.37	42	182*	552
27.63	17	207*	597*	31.97	30*	258	686	29.59	17*	205	639	33.49	16	198	580	39.39	15	193	571*
29.69	20	218	616*	33.79	26*	236*	650	31.84	25*	237*	649	37.41	15*	233	651	44.81	33	223*	613*
31.71	22*	224	626*	43.49	21	213	605	33.67	22*	222*	622	51.67	34*	252*	670	43.47	23*	213	603
33.97	32*	262*	692	47.81	38	266*	694*	39.49	19	207*	595	53.89	47*	289	731	51.71	36*	258	680*
37.73	27*	237	647	54.57	29	237*	645*	41.71	19*	294	653*	57.81	46	284*	722*	53.57	30	240*	650*
39.59	23*	221	619	59.73	43*	275	707	43.77	33	253	673*	59.63	37	259*	681	61.61	37	259	681
41.61	25*	227	639	61.87	53	304	749	51.64	31*	243	655	61.97	59*	287*	715	63.67	42*	272*	702
47.83	39*	269	699*	63.89	56*	308	760	53.87	46	286	726	69.93	64	326*	788*	73.77	56	306	736*
49.49	24	222*	620	77.91	70	338*	806	63.97	61*	321*	781	83.99	82	364*	846*	79.99	78	356*	834
51.51	26	228*	630*	93.99	92	384*	876	89.99	88	376*	864	87.91	79	357*	835	83.87	72	342	812
57.93	53	303	653*													89.89	79*	357	835
99.99	98	396*	894													93.97	90*	380*	870

03	100			09	100			13	100			19	100			23	100		
	100	200	300		100	200	300		100	200	300		100	200	300		100	200	300
1.3	0*	104*	408	4.9	0*	110*	420*	4.43	0*	114*	428	4.19	0*	120	440	4.23	0*	124	448*
7.29	2*	138	474*	3.3	0*	106	442	3.71	2*	176	550*	3.73	2*	178	554	3.41	1*	145	489*
9.67	6*	182	538	7.87	6*	200	594	7.59	4*	170	536	7.17	1*	125	449	7.89	6*	202	598
11.73	8*	192	582	11.19	2*	132	462*	9.57	5	171*	537*	9.91	8	208*	608	9.47	7*	163	519
13.31	13	207	701*	13.93	12*	300	624*	11.83	9*	203	597*	11.29	3*	143	483*	11.93	10	214*	618*
17.59	4*	148*	492	21.29	6*	156	516*	17.89	15*	221	627	19.27	14*	185	559	13.71	9*	193	577*
19.37	10*	186	562	23.83	19*	225	631*	19.27	5	151*	497*	21.39	12*	188	564	17.19	13	199	439
21.43	7*	163	519	27.67	18*	212*	606	23.31	14*	185	559	27.97	12*	188	564	17.19	13	199	439
23.61	14*	198	582	31.39	12	182	552	29.97	28*	254*	680	33.43	15	195*	575	21.63	13	189	565
27.89	24*	240	636	37.57	21	215*	611*	33.61	20*	244	608	37.87	32*	254	678	27.49	13	189	565
33.91	30	254*	678	41.49	20	210*	600	39.67	18	204	590	41.59	32*	254	678	29.87	25*	241	637
39.77	30	246	662*	43.63	27	233*	639*	41.93	38	272*	706*	47.77	36	260	684*	37.79	29*	223	621
41.83	34*	258	682*	47.47	22	216	610	43.91	39	273*	707	51.69	35	255	670*	39.57	22	218	614*
47.49	23	249*	615	51.59	30*	249	668	47.79	37*	263*	689	57.67	38*	262	686	43.61	26*	230	634
51.33	27	231	635	53.53	28*	234	644*	47.79	37*	263*	689	61.79	48*	288	728	51.73	37	261	685
57.79	45*	281*	717	61.69	42	272	702*	51.63	32	246*	660*	71.89	63*	323	783	53.91	48	292*	736
63.81	51	293*	739*	71.79	56*	306*	756	69.77	53	299	745*	81.99	80	360*	840	59.97	57	313	739
69.87	60	316	772	81.89	72	351*	830	73.81	59	313	767	87.99	80	360*	840	67.69	46	282	718
71.93	66	330*	794*	91.99	90	380*	870	87.99	86	392*	878	83.93	77	353*	829	77.99	76	352*	828
97.99	96	392*	888	97.97	94*	384*	878									81.83	67	331	795*

27

	100	200	300	400	500
1.27	*0	*128*	456*		
3.9	*0	*412*	424		
7.61	*4	*172	540		
11.57	*6	*474*	542*		
13.79	*10*	*202*	594		
17.31	*5	*153	501		
19.33	*6	*458	510*		
21.87	18	226	634		
23.49	*11	*183*	555		
29.63	*18	*190*	562*		
37.71	*26*	*234	612		
39.93	*36	*268*	700*		
41.47	*19*	207	595		
43.89	*38*	270	702		
51.77	39	*237	665*		
53.59	*31*	*243	655		
67.81	*34*	*302*	750		
69.83	*57*	309	761*		
73.99	*72	344*	816		
91.97	88*	*376*	864		

34

	100	200	300	400	500
1.31	*0	*132*	464		
3.77	*2	*182	562*		
7.33	*2	*142	482*		
9.59	*5	*173	541		
11.21	*2	*134	466		
13.87	*11	*211	611		
17.43	*7*	467	527		
19.49	*9	177	545		
23.97	*22*	*242*	662		
27.53	*14*	*194*	574		
29.39	*11	*180*	549		
37.63	*23*	*233*	623*		
41.91	*37	269*	701		
47.73	*34*	266	698		
51.81	*41	*273*	705*		
57.83	*47*	*287	727*		
61.71	*43*	275	707*		
67.93	*62	*322*	782*		
69.99	68	336*	804		
79.89	*70*	*338	806		

44

	100	200	300	400	500
1.44	*0*	*142	484*		
3.47	*4	*154	504		
7.63	*4	*174*	544*		
9.49	*4	*162*	520		
11.31	*3*	*145*	487*		
13.57	*7	177	547*		
17.73	*12*	202	592		
19.39	*7	165*	573*		
21.21	*4	166	528		
23.67	*15*	205*	595*		
29.29	*8*	166	524		
32.77	*25	235	645*		
37.97	*34*	264*	694*		
43.87	*37	267	697		
51.97	*49*	297*	745		
53.91	*46	288*	730		
53.97	*51*	301*	731		
59.99	*58	316*	774		
61.81	*49	291*	733*		
69.89	*61*	329	787*		
71.71	*50*	292	734*		
79.79	*62*	*320	778		

47

	100	200	300	400	500
1.47	*0*	*148	496*		
3.49	*1	*153*	515		
7.21	*1	*129	457*		
9.83	*7*	*199	591*		
11.77	*8	196	584*		
13.19	*2*	*134	466		
17.91	*15	223*	631		
23.89	*20*	239	658*		
27.61	*16*	*204	592		
29.43	*12*	184	556		
31.37	*11*	179*	547		
33.59	*19*	211	603		
39.73	*28*	240	652		
41.67	*27*	235*	643		
51.97	*49*	297*	745		
53.99	*52	304*	756		
57.71	*40*	268	696*		
63.69	*43	275	707*		
79.93	*73	*345*	817*		
81.87	*70*	338	806		

29

	100	200	300	400	500
1.29	*0	*130	460*		
3.43	*1	*147	493		
7.47	*3*	*157	511		
9.81	*7	*195*	583*		
11.39	*4	*154*	504*		
13.33	*4	*150	496*		
17.37	*6	*160*	514		
19.94	*17	227	637		
21.49	10	180*	550		
23.23	*5	*151	497		
27.27	*7	*161	515		
31.59	*18*	*208	598		
41.69	*28	138	548*		
51.79	*40*	*270*	700		
53.93	*49	295*	741*		
57.97	*55*	*309*	763		
61.89	*54*	304	754		
63.83	*52*	*298	744*		
67.87	*58	312	766		
71.99	*70	*340*	810		
73.73	*53*	293	745		
77.77	59	313	767		

33

	100	200	300	400	500
1.33	*0	*134	468*		
3.11	*0	*114	428*		
7.19	*1	*127	453		
9.37	*3*	*149*	495*		
13.44	*5*	*159	513*		
17.49	*8	174*	540		
21.73	*15*	209	603		
23.71	*16*	210	604*		
27.79	*21*	*227*	633		
29.77	*22	228	634*		
31.43	*13*	*187	561		
34.47	*18*	*204	590		
38.51	*42*	*276	710*		
43.91	*32*	246	660		
47.99	*39	*265	691*		
51.83	*31	297	743		
55.87	*51	297	743		
59.87	*39	252*	672		
63.91	*45	*285	725		
67.99	*43	249*	665*		
71.93	*60	320*	780		
75.97	*84*	368*	852		

39

	100	200	300	400	500
1.39	*0	*140*	480*		
3.13	*0	*116*	432		
7.77	*5	*189	573*		
9.71	*6*	*186	566*		
11.49	*5	*165*	525		
17.67	*11*	195*	579		
19.81	*15	215*	615*		
21.59	*12*	201	590		
23.93	*21	237*	653*		
27.57	*15	*199*	583*		
29.91	*26	246*	660		
31.69	*21	*221	641*		
33.83	*27*	243	659*		
37.47	*17*	*201	585		
41.79	*32*	252*	672		
43.73	*31*	247	663		
47.93	*45	*285	725		
51.89	*43	249*	665*		
53.63	*33	249*	665*		
57.99	*60	320*	780		
61.99	*84*	368*	852		

43

	100	200	300	400	500
1.43	*0*	*144	488		
3.81	*2	*186*	570*		
7.49	*3	*159*	515		
9.27	*2	*138*	468*		
11.13	*1	*125*	449*		
17.79	*13*	209*	605		
19.97	*18	234*	650		
21.83	*17	221	625*		
23.41	*9*	173	537*		
29.67	*19*	215*	611		
31.53	*16*	*200	584		
33.71	*23	227	631*		
37.39	*14	*190*	566*		
47.69	*32	248	664*		
51.93	*47	*291*	735*		
57.99	*56	*312*	768		
59.77	*45	281	717*		
61.63	*38	262*	686*		
73.91	*66	330*	794		
77.89	*77	353	829		

49

	100	200	300	400	500
1.49	*0	*150*	500		
3.83	*2*	*188	574*		
7.7	*5	*144	428		
9.61	*5*	*149	433		
11.59	*6*	*176	546		
13.73	*9*	*195	581		
17.97	*14	*231*	646		
19.71	*13*	203	593*		
21.69	*14	204	594*		
23.63	*14	200*	586*		
27.87	*23	237	651*		
29.81	*23	233*	643*		
31.79	*24*	*234*	644		
33.53	*17	203	589		
37.77	*28	242	656*		
39.91	*35	265*	695		
44.89	*36*	266	696		
43.43	*18*	204	590		
47.67	*31*	245*	659		
51.99	*50	300*	750		
57.57	*32	*246*	760		
93.93	*86	372*	858*		

1.51	0	*152	504	1.57	0	*158	516	1.61	0	*162	524	1.67	0	*168	548	1.71	0	*172	572	1.73	0	*174	574	1.77	0	*178	580	1.81	0	*182	582	1.83	0	*184	584	1.87	0	*188	588	1.91	0	*192	592	1.93	0	*194	594	1.97	0	*198	598	2.01	0	*202	602	2.03	0	*204	604	2.07	0	*208	608	2.11	0	*212	612	2.13	0	*214	614	2.17	0	*218	618	2.21	0	*222	622	2.23	0	*224	624	2.27	0	*228	628	2.31	0	*232	632	2.33	0	*234	634	2.37	0	*238	638	2.41	0	*242	642	2.43	0	*244	644	2.47	0	*248	648	2.51	0	*252	652	2.53	0	*254	654	2.57	0	*258	658	2.61	0	*262	662	2.63	0	*264	664	2.67	0	*268	668	2.71	0	*272	672	2.73	0	*274	674	2.77	0	*278	678	2.81	0	*282	682	2.83	0	*284	684	2.87	0	*288	688	2.91	0	*292	692	2.93	0	*294	694	2.97	0	*298	698	3.01	0	*302	702	3.03	0	*304	704	3.07	0	*308	708	3.11	0	*312	712	3.13	0	*314	714	3.17	0	*318	718	3.21	0	*322	722	3.23	0	*324	724	3.27	0	*328	728	3.31	0	*332	732	3.33	0	*334	734	3.37	0	*338	738	3.41	0	*342	742	3.43	0	*344	744	3.47	0	*348	748	3.51	0	*352	752	3.53	0	*354	754	3.57	0	*358	758	3.61	0	*362	762	3.63	0	*364	764	3.67	0	*368	768	3.71	0	*372	772	3.73	0	*374	774	3.77	0	*378	778	3.81	0	*382	782	3.83	0	*384	784	3.87	0	*388	788	3.91	0	*392	792	3.93	0	*394	794	3.97	0	*398	798	4.01	0	*402	802	4.03	0	*404	804	4.07	0	*408	808	4.11	0	*412	812	4.13	0	*414	814	4.17	0	*418	818	4.21	0	*422	822	4.23	0	*424	824	4.27	0	*428	828	4.31	0	*432	832	4.33	0	*434	834	4.37	0	*438	838	4.41	0	*442	842	4.43	0	*444	844	4.47	0	*448	848	4.51	0	*452	852	4.53	0	*454	854	4.57	0	*458	858	4.61	0	*462	862	4.63	0	*464	864	4.67	0	*468	868	4.71	0	*472	872	4.73	0	*474	874	4.77	0	*478	878	4.81	0	*482	882	4.83	0	*484	884	4.87	0	*488	888	4.91	0	*492	892	4.93	0	*494	894	4.97	0	*498	898	5.01	0	*502	902	5.03	0	*504	904	5.07	0	*508	908	5.11	0	*512	912	5.13	0	*514	914	5.17	0	*518	918	5.21	0	*522	922	5.23	0	*524	924	5.27	0	*528	928	5.31	0	*532	932	5.33	0	*534	934	5.37	0	*538	938	5.41	0	*542	942	5.43	0	*544	944	5.47	0	*548	948	5.51	0	*552	952	5.53	0	*554	954	5.57	0	*558	958	5.61	0	*562	962	5.63	0	*564	964	5.67	0	*568	968	5.71	0	*572	972	5.73	0	*574	974	5.77	0	*578	978	5.81	0	*582	982	5.83	0	*584	984	5.87	0	*588	988	5.91	0	*592	992	5.93	0	*594	994	5.97	0	*598	998	6.01	0	*602	1002	6.03	0	*604	1004	6.07	0	*608	1008	6.11	0	*612	1012	6.13	0	*614	1014	6.17	0	*618	1018	6.21	0	*622	1022	6.23	0	*624	1024	6.27	0	*628	1028	6.31	0	*632	1032	6.33	0	*634	1034	6.37	0	*638	1038	6.41	0	*642	1042	6.43	0	*644	1044	6.47	0	*648	1048	6.51	0	*652	1052	6.53	0	*654	1054	6.57	0	*658	1058	6.61	0	*662	1062	6.63	0	*664	1064	6.67	0	*668	1068	6.71	0	*672	1072	6.73	0	*674	1074	6.77	0	*678	1078	6.81	0	*682	1082	6.83	0	*684	1084	6.87	0	*688	1088	6.91	0	*692	1092	6.93	0	*694	1094	6.97	0	*698	1098	7.01	0	*702	1102	7.03	0	*704	1104	7.07	0	*708	1108	7.11	0	*712	1112	7.13	0	*714	1114	7.17	0	*718	1118	7.21	0	*722	1122	7.23	0	*724	1124	7.27	0	*728	1128	7.31	0	*732	1132	7.33	0	*734	1134	7.37	0	*738	1138	7.41	0	*742	1142	7.43	0	*744	1144	7.47	0	*748	1148	7.51	0	*752	1152	7.53	0	*754	1154	7.57	0	*758	1158	7.61	0	*762	1162	7.63	0	*764	1164	7.67	0	*768	1168	7.71	0	*772	1172	7.73	0	*774	1174	7.77	0	*778	1178	7.81	0	*782	1182	7.83	0	*784	1184	7.87	0	*788	1188	7.91	0	*792	1192	7.93	0	*794	1194	7.97	0	*798	1198	8.01	0	*802	1202	8.03	0	*804	1204	8.07	0	*808	1208	8.11	0	*812	1212	8.13	0	*814	1214	8.17	0	*818	1218	8.21	0	*822	1222	8.23	0	*824	1224	8.27	0	*828	1228	8.31	0	*832	1232	8.33	0	*834	1234	8.37	0	*838	1238	8.41	0	*842	1242	8.43	0	*844	1244	8.47	0	*848	1248	8.51	0	*852	1252	8.53	0	*854	1254	8.57	0	*858	1258	8.61	0	*862	1262	8.63	0	*864	1264	8.67	0	*868	1268	8.71	0	*872	1272	8.73	0	*874	1274	8.77	0	*878	1278	8.81	0	*882	1282	8.83	0	*884	1284	8.87	0	*888	1288	8.91	0	*892	1292	8.93	0	*894	1294	8.97	0	*898	1298	9.01	0	*902	1302	9.03	0	*904	1304	9.07	0	*908	1308	9.11	0	*912	1312	9.13	0	*914	1314	9.17	0	*918	1318	9.21	0	*922	1322	9.23	0	*924	1324	9.27	0	*928	1328	9.31	0	*932	1332	9.33	0	*934	1334	9.37	0	*938	1338	9.41	0	*942	1342	9.43	0	*944	1344	9.47	0	*948	1348	9.51	0	*952	1352	9.53	0	*954	1354	9.57	0	*958	1358	9.61	0	*962	1362	9.63	0	*964	1364	9.67	0	*968	1368	9.71	0	*972	1372	9.73	0	*974	1374	9.77	0	*978	1378	9.81	0	*982	1382	9.83	0	*984	1384	9.87	0	*988	1388	9.91	0	*992	1392	9.93	0	*994	1394	9.97	0	*998	1398	10.01	0	*1002	1402	10.03	0	*1004	1404	10.07	0	*1008	1408	10.11	0	*1012	1412	10.13	0	*1014	1414	10.17	0	*1018	1418	10.21	0	*1022	1422	10.23	0	*1024	1424	10.27	0	*1028	1428	10.31	0	*1032	1432	10.33	0	*1034	1434	10.37	0	*1038	1438	10.41	0	*1042	1442	10.43	0	*1044	1444	10.47	0	*1048	1448	10.51	0	*1052	1452	10.53	0	*1054	1454	10.57	0	*1058	1458	10.61	0	*1062	1462	10.63	0	*1064	1464	10.67	0	*1068	1468	10.71	0	*1072	1472	10.73	0	*1074	1474	10.77	0	*1078	1478	10.81	0	*1082	1482	10.83	0	*1084	1484	10.87	0	*1088	1488	10.91	0	*1092	1492	10.93	0	*1094	1494	10.97	0	*1098	1498	11.01	0	*1102	1502	11.03	0	*1104	1504	11.07	0	*1108	1508	11.11	0	*1112	1512	11.13	0	*1114	1514	11.17	0	*1118	1518	11.21	0	*1122	1522	11.23	0	*1124	1524	11.27	0	*1128	1528	11.31	0	*1132	1532	11.33	0	*1134	1534	11.37	0	*1138	1538	11.41	0	*1142	1542	11.43	0	*1144	1544	11.47	0	*1148	1548	11.51	0	*1152	1552	11.53	0	*1154	1554	11.57	0	*1158	1558	11.61	0	*1162	1562	11.63	0	*1164	1564	11.67	0	*1168	1568	11.71	0	*1172	1572	11.73	0	*1174	1574	11.77	0	*1178	1578	11.81	0	*1182	1582	11.83	0	*1184	1584	11.87	0	*1188	1588	11.91	0	*1192	1592	11.93	0	*1194	1594	11.97	0	*1198	1598	12.01	0	*1202	1602	12.03	0	*1204	1604	12.07	0	*1208	1608	12.11	0	*1212	1612	12.13	0	*1214	1614	12.17	0	*1218	1618	12.21	0	*1222	1622	12.23	0	*1224	1624	12.27	0	*1228	1628	12.31	0	*1232	1632	12.33	0	*1234	1634	12.37	0	*1238	1638	12.41	0	*1242	1642	12.43	0	*1244	1644	12.47	0	*1248	1648	12.51	0	*1252	1652	12.53	0	*1254	1654	12.57	0	*1258	1658	12.61	0	*1262	1662	12.63	0	*1264	1664	12.67	0	*1268	1668	12.71	0	*1272	1672	12.73	0	*1274	1674	12.77	0	*1278	1678	12.81	0	*1282	1682	12.83	0	*1284	1684	12.87	0	*1288	1688	12.91	0	*1292	1692	12.93	0	*1294	1694	12.97	0	*1298	1698	13.01	0	*1302	1702	13.03	0	*1304	1704	13.07	0	*1308	1708	13.11	0	*1312	1712	13.13	0	*1314	1714	13.17	0	*1318	1718	13.21	0	*1322	1722	13.23	0	*1324	1724	13.27	0	*1328	1728	13.31	0	*1332	1732	13.33	0	*1334	1734	13.37	0	*1338	1738	13.41	0	*1342	1742	13.43	0	*1344	1744	13.47	0	*1348	1748	13.51	0	*1352	1752	13.53	0	*1354	1754	13.57	0	*1358	1758	13.61	0	*1362	1762	13.63	0	*1364	1764	13.67	0	*1368	1768	13.71	0	*1372	1772	13.73	0	*1374	1774	13.77	0	*1378	
------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	-----	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	------	---	------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	------	-------	---	-------	--

77	100	200	81	100	200	87	100	200	91	100	200	97	100	200	
1.77	*0	*178	556*	1.81	*0	*182*	564*	1.87	*0*	*188	576	1.91	*0	*192*	584
3.59	*1*	*163	525*	3.27	*0	*130*	430*	3.29	*0*	*132	464*	3.99	*2*	*202*	602
7.11	*0*	*118	436*	7.83	*5*	*115	585*	7.44	*2*	*150	498*	7.71	*4*	*182	560*
9.53	*4*	*166	528*	9.9	*0	*148	436	9.43	3*	*155	507	9.33	2	*144	486*
13.19	*3*	*145	487*	11.71	*7*	*189	571*	11.17	*1*	*129	457	11.27	*2	*440*	478*
17.81	*13	*211*	609*	13.37	*4*	*154*	504	13.99	*12	*224*	636	13.69	*8	*190	572*
19.83	*15*	*217	619*	17.93	*15*	*225*	635*	19.73	*13*	*205	597	17.41	*6*	*164	522*
21.37	7	*165*	523	19.99	*18	*236*	654	21.47	9	*177	545	19.63	*11	*191	571*
23.99	*22	*244*	666	21.61	*12*	*194	576	23.69	*15	*207	599*	21.57	*11	*189*	567*
27.51	*13	*191*	565*	23.47	*10*	*240	650	27.81	21	*229*	637*	23.39	*8	*170*	532*
31.67	*20*	*218*	616	29.89	*25*	*243	661	31.77	*23	*231	639*	29.93	*26	*248*	670*
33.69	22	*224	626*	31.51	*15*	*197	579*	33.39	12	*184*	556*	31.87	*26*	*224	662
39.43	*16*	*198*	580	33.57	18	*208*	598*	37.51	*18	*206*	594*	37.81	*29	*247*	665*
41.97	*39*	*277*	715	39.79	30	*248*	666	49.63	30	*242*	654*	47.51	*23	*221*	619*
47.91	*42	*280*	718	41.41	*16*	*198	580*	53.79	41	*273	705	43.79	*33*	*255*	677
49.73	35*	*237	679	43.67	*28*	*238*	648	57.91	*51	*299*	747	49.53	*25*	*227	629
57.61	34*	*252	670	49.69	33	*251	669*	59.93	54	*306*	758*	59.83	*48*	*290	732*
63.79	49*	*291*	*733	53.77	*40	*270	700*	61.67	*40*	*268*	696	61.77	*46	*284	722*
71.87	*61	*319	*777	59.59	*34*	*242	660	71.97	*68*	*336*	*804	67.91	*60	*318*	776
89.93	*82	*354	826*	63.87	54	*304*	*754	93.89	*73*	*339	*805	73.89	*64*	*326	788

79	100	200	83	100	200	89	100	200	93	100	200	99	100	200
1.79	*0*	*180*	560	1.89	*0*	*190	580	1.93	*0*	*194*	588*	1.99	*0	*200*
3.93	*2*	*198*	594*	3.63	*1	*167*	533*	3.31	*0*	*134*	468	3.33	*0	*136
7.97	*6*	*210*	614	7.27	*1	*135*	469*	7.99	*6	*212*	618	7.57	*3	*167*
9.31	2*	*142*	482	9.21	1	*131	461	9.77	6	*192	578*	9.11	0	*120
11.89	*9*	*209	609	11.99	*10	*220*	630	11.99	*10	*220*	630	11.99	*10	*220*
13.83	*10*	*226	642*	13.53	*6*	*172	538	13.61	*7*	*181	555	13.23	*2*	*138
17.87	*14*	*218	622	17.17	*2*	*136	470	17.23	*4*	*150	496*	17.47	*7*	*171
19.41	*7*	*167	527*	19.31	*5*	*155*	505	19.47	*8*	*174	540	19.21	*3	*143
21.99	*20	*240*	660	21.43	*9*	*175	541	21.33	6	*160	514*	21.31	*8*	*168
23.73	*16*	*212	608	23.43	*11*	*181	551*	23.91	*20	*231*	587	23.41	*15*	*195
27.77	20	*224	*628	27.33	10	*176	542	27.59	*15*	*201	587	27.59	*39	*275
29.51	*14*	*191*	*874*	29.41	*35*	*269*	703	29.89	*32*	*258	684	29.41	*24	*224*
33.63	20	*216*	*612	31.93	*28	*252	676*	31.97	33	*263	695	31.83	*43	*279
37.67	*24*	*223*	632	33.51	16	*200*	*584	37.87	33	*263	695	37.87	*45*	*281
39.61	23*	*223	623	37.59	*21*	*217	613	43.51	*21	*215*	609*	43.51	*21	*215*
43.53	*22*	*218	614	39.97	*37*	*273*	*709	49.57	*43	*277	711*	49.57	*43	*277
47.57	*26	*230	634*	41.63	*25*	*229*	*633*	59.71	*44*	*271	701*	59.71	*44	*271
49.71	34*	*254	674*	43.81	*34	*258	682	67.67	*44*	*278	712	67.67	*44	*278
59.81	*47	*247	647*	47.89	*41*	*277	713	69.81	55	*295*	*735*	69.81	55	*295*
69.91	62	*322*	*782	49.67	*32*	*248	664	73.93	*67	*333	*798	73.93	*67	*333
				71.73	*51*	*295	*739	79.91	*71	*341*	814	79.91	*71	*341*
				77.79	60	*316*	*772	83.83	*68*	*344	*820*	83.83	*68*	*344

CAUSES GÉNÉRALES

de l'évolution de la concentration des liquides gastriques

BASE DES RÉGIMES ALIMENTAIRES

par M. J. WINTER ⁽¹⁾

Dans un précédent mémoire ⁽²⁾ j'ai montré que, pendant la digestion gastrique, la concentration du mélange alimentaire se modifie constamment.

Pour le repas de pain, auquel se rapportent tous les faits que j'ai cités dans ce mémoire, cette concentration *diminue* du commencement à la fin du cycle digestif.

Les concentrations qui, vues isolément, semblent disparates et sans aucune utilité, revêtent, ainsi systématisées, un caractère pratique de premier ordre.

J'en ai déduit, directement, quelques applications : signification des liquides à jeun ; courbe évolutive normale pour le repas de pain ; limite physiologique de la digestion de ce repas. Cette conséquence est, tout particulièrement, importante et pratique.

Le mémoire en question n'étant qu'un exposé de faits ne contient ni théorie ni hypothèse.

Dans le mémoire actuel j'étudierai les causes générales de ce singulier phénomène qu'est l'évolution de la concentration. Elles en expliquent le mécanisme, la marche et la limite et mettent en lumière quelques nouvelles conséquences que l'observation exclusive de faits relatifs au seul repas de pain ne permet pas d'entrevoir.

Quand ces causes seront connues le phénomène évolutif nous paraî-

1. De même que les deux précédents (ce bulletin : 1905 et 1906), ce mémoire contient la substance d'un chapitre d'une monographie, qui paraîtra ultérieurement. Tous les éléments en sont inédits et tous les exemples cités sont tirés de la collection de mes recherches personnelles (Winter).

2. Bulletin de la Société Philomatique, Paris, Série 9, tome 8, page 110 (1906).

tra simple et naturel, et certaines notions, obscures jusqu'ici et éti-
quées, se clarifieront et prendront de l'ampleur.

Pour préciser la pensée et simplifier le langage, je me servirai assez
fréquemment, dans ce mémoire, de la représentation symbolique de
la concentration.

Cela est fort avantageux pour la discussion et n'introduit aucune
complication spéciale.

* * *

Quelles sont les causes qui font évoluer la concentration pendant la
digestion gastrique ?

Au lieu de les demander à d'incertaines hypothèses, je vais les dé-
duire de l'expression elle-même de la concentration, en donnant à
cette expression une extension qu'elle comporte. Ces causes nous
apparaîtront ainsi sans effort et sans la moindre incertitude.

Au début de mon précédent mémoire (1906) j'ai dit que la con-
centration (r) répond à la relation :

$$r = \frac{R}{V}$$

(V) étant une portion quelconque du contenu stomacal, celle
que l'on utilise pour y doser la matière dissoute (R) qu'elle renferme.

Ce rapport $\left(\frac{R}{V}\right)$ ne change pas si, au lieu d'une fraction arbi-
traire de ce contenu gastrique, on y fait figurer son volume total actuel
et toute la matière (R) que ce volume tient en dissolution.

Pour les besoins du sujet je désignerai ce volume total (V) par
(G + E), où (G) représente la proportion actuelle de sécrétion gastrique
qu'il contient et (E) ce qui y reste de l'eau primitivement ingérée avec
le repas d'épreuve.

La concentration peut alors s'écrire :

$$r = \frac{R}{G + E}$$

Cette relation signifie, à présent, que la concentration (r) dépend, à
tout instant et sans ambiguïté, de la matière (R) dissoute dans le mé-
lange gastrique, de la quantité actuelle qui y reste du liquide ingéré
et de la quantité actuelle de sécrétion qui y est mélangée.

Il en résulte avec une évidence indiscutable, que toutes les causes qui
peuvent modifier l'une quelconque des quantités (R), (G) et (E), modi-
fient également la concentration (r).

Voyons quelles sont ces causes.

Dans l'estomac, la quantité totale de matière dissoute (R) ne peut *changer* que 1° sous l'influence de la dissolution chimique opérée par les ferments digestifs ; 2° par l'adjonction des matériaux sécrétés ; 3° par l'évacuation gastrique, y compris la résorption éventuelle de certaines substances particulières.

La quantité (G) (sécrétion) ne peut changer, augmenter et diminuer, que par l'acte sécrétoire et par voie d'évacuation.

L'eau ingérée (E) ne peut diminuer que par évacuation.

Négligeons, tout d'abord, la résorption qui, dans l'estomac, est tout à fait problématique pour les matières organiques.

Il ne nous reste plus alors, pour agir sur la concentration, que trois causes fondamentales : *l'action chimique des ferments digestifs, la sécrétion et l'évacuation pylorique.*

Comme ce sont là les trois facteurs de l'acte digestif lui-même de l'estomac, la conclusion s'impose : *les fluctuations de la concentration dépendent intimement de celles des trois facteurs essentiels de la digestion gastrique.*

Ces facteurs, on n'en doutera pas, présentent, par excellence, les caractères d'agents *physiologiques* que la maladie peut modifier individuellement ou en bloc, et non pas ceux d'agents physico-chimiques extérieurs à la vie organique de l'individu.

La concentration, élément d'origine chimique, *constitue leur lien commun* ; par ses variations, liées à celles de ces agents physiologiques, elle devient donc elle-même un élément et un indicateur physiologiques à la merci des mêmes causes morbides que ses générateurs. C'est à cette propriété, ainsi dûment établie, que la concentration doit son importance. On n'avait jamais signalé cela avant mes recherches.

Parmi les remarques multiples que ces considérations suggèrent, il en est une qui frappe immédiatement ; les autres viendront mieux dans le courant ou à la fin de ce chapitre.

La voici : la concentration est la clef à l'aide de laquelle l'analyse gastrique parviendra, peu à peu, à pénétrer dans l'intimité de *toutes* les fonctions stomacales (chimique, sécrétoire, motrice) et non pas de l'acte chimique seulement, comme on s'est toujours plu à le croire jusqu'ici, Pawlow notamment. La concentration n'y suffira pas à elle seule, certes ; mais elle ouvre vers ce but une voie nouvelle qu'il est important de suivre.

..

Ce sont ces trois grandes causes digestives que je vais étudier dans leurs rapports avec la concentration. Je m'attacherai, avant tout, à

montrer que l'on peut, sans opération chirurgicale, sans fistule, par le simple moyen de la sonde, mettre directement en évidence leur existence et leur influence individuelle sur la concentration.

Puis j'analyserai leur action combinée dans quelques cas particuliers. Il se dégagera, en effet, de l'examen des faits, que la concentration n'évolue pas de la même façon pendant la digestion des divers aliments.

Une courte analyse de quelques cas spéciaux qui nous touchent de près nous fournira l'explication simple de ces divergences d'évolution ; elle sera également pour nous la source de remarques nouvelles et précises sur quelques régimes alimentaires.

..

Action chimique.

GASTÉRINES. — Si l'estomac est vraiment capable de dissoudre certains aliments, cette dissolution considérée isolément ne peut qu'*augmenter* la concentration du milieu.

Les faits très nombreux cités dans le mémoire précédent nous ont appris qu'avec le repas de pain, la concentration *diminue* constamment. Ces faits ne sauraient donc être invoqués directement comme preuves de l'existence d'une action chimique dans l'estomac ; leur témoignage est plutôt négatif.

Il convient de rechercher cette preuve en comparant les concentrations des liquides digestifs exempts d'aliments, à celles des mélanges alimentaires en digestions.

Voici d'abord, pour fixer les idées, quelques concentrations de gastérines ⁽¹⁾ de M. Frémont. On pourrait s'en passer, comme on va le voir ; mais comme elles existent, elles fournissent un excellent point de départ.

1)		0,00945	(du 14 novembre 1895).
2)		0,00960	} (d'avril 1904).
3)		0,01071	
4)		0,01182	

Je dois les trois derniers échantillons à l'obligeance de MM. Lesage et Dongier qui ont effectué d'importantes mesures de la résistance électrique de ces liquides.

Nous reconnaissons immédiatement dans ces concentrations de *chiens*,

(1) La gastérine est du suc gastrique *pur* de chien (*Estomac isolé* ; Frémont, 1895).

les valeurs mêmes que nous avons déjà vues chez les *liquides à jeun humains* (mémoire précédent). Cette similitude est fort suggestive.

Ces exemples démontrent aussi qu'une sécrétion gastrique, si pure soit-elle, n'a pas une constitution chimique constante.

Cette dernière remarque, très importante et dont je m'inspirerai souvent, doit être rapprochée de certaines observations que j'ai formulées dans les considérations introductives placées en tête du précédent chapitre.

Retenons que ces concentrations de gastérines sont plus petites que celles des repas de pain et se placent à l'extrémité *inférieure* de leur échelle évolutive.

EAU DISTILLÉE. — Les digestions de l'eau distillée constituent un moyen excellent pour étudier certains phénomènes gastriques.

Avec l'aliment solide en moins, les repas d'eau nous placent dans des conditions opératoires très analogues à celles des repas alimentaires. Ils ne violent pas l'organe et ses fonctions à la façon des interventions chirurgicales (fistules, etc), et représentent des cas digestifs très communs et absolument physiologiques.

En introduisant de l'eau distillée dans un estomac vide, on se donne, en somme, *l'avantage de recevoir la sécrétion dans un milieu qui, s'il la dilue, ne saurait aucunement la modifier chimiquement*. Le mélange extrait à la sonde n'est, en fait, ici, que de la sécrétion *pure diluée* par de l'eau.

Je me suis beaucoup servi de ce moyen aussi simple que fécond et je suis surpris qu'il n'ait jamais tenté aucun physiologiste.

Les résultats qu'il fournit sont peu compliqués; ils ont toujours servi de guide à mes recherches qu'ils ont aiguillées vers d'autres points de vue que ceux qui sont classiques. Ces résultats seraient incompréhensibles si certaines théories admises étaient exactes.

L'étude de la concentration des mélanges gastriques d'eau et de sécrétion est fort intéressante. L'aliment et l'action dissolvante chimique faisant défaut ici, les concentrations de ces mélanges ont une origine simple : la sécrétion.

Leur évolution éclaire le phénomène digestif d'une vive lumière de vérité et crée une analogie élémentaire et suggestive qui, tout à l'heure, me permettra d'interpréter aisément les évolutions alimentaires quelconques.

Cette notion *d'évolution* que les digestions d'eau mettent si nettement et si simplement en évidence, échappe totalement à l'étude *exclusive* des sécrétions gastriques *pures*. Cette étude fut par cela même la source

d'erreurs théoriques dont quelques unes sont tout à fait amusantes (1).

Voici quelques séries digestives d'eau distillée chez le chien. J'en donnerai la théorie plus loin.

Chien A. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (10 mars 1893).

		Série continue.					
I	{	Durée de la digestion en minutes	12'	22'	32'	62'	82'
		Concentrations.	0,00050	0,00053	0,00110	0,00249	0,0040
		Estomac vide après 82 minutes.					

Estomac vide après 82 minutes.

Chien B. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (1^{er} février 1893).

		Série continue		
II	Durée de la digestion en minutes	12'	36'	73'
	Concentrations.	0,00451	0,00187	0,00527

Estomac vide après 73 minutes.

Chien B. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (22 mars 1893).

		Série continue.			
III	Durée de la digestion en minutes.	7'	14'	51'	58'
	Concentrations.	0,00100	0,00203	0,00710	0,01036
	A la 58 ^e minute il ne restait plus dans l'estomac qu'à peine assez de liquide pour l'analyse.				

A la 58^e minute il ne restait plus dans l'estomac qu'à peine assez de liquide pour l'analyse.

REMARQUE. — Dans les séries I et II les dernières concentrations, respectivement 0,0040 et 0,00527, ne sont guère que la moitié de celles des gastérines de Frémont. Dans la série III la valeur finale (0,01036), correspondant à la *vacuité presque complète* de l'estomac, les égale sensiblement, bien que cette série III soit du même chien que la série II et procède des *mêmes* conditions de repas.

Des deux conséquences que suggère cette remarque, retenons seulement celle-ci : l'évolution et les valeurs absolues de la concentration ne dépendent pas *exclusivement* de l'individu et du repas ; elles dépendent aussi de conditions encore imprécises du moment que l'on devine aisément d'ailleurs.

Chien C. — Série intermittente. Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (1904).

		Série intermittente.						
IV	Dates	3 fév.	5 fév.	10 fév.	12 fév.	19 fév.	16 mars	18 mars
	Durée de la digestion en minutes.	10'	21'	32'	41'	50'	56'	66'
	Concentrations	0,000818	0,000637	0,00123	0,00100	0,00194	0,00387	0,00457

(1). J'en rappellerai une dans le chapitre consacré au chlore total.

Cette série qui, pour le même chien et le même repas répété, embrasse une période de six semaines, ne diffère des précédentes que par quelques oscillations bien marquées dans la marche *ascendante* de la concentration. Cela confirme l'esprit de la remarque que je viens de formuler à l'instant sur les autres.

Etant intermittente — un seul prélèvement par repas — elle présente un intérêt tout spécial qui se dégagera bien ultérieurement quand j'analyserai l'action combinée de toutes les causes réunies sur la digestion.

La concentration la plus élevée que j'aie pu en tirer est, comme dans les séries I et II, sensiblement la *moitié* de celles des gastérines pures.

REMARQUE GÉNÉRALE. — Dans toutes ces séries avec de l'eau pure l'évolution de la concentration est *ascendante*.

DIGESTION DE LA VIANDE. — Voici, pour compléter mon enquête expérimentale sur l'action chimique dans l'estomac, quelques séries avec des repas de viande et d'eau.

V	{	Chien A. — Repas :		{ Viande 200 ^{gr} Eau distillée 400 ^{cc} }		(du 10 février 1893).		
		Série continue.						
		Durée de la digestion en minutes	7'	14'	21'	28'	61'	124'
		Concentrations	0,0140	0,0160	0,0130	0,0131	0,0184	0,0350
		L'estomac est vide après 124'.						

VI ⁽¹⁾	Chien B. — Repas : { Viande 200 ^{sr} Eau distillée 400 ^{cc} } (du 24 février 1893).					
	Série continue.					
	Durée de la digestion en minutes	10'	21'	30'	61'	71'
	Concentrations	0,0180	0,0180	0,0181	0,0270	0,0290
	L'estomac est vide après 71'.					

		Chien D. — Repas : viande et eau distillée (de 1900).				
		Série continue.				
VII	{	Durée de la digestion en minutes	31'	44'	62'	80'
		Concentrations	0,0240	0,0242	0,0270	0,0271

(1) Ces séries V et VI ont été publiées en 1896 (J.W. Arch. d. physiol. t. 8, page 302).

Chien E. -- Repas : viande et eau.

Concentration du repas ingéré : 0,0138 (de 1900).

Série continue.

VIII	Durée de la digestion en minutes	31'	44'	61'
	Concentrations.	0,0169	0,0176	0,0280

Toutes les concentrations successives sont donc plus élevées que celle 0,0138 du repas ingéré.

Voici, pour finir, un repas de viande *sans eau* (repas sec) :

IX	<i>Chien Berger. -- Repas : 200 gr. viande, sans eau (de 1905).</i>
	Après une heure, la concentration du mélange alimentaire est : 0,0350 ; elle est donc de même ordre de grandeur que celles que l'on obtient avec les repas de viande et d'eau, vers la fin de leur digestion.

Je résume : de la comparaison des repas d'eau, de pain et de viande, il résulte que les digestions alimentaires fournissent toujours des concentrations plus élevées que celles des repas d'eau.

Cela est vrai même quand on fait prendre l'aliment sous sa forme insoluble. C'est le cas de l'exemple IX ci-dessus. L'animal n'y a pris que de la viande bouillie et débarrassée de la solution. Le liquide que l'on a retiré après une heure ne pouvait être que de la sécrétion ; il n'aurait donc fourni, *s'il n'y avait pas eu dissolution chimique dans l'estomac*, qu'une concentration égale, tout au plus, aux plus élevées de l'eau ou des gastérines. Il a fourni, au contraire, une concentration relativement élevée, bien plus élevée que les plus fortes des repas d'eau.

Il faut conclure de là *que l'estomac exerce bien réellement une action dissolvante sur l'aliment et constitue bien l'un des facteurs qui agissent sur la concentration*, C.Q.F.D.

Cette action dissolvante est, d'ailleurs, déjà bien connue. Mais elle ne l'est que par la voie *indirecte* du tube à essai. La concentration la révèle *directement*.

De là découle une remarque intéressante. Du moment que la matière dissoute est l'effet immédiat de l'action chimique de l'estomac, pourquoi ne pas la prendre comme élément de mesure de cette action au lieu de s'adresser, pour cela, à ses agents (pepsine, etc), presque insaisissables dans leur matérialité et dans leur mécanisme ? (Voir mémoire précédent).

N'est-ce pas ainsi que l'on procède dans l'application d'autres sciences ?

Cette question, plus loin, se posera avec une entière netteté, dans un cas alimentaire particulier. Cela nous éloignera et nous reposera

un peu des préoccupations du passé, trop imprégnées de pepsine et d'HCl, et nous fera entrevoir, pour le chimisme gastrique, d'autres horizons que celui de la digestion vue et appréciée à travers le tube à essai.

*
* *

A côté de cette conclusion sur l'influence de l'action chimique, conclusion qui se rapporte directement à mon sujet, les exemples qui précèdent suggèrent d'autres remarques générales. Bien que celles-ci s'écartent un peu de la question principale en cause ici, je tiens à en souligner immédiatement l'importance.

Voici : 1) Les concentrations les plus élevées des repas de viande sont bien inférieures aux plus élevées des repas de pain (Voir tableaux du précédent mémoire). Elles ne s'élèvent jamais beaucoup au-dessus de la concentration des repas ingérés.

2) Dans les digestions de la viande, la concentration *augmente* progressivement, bien que faiblement au début. C'est donc l'*inverse* de ce qui se passe avec le repas d'Ewald chez l'homme ; mais c'est exactement ce que l'on observe dans la digestion de l'eau distillée.

La raison de ces constatations ne saute pas immédiatement aux yeux ; il y a là une énigme. Nous aurons à la déchiffrer et à expliquer cette double singularité des digestions de viande. Mais ce qui frappe aussitôt, c'est la question pratique que soulève ce changement du mouvement évolutif de la concentration quand on passe d'un aliment à un autre.

Cette question est celle des repas d'épreuve. Il importe d'être très prudent dans le choix de ce repas et *surtout* très sobre dans les modifications qu'on apporte à ceux qui sont établis et étudiés dans leur évolution générale.

Beaucoup de médecins réalisent ces modifications avec une inconscience qui est très préjudiciable à la cause pratique du chimisme gastrique.

Il est clair, d'après cela, qu'une funeste incohérence doit régner parmi les documents établis sur des bases expérimentales aussi hétérogènes que celles qu'engendre l'arbitraire variété des repas d'épreuve.

Sécrétion.

Je rappelle qu'il ne s'agit pas ici d'une étude particulière de la sécrétion gastrique, de sa genèse, de sa quantité et de ses qualités. Cette étude sera faite en détail dans un chapitre spécial.

Il s'agit seulement, comme plus haut pour l'action chimique, de s'assurer de son existence et de l'influence qu'elle est susceptible d'exercer sur l'évolution de la concentration.

La faible concentration de la sécrétion gastrique pure (gastérines) fait pressentir que son action sur la matière dissoute, *considérée indépendamment de son activité chimique envisagée plus haut*, est, avant tout, une action *diluante*.

On peut, très facilement, mettre cette influence diluante du suc gastrique en évidence par la sonde stomacale.

En voici un exemple très simple, pris parmi plusieurs autres similaires de la même époque (1893). Ils n'ont jamais été publiés et reposent sur l'étude de la concentration elle-même.

Chien A (le même que série I ci-dessus). (Expérience du 8 juillet 1893).

Ingestion à la sonde de 300 cc d'une solution de peptones dont la concentration, très élevée, est : 0,2950.

La quantité totale de peptones ingérée est donc de 88^{gr},50.

Après 56 minutes je vide l'estomac ; j'en retire 353cc de liquide dont la concentration est descendue à : 0,1850.

Le volume ingéré avait donc augmenté d'*au moins* 53cc, soit d'*au moins un cc* environ à la minute, et la concentration diminué notablement.

Cela suffirait déjà à prouver l'existence d'une sécrétion fort active et à donner une idée du pouvoir *diluant* de l'estomac.

Mais il y a plus. La quantité totale de peptones ingérée avait été de 88 gr ; je n'en ai retrouvé que 65 grammes. 26 %, soit 1/4 environ de ces peptones, manquaient donc à l'appel. Comment avaient-elles disparu ?

Par résorption ? je ne le crois pas ; tous les faits connus sur cette question démentent la résorption gastrique de la peptone et de la matière organique en général.

Si elles n'ont pas été résorbées elles n'ont pu que disparaître dans l'intestin avec un certain volume de liquide.

Je ne chercherai pas ici à apprécier ce volume. Il est au moins égal à l'excédent (53 cc) trouvé directement par la sonde.

Il s'est donc produit une sécrétion très respectable d'environ *deux* centimètres cubes par minute.

Dans le chapitre relatif à la Sécrétion je préciserai les *quantités* et j'en formulerai la loi. L'exemple qui précède suffit amplement à mes besoins actuels. Il prouve que la sécrétion stomacale est très active pendant la digestion et que l'on peut s'en assurer directement à l'aide de la sonde.

Dans une autre expérience semblable, chez un autre chien, j'ai pu retirer *toute* la peptone ingérée ; le liquide s'était simplement dilué sans évacuation. Cela indique bien que la résorption des peptones est nulle.

Je vais compléter ces renseignements par ceux que peut fournir la digestion de l'eau distillée. Ce cas digestif, grâce à la concentration, nous offre le moyen de suivre très simplement et avec une grande approximation, l'enrichissement progressif du mélange stomacal en suc gastrique.

Mais il me faut pour cela effectuer un petit détour. Cette excursion nous sera d'ailleurs très profitable. Nous y glanerons quelques connaissances nouvelles telles que, par exemple, la notion explicite de *limite évolutive de la concentration*, notion que l'analyse ultérieure confirmera et précisera.

Tout cela est ignoré et l'idée vague et un peu compliquée que l'on se fait volontiers de la digestion n'a rien de commun avec la netteté et la simplicité du phénomène tel qu'il se révèle à l'analyse.

EAU DISTILLÉE. — En 1893, première étape de ces recherches, je n'avais d'autre point de repère que les digestions d'eau distillée.

On ne parlait alors que de sécrétion chimique (HCl, acidité, pepsine), ce qui n'équivaut, en fait, qu'à *qualifier* la sécrétion.

Les gastérines de Frémont n'étaient pas nées et personne, à l'époque, n'aurait pu m'indiquer, ni la *quantité* de suc gastrique pur mélangé à un liquide stomacal donné, ni les variations que sa quantité et sa constitution chimique peuvent subir, ni l'amplitude éventuelle de ces variations.

Les travaux plus récents de Frémont et de Pawlow n'ont pas dissipé l'obscurité de ces diverses connaissances du domaine pratique ; la plupart n'étaient pas dans leurs programmes et ne sont pas davantage dans leurs résultats.

J'ai, n'ayant pas de gastérines à ma disposition, tenté de les demander à l'eau distillée. Je fis un très grand nombre d'examens de digestions de ce liquide, les uns en séries, comme les exemples cités plus haut, les autres isolés.

Je tenais surtout à connaître les concentrations les *plus élevées* de ces digestions, celles que l'on ne trouve que sur leur fin. Le motif de cette préoccupation va se dégager immédiatement.

La valeur la plus élevée que j'aie pu trouver dans ces conditions est : 0,01036 ; c'est celle que j'ai citée plus haut (série III, chien B.). Mais habituellement elles n'atteignent pas 0,010.

Je pouvais donc considérer ce résultat comme un *maximum* pour l'eau.

Dès cette époque aussi les digestions de pain chez l'homme (tableau I, chapitre précédent)⁽¹⁾ m'avaient appris que la concentration 0,010 doit, approximativement, constituer un *minimum* pour ce repas.

Les nombreuses observations accumulées depuis (voir tableau II et III, chapitre précédent), soit repas d'épreuve, soit liquides à jeun, ont pleinement confirmé cette présomption.

Les digestions de viande elles-mêmes, lorsqu'on a la chance, rare d'ailleurs, de les surprendre à leur *extrême limite*, montrent leur tendance à ramener leurs concentrations finales vers 0,010.

De cette opposition qui place le *même point 0,010*, déjà souvent mentionné, à l'extrémité *supérieure* des digestions de l'eau et à l'extrémité inférieure des repas alimentaires, il faut conclure en généralisant que :

I) *Toutes les concentrations digestives, ascendantes et décroissantes, aboutissent, chez l'homme comme chez le chien, à une zone commune où celles de l'eau cessent d'augmenter et celles des repas alimentaires de diminuer.*

II) *Si cette zone, ce carrefour, est ainsi l'aboutissant des concentrations de tous les liquides digestifs, c'est qu'elle appartient à ce qu'ils ont tous de commun : LE SUC GASTRIQUE LUI-MÊME.*

Cette zone commune est, en somme, le *champ* des oscillations constitutionnelles de la *sécrétion* gastrique, dont la constitution n'est pas constante comme on le dit communément. Elle varie, elle aussi, entre *deux limites* et ses fluctuations sont subordonnées à des nécessités physiologiques du moment que je chercherai à préciser ailleurs. Rien ici n'est livré à l'arbitraire.

La concentration 0,010 n'est donc pas une *limite fixe* ; c'est un *point* de ce champ d'oscillation. J'ai déjà fait pressentir cela ailleurs.

Les gastérines de Frémont sont venues, depuis, confirmer *cette induction*. C'est pour cette raison que je désignerai désormais ce champ d'oscillation par l'expression : ZONE DES GASTÉRINES, qui signifiera : *zone constitutionnelle de la sécrétion gastrique pure*.

REMARQUE. — Expérimentalement cette zone s'étend entre les concentrations 0,007 et 0,011. Cela veut dire que l'on est susceptible de rencontrer dans la pratique toutes les valeurs comprises entre ces deux nombres ; mais, en fait, on rencontre *surtout* les plus élevées (0,009 ; 0,010 et 0,011). En cela l'expérience confirme la théorie que je développerai dans un autre chapitre.

(1) J. W. Bulletin de la Société Philomathique. t. 8. 1906 p. 127.

La remarque, toutefois, fait entrevoir que la limite inférieure extrême de la concentration se trouve, si elle existe, dans le voisinage immédiat de 0,007. Mais elle fait entrevoir aussi qu'à cette extrémité l'estomac doit être *rigoureusement vide*. Pratiquement on ne rencontrera donc *jamais* cette sécrétion idéale dans un estomac *physiologique*.

Cette dernière observation, qui s'éclaircira pas ailleurs, incarne en quelque sorte toute la physiologie du travail sécrétoire,

Appliquons, à présent, ces renseignements à l'objet particulier de cette étude.

Du moment qu'un suc gastrique quelconque possède toujours et nécessairement une concentration voisine de 0,010, (zone des gastérines) il en est de même de celui qui s'épanche et se dilue dans l'eau distillée introduite dans un estomac vide.

Il devient, dès lors, facile de calculer la quantité relative de suc gastrique que contient, à un moment donné, cette eau mêlée à la sécrétion.

Ce calcul est très simple et répond à l'expression : $G = V \frac{r}{r_0}$, où

(G) est la quantité de suc gastrique contenue dans le volume (V) du mélange retiré de l'estomac. (r) est la concentration de ce mélange ; sa valeur est fournie par le dosage. (r_0) est la concentration du suc gastrique pur ; pratiquement sa valeur peut être considérée comme *constante* puisqu'elle est toujours voisine de 0,01.

Comme 0,01036 est la concentration la plus élevée que m'ait fournie l'eau distillée et qu'elle appartient à la lisière supérieure de la zone des gastérines, je vais la prendre comme valeur constante de (r_0). Dans ces conditions toutes les quantités calculées pour (G) seront des *minima* très voisines de la réalité.

Pour plus de commodité je rapporte ces quantités, dans les exemples qui suivent, à 100cc de mélange. Il suffit pour cela de faire dans la formule précitée, $V = 100$.

Voici alors les richesses centésimales en suc gastrique que donnent les séries I. II. III et IV rapportées plus haut.

Chien A. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (du 10 mars 1893).

		Série continue.				
I	Durée de la digestion en minutes	12'	22'	32'	62'	82
	Centim. cubes de sécrétion dans 100 ^{cc} de mélange extrait	4,82	5,11	10,61	24,03	38,61

		<i>Chien B. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (1^{er} février 1893).</i>						
		Série continue.						
II	Durée de la digestion en minutes	12'	36'	73'				
	Centim. cubes de sécrétion dans 100 ^{cc} du mélange extrait	14,57	18,05	50,86				
		<i>Chien B. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (du 22 mars 1893).</i>						
		Série continue.						
III	Durée de la digestion en minutes	7'	14'	51'	58'			
	Centim. cubes de sécrétion dans 100 ^{cc} du mélange extrait	9,65	19,59	69,49	100			
		<i>Chien C. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (février 1904).</i>						
		Série intermittente.						
IV	Dates	3 fév.	5 fév.	10 fév.	12 fév.	19 fév.	16 fév.	18 mars
	Durée de la digestion en minutes	10'	21'	32'	41'	50'	56'	66'
	Centim. cubes de sécrétion dans 100 ^{cc} de mélange.	7,89	6,14	11,87	9,65	18,72	37,35	44,11

Ainsi les digestions d'eau distillée démontrent, avec une grande simplicité opératoire, que les mélanges gastriques s'enrichissent progressivement en sécrétion. Elles permettent même, avec tout autant de simplicité, de préciser les quantités exactes de sécrétions que ces mélanges contiennent.

Ces quantités s'accroissent rapidement; et ces accroissements prouvent combien la sécrétion est active pendant la digestion. C'est ce je voulais démontrer.

Il est bon d'ajouter qu'une autre cause que l'activité sécrétoire hâte cet accroissement centésimal; j'en parlerai dans un instant.

On remarquera que l'enrichissement progressif des mélanges gastriques en sécrétion n'est pas absolument régulier dans le temps. Dans la série IV qui est intermittente, cette irrégularité est très sensible malgré l'uniformité absolue de toutes les conditions extérieures.

Cela prouve, comme je l'ai déjà dit plus haut, que ce qui est apparent dans le travail gastrique n'est pas exclusivement fonction du repas et de l'individu. Certaines conditions abstraites y apportent aussi leurs influences momentanées; mais ces influences demeurent au second plan; elles ne bouleversent pas l'orientation de la marche des choses mais y introduisent des oscillations.

Si l'on considère, par exemple, le chien B (séries II et III), on constate que, d'un jour à l'autre, les accroissements relatifs de la sécrétion dans les mélanges retirés de son estomac ne sont pas les mêmes. Mais on note, malgré cela, chez lui une tendance très marquée et *permanente* à enrichir ses contenus plus vite que les autres chiens examinés.

Cette tendance, qui est la caractéristique de l'évolution digestive de ce chien B, est évidemment une manifestation de son individualité; elle domine la scène et imprime au phénomène en cause son allure spéciale que les influences secondaires du moment parviennent à troubler mais nullement à modifier.

L'eau distillée peut être utilisée chez l'homme; mais son emploi ne donnera son plein effet que plus tard, quand la loi de la digestion sera bien établie.

On peut placer ici une remarque qui, si elle sort du sujet, n'en est pas moins intéressante.

J'ai pu déterminer la zone des gastérines et la richesse en sécrétion de liquides gastriques, *non pas en m'attachant à la valeur absolue de nombres chimiques*, selon une mauvaise habitude courante, *mais en étudiant des limites de cycles*.

Il a suffi pour cela que je compare l'une à l'autre les digestions de l'eau et du pain, dont les concentrations respectives évoluent en sens contraire, *et que je considère leur limite commune comme un état statique* vers lequel tout liquide stomacal tend toujours à revenir quand il en a été écarté transitoirement par la dissolution chimique des aliments.

J'avais, du reste, déjà énoncé ce principe en 1896 (Arch. de Physiol). Il s'applique à toutes les humeurs. A toutes correspond un état statique fixe dont le dynamisme organique tend à les écarter et vers lequel elles reviennent toujours, *par le jeu naturel des fonctions*, après des oscillations plus ou moins étendues.

Mais je fis alors cette démonstration par la méthode cryoscopique, plus appropriée, en général, que la concentration.

Pour l'estomac, le jeu normal de ses fonctions se comprend mieux par l'étude de la concentration dont la signification immédiate est plus simple que celle du résultat cryoscopique.

La cryoscopie, toutefois, y apportera aussi ses précisions, comme on le verra ailleurs, et les deux questions ne feront pas double emploi.

Influence de l'évacuation stomacale.

L'estomac humain évacue ses aliments au bout d'un temps assez court. Cela est connu de tout le monde comme une nécessité physiolo-

gique courante ne réclamant aucune démonstration expérimentale spéciale.

L'évacuation *partielle* par le pylore ou par la sonde *ne modifie pas* la concentration du contenu ; le liquide qui s'échappe possède identiquement la même constitution que celui qui reste. L'évacuation n'a donc aucune influence *directe* sur la concentration ; *mais elle en a une sur son évolution.*

C'est la seule question que je soulèverai ici concernant l'évacuation stomacale.

Il est, *par voie expérimentale*, impossible d'isoler l'influence que l'évacuation exerce sur l'évolution, de celle qu'exercent simultanément l'action chimique et la sécrétion pendant une digestion alimentaire.

Il me faut donc recourir à un exemple analytique pour obtenir, sur cette influence, un renseignement positif indépendant.

Cela peut d'ailleurs se faire sans difficultés particulières.

Considérons une digestion alimentaire pendant un temps déterminée, une demi-heure par exemple.

Supposons qu'au début de cette demi-heure d'observation l'estomac renferme 200cc d'un liquide dont la concentration soit, à ce moment, 0,09.

Supposons, en outre, que pendant cette demi-heure, l'estomac fournisse 120cc de sécrétion. Chez l'homme c'est là une quantité relativement minime.

Imaginons enfin que l'action chimique reste suspendue pendant l'observation et qu'il ne se produise aucune dissolution alimentaire *nouvelle*.

Cette dernière condition s'est trouvée réalisée plus haut dans l'expérience de la peptone et se réalise toujours avec l'eau distillée.

Au bout de la demi-heure d'attente vidons l'estomac et déterminons la concentration du liquide extrait.

Cette concentration sera *différente* suivant que, pendant la demi-heure considérée, l'estomac *aura* ou *n'aura pas* évacué une partie de son contenu.

Premier cas. L'estomac n'a rien évacué. Son contenu n'a subi que l'action diluante des 120cc de sécrétion. Voyons quelle sera la concentration finale. Au début de l'observation, les 200cc du contenu, de concentration 0,09, tiennent, par hypothèse, en dissolution un total de matière égal à $200 \times 0,09 = 18,00$ grammes.

Les 120cc de sécrétion amènent dans le mélange : $120 \times 0,01$, soit sensiblement 1,20 gr. d'éléments dissous.

A la fin de la demi-heure il y a donc : $18 + 1,20 = 19,20$ grammes

de matières dissoutes dans le mélange dont le volume est devenu : $200 + 120 = 320\text{cc}$.

La concentration de ce mélange, au moment du puisement, est donc :

$$\frac{19,20}{320} = 0,06 = \frac{R}{G + E} \quad (G = 120; F = 200).$$

C'est le résultat *exclusif* de la dilution produite par la sécrétion dans le temps considéré.

Deuxième cas. L'estomac a évacué par le pylore une partie, la moitié par exemple, de son contenu au bout de 15 minutes.

Au moment de cette évacuation pylorique, l'estomac contenait, en vertu de considérations analogues à celles qui précèdent :

$$\left\{ \begin{array}{l} 260^{\text{cc}} \text{ de mélange } (E + G) \\ 18,60^{\text{gr}} \text{ de matières dissoutes } (R). \end{array} \right.$$

Aussitôt *après* cette évacuation qui, par hypothèse, a entraîné la *moitié* du contenu du moment, il ne renfermait plus que :

$$\left\{ \begin{array}{l} 130^{\text{cc}} \text{ de mélange.} \\ 9,30^{\text{gr}} \text{ de matières dissoutes.} \end{array} \right.$$

C'est sur ces dernières quantités que, dans les 15 minutes suivantes, la sécrétion dont je suppose la vitesse constante, a continué à exercer son influence.

Au moment du sondage, à la fin de la demi-heure d'observation, on trouve donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} 190^{\text{cc}} \text{ de liquide } (= 130 + 60), \\ 9,9^{\text{gr}} \text{ de matières dissoutes } (= 9,30 + 0,6), \end{array} \right.$$

Ce qui conduit à la concentration finale :

$$\frac{9,9}{190} = 0,0521...,$$

au lieu de 0,06, valeur trouvée dans le premier cas.

Il n'y a, entre les deux cas, qu'une seule différence : une évacuation pylorique partielle de l'estomac pendant la période d'observation. Cela a suffi pour activer la chute de la concentration dans le cas où elle s'est produite. Cette activation de chute de : 0,06 moins 0,0521 = 0,0074, représente la part prise par l'évacuation à l'évolution.

Allons plus loin. Supposons que l'unique évacuation envisagée se produise à d'autres moments qu'à la 15^e minute de l'observation.

Si elle a lieu à 25 minutes, par exemple, la concentration finale sera : 0,05705.

Si elle se produit à 5 minutes, on trouvera : 0,04809, etc...

Je condense ces résultats dans le tableau suivant :

Concentrations diverses du mélange puisé après 30' d'observation. Concentration initiale = 0,09.	{ sans évacuation . . . 0,0600 (effet exclusif de la sécrétion).			{ effets combinés de la sécrétion et de l'évacuation.
	{ une évacuation de la moitié du liquide du moment :	après 25' . .	0,05705	
		après 15' . .	0,05210	
		après 5' . .	0,04809	

Il résulte de ce petit tableau, *primo*, que l'évacuation influence franchement l'évolution de la concentration ; *secundo*, que cette influence est d'autant plus marquée que l'élimination se produit à un instant *plus rapproché du début de la digestion*.

Cela s'explique aisément d'ailleurs, surtout pour une concentration initiale élevée, car si l'évacuation est hâtive, la même sécrétion agit *plus longtemps* sur un *moindre* volume et sur *moins* de matériaux alimentaires.

Je n'ai supposé qu'une *seule* évacuation pylorique ; si l'on en suppose plusieurs, leur influence réunie sur la concentration n'en sera que plus marquée.

J'ai également admis que la vitesse de sécrétion est constante. Si on la suppose variable, l'influence de l'évacuation variera en conséquence, mais n'en subsiste pas moins.

Je n'insiste pas ici sur ces questions secondaires ; elles se retrouveront ailleurs. Il me suffit d'avoir montré que l'évacuation agit sur l'évolution de la concentration et qu'elle en est bien l'un des facteurs.

REMARQUE. — Je n'ai pas spécifié, dans ce qui précède, le genre d'évacuation. Mais il est évident que les résultats mentionnés concernent l'élimination par la sonde au même titre que l'évacuation pylorique.

Il en résulte que de forts prélèvements successifs par la sonde *précipitent la marche de la concentration*. C'est là un renseignement pratique considérable qui intéresse tout particulièrement l'étude de la digestion par la méthode des *séries continues*.

C'est ainsi qu'avec le repas d'Ewald, dont les concentrations digestives initiales sont très élevées, les prélèvements copieux et trop nombreux accélèrent notablement l'abaissement de la concentration.

C'est afin d'éviter cette cause d'erreur que, pour établir la courbe évolutive physiologique de la concentration pendant le repas d'Ewald, je me suis adressé *non pas à des séries*, mais à la *fréquence maxima*, dont j'ai développé le mécanisme et les indications dans mon précédent mémoire (1906).

Les séries continues sont indispensables pour mettre en lumière certains phénomènes, ou pour établir la continuité ou la discontinuité de certains caractères que l'on ne peut connaître que par ce moyen.

Elles sont également très utiles pour démontrer l'existence même de l'évolution de la concentration ; mais elles ne sauraient fournir *la notion exacte de la vitesse évolutive*.

Elles ne peuvent donner de cette évolution qu'une image qui sera d'autant plus raccourcie que les prélèvements successifs effectués auront été plus fréquents et plus copieux.

Cette remarque doit mettre en garde contre les indications de séries établies avec trop de fantaisie, comme cela se voit parfois dans les services hospitaliers où les tubages sont exécutés sans discernement par des infirmières. Mais elle ne doit pas conduire à s'exagérer les erreurs inhérentes aux séries continues et à les condamner.

Voici à ce sujet une règle de conduite : Pour une série de 4 ou 5 termes, espacer les puisements et n'extraire, chaque fois, que 25 cc environ, pour le repas d'Ewald.

Les séries rapportées et reproduites en courbes dans le mémoire précédent et celles, continues, du mémoire actuel, se rapprochent de ces conditions. L'évolution vraie n'y est donc que faiblement déformée ; elle l'est néanmoins dans une certaine mesure.

Pour les besoins courants de la clinique, quand il ne s'agit pas de recherches mais seulement d'un diagnostic, deux tubages, après 60 et 90 minutes, suffisent amplement pour préciser la marche évolutive, surtout si l'on a soin de vider l'estomac au deuxième (90'). Un prélèvement avant 60 minutes doit être évité ; et quand on le juge nécessaire, il convient de le faire avec parcimonie.

Les résultats numériques que je viens de présenter sur les effets de l'évacuation, ne sont pas absolument théoriques et fictifs. Ils ont été modélés sur les indications fournies : 1) par les liquides de digestions de l'eau distillée dont l'enrichissement rapide en suc gastrique serait incompréhensible sans le concours très actif de l'évacuation ; 2) par l'étude très étendue du repas d'Ewald *sucré* et par celle des repas de peptones. Tous les documents positifs ainsi réunis se groupent convenablement autour d'une conception générale que je formulerai en d'autres circonstances.

On remarquera aussi que pour établir le petit tableau ci-dessus, je me suis placé dans le cas d'une action chimique *nulle*.

Bien qu'inapplicable aux digestions alimentaires, aux repas d'épreuve notamment, cette condition, simple fiction, n'amoindrit en rien la valeur des résultats signalés ; car il ne s'agissait que de dégager, d'une *manière quelconque*, l'influence *propre* de l'évacuation sur l'évolution. Si je ne m'étais pas virtuellement mis à l'abri de l'influence chimique, je n'aurais pas pu atteindre ce but.

Action combinée des trois facteurs digestifs.

Des faits et considérations qui précèdent il résulte que *chacune* des grandes causes physiologiques de la digestion gastrique exerce une influence réelle et propre sur la concentration du milieu ; chacune, en se répétant, l'augmente ou l'abaisse suivant sa nature et son activité du moment.

Dans la réalité, ces causes que jusqu'ici je n'ai envisagées qu'individuellement, agissent ensemble. C'est, d'ailleurs, au résultat seulement de ce concours qu'il convient d'appliquer le mot *digestion* que, par une inconvenable erreur théorique, on attribue couramment à la *seule* cause chimique (peptonisation),

De cette action combinée des trois causes, résulte nécessairement une influence combinée sur la concentration. Celle-ci apparaît alors comme la *résultante* de cette action commune ; elle augmente ou diminue, pendant la digestion, en fonction de cette action multiple et suivant les besoins physiologiques en vue desquels les causes agissantes se sont coordonnées ; et sa *vitesse évolutive*, qu'elle croisse ou décroisse, dépend, à tout instant, de l'activité respective de ces causes dont, à l'état pathologique, l'harmonie normale peut se rompre par la prédominance ou la défaillance de l'une d'elles. La vitesse évolutive de la concentration se modifie alors en conséquence et signale l'anomalie dans l'analyse.

Ainsi émerge l'intérêt clinique qui s'attache à la connaissance de la concentration des liquides gastriques : *l'harmonie des fonctions digestives de l'estomac se traduit, avant tout, par l'état évolutif de la concentration.*

L'expérience nous a appris (voir mémoire précédent 1906) comment la concentration évolue avec le repas d'Ewald. Cette évolution est, habituellement, fort régulière et son mouvement est toujours orienté dans le même sens.

Les séries digestives d'eau et de viande chez le chien, que j'ai rapportées tout à l'heure, nous offrent le même spectacle de régularité et d'uniformité.

Cela prouve que la coordination des causes digestives de l'estomac est remarquablement stable.

Mais alors comment expliquer une divergence fondamentale qui s'est révélée entre les repas d'Ewald et les repas d'eau et de viande ? *Pourquoi, sous l'influence des mêmes causes et d'une même coordination fonctionnelle, la concentration du repas d'Ewald va-t-elle systématiquement*

quement en diminuant et celle des repas d'eau et de viande en augmentant?

Cette énigme qui nous est apparue à travers les faits, dès le début de ce chapitre sur les causes, et qui subsiste en dépit de la connaissance de ces faits et de ces causes est quelque peu troublante.

Il importe d'en rechercher la solution parce qu'elle intéresse la pratique au plus haut point.

L'analyse un peu serrée, mais aussi un peu abstraite, des effets sur l'évolution des trois causes digestives combinées, va nous renseigner très simplement.

Cette étude se prêterait à de grands développements. Mais en raison du cadre pratique et restreint de ce mémoire, je n'examinerai que les trois types de repas qui nous intéressent particulièrement.

Cette courte analyse, très élémentaire, sera utile à tous ceux qui, n'ayant jusqu'ici vu ces questions qu'à travers l'imprécision de la clinique, ont le désir d'approfondir l'enchaînement réel des faits.

Elle nous conduira à quelques connaissances nouvelles et permettra à chacun de reconstituer dans sa pensée la marche générale de la digestion gastrique dans un cas donné.

Comme plus haut je symboliserai les éléments à considérer. Il en résulte une vision plus nette des choses et une image de l'acte digestif dégagée du vague dont on enveloppe d'ordinaire ses éléments,

*
* *

Reprenons l'expression donnée plus haut de la concentration :

$$r = \frac{R}{G + E}.$$

dans laquelle $(G + E)$ est le volume *total actuel* du mélange gastrique et G la sécrétion mêlée à la quantité E qui reste de l'eau ingérée avec le repas. (R) est le poids total des matières dissoutes dans le volume $(G + E)$.

C'est cette expression que je vais suivre à travers la digestion, en analysant les modifications que peuvent lui faire subir, collectivement, les trois grands facteurs, maintenant connus, de la digestion.

Notons, d'abord, quelques remarques générales pour n'avoir pas à y revenir à chaque instant.

1) Le liquide E ingéré avec le repas, tout de hasard par conséquent, ne peut pas augmenter dans l'estomac ; il ne peut qu'y diminuer graduellement ; chaque onde propulsive de l'organe en élimine une certaine fraction.

2) La sécrétion (G) y arrive, au contraire, *incessamment* ; mais une fraction en disparaît avec chaque onde évacuatrice. Il en résulte que la sécrétion *se renouvelle plus ou moins complètement* pendant la digestion.

3) La sécrétion G et le liquide initial E étant intimement mélangés dans la cavité stomacale, l'onde évacuatrice les entraîne *simultanément* dans le rapport $\left(\frac{E}{G}\right)$ sous lequel ils se trouvent dans le mélange au moment précis de l'évacuation.

4) La matière dissoute (R) qui figure au numérateur de la concentration (r), ne peut *augmenter dans l'estomac que par voie chimique*. Elle y diminue par évacuation, comme E et G, et peut aussi y diminuer, *momentanément*, par action chimique. Tel est par exemple le cas de la caséine du lait qui, dissoute à l'origine, est insolubilisée momentanément par le ferment lab et se redissout plus ou moins complètement par la suite. Mais cette précipitation momentanée ne nous intéresse guère, car elle se fait *dès l'origine* de la digestion et nous place, par conséquent, dans le cas d'un repas dont l'aliment serait ingéré sous sa forme insoluble.

5) Quand le repas ingéré est *sec* — aliment solide sans eau — la quantité E est nulle et l'expression de la concentration se réduit alors à : $r = \frac{R}{G}$, qui signifie que, dans ce cas, tout le liquide que l'on peut rencontrer dans l'estomac, à un instant quelconque, provient de la seule sécrétion (G).

A la faveur de ces remarques, *que l'on ne doit pas perdre de vue*, notre analyse va se développer très commodément et très rapidement.

Premier type : Digestion de l'eau distillée.

L'action chimique sur l'aliment est nulle ici et la matière dissoute ne peut avoir qu'une origine sécrétoire ou comme source une réaction s'exerçant sur les substances *sécrétées*.

Je commence par l'examen de ce cas parce que la simplicité même de l'exemple prête au raisonnement, qui se répétera par la suite, une allure très élémentaire.

Chaque centimètre cube de sécrétion qui se déverse dans l'eau ingérée y amène, en même temps que du liquide, un poids (r_0) de matériaux dissous. (G) étant la quantité du suc gastrique pur que renferme le contenu actuel de l'estomac, ($G r_0$) est, par suite, le poids total des matières dissoutes qui s'y trouvent.

On a donc ici : $R = Gr_0$. Si dans la formule de la concentration on remplace R par Gr_0 , elle devient :

$$r = \frac{Gr_0}{G + E} \dots \quad (1)$$

Plaçons-nous, d'abord, à l'origine de la digestion. L'estomac ne renferme encore que l'eau distillée ingérée et aucune sécrétion ne s'y est encore mêlée.

Cette condition annule (G), mais annule aussi, par cela même, la concentration; car si dans l'expression (1) qui précède, on annule (G), elle se réduit à zéro.

Cela est, d'ailleurs, évident à priori, la concentration de l'eau distillée, encore exempte de suc gastrique, étant évidemment nulle.

Ainsi — etc'est cela que je veux mettre en relief — *dans la digestion de l'eau la concentration part de zéro.*

Voyons, à présent, comment elle *doit* évoluer pendant la digestion de cette eau.

A cet effet je vais mettre l'expression (1) qui précède sous la forme équivalente mais d'un usage plus commode que voici :

$$r = \frac{r_0}{1 + \frac{E}{G}}.$$

(r_0) étant sensiblement constant (zone des gastérines) ou pouvant ici être considéré comme tel, puisque sa valeur expérimentale est toujours voisine de 0,010..., cette nouvelle expression de (r) ne *peut varier qu'avec son unique terme variable* $\frac{E}{G}$.

Nous n'avons donc qu'à suivre les variations de ce terme; elles ne dépendent que de la sécrétion et de l'évacuation.

Je rappelle que dans les *intervalles* de temps où l'estomac n'évacue pas l'eau ingérée (E) ne *peut pas* changer.

Plaçons-nous d'abord dans un pareil intervalle.

La sécrétion (G) *augmente* incessamment; E étant invariable, la fraction $\frac{E}{G}$ *diminue* et, par suite, la concentration (r) *augmente* avec la sécrétion. Cela est forcé.

Si, maintenant, l'estomac évacue une portion de son contenu, cette évacuation, (voir plus haut) *ne modifie pas* le rapport $\frac{E}{G}$ du moment, puisqu'elle entraîne des quantités proportionnelles de (E) et de (G) mélangés. Mais dans l'intervalle suivant ce rapport diminuera plus.

vite que dans le précédent, parce que, l'eau éliminée ne se régénérant pas, la prédominance relative de la sécrétion qui se renouvelle incessamment, *va en s'accroissant d'un intervalle à l'autre*.

Là est, vraiment, le secret de l'influence de l'évacuation sur la concentration.

Donc le rapport $\frac{E}{G}$ diminue *constamment*; et, comme dans l'expression ci-dessus, toute *diminution* du dénominateur provoque une augmentation corrélatrice de (r), il s'en suit qu'*au cours de la digestion de l'eau, la concentration partant de zéro ne peut qu'augmenter par le jeu normal des fonctions en cause*.

Cette augmentation s'accroît avec l'activité de la sécrétion et de l'évacuation; ces deux causes agissent dans le même sens. On peut les réunir sous le non d'*action mécanique*.

Voilà ce qui dit la théorie et cela est rigoureusement *conforme aux indications expérimentales* des séries rapportées plus haut et les explique. On peut dire aussi que la *vitesse d'évolution de la concentration*, est, pour le cas de l'eau, *proportionnelle aux vitesses de sécrétion et d'évacuation*.

Il est facile de préciser la limite supérieure à laquelle s'arrêtera (r) dans sa croissance progressive.

Il suffit pour cela de remarquer que l'expression considérée sera *maxima* quand le rapport $\frac{E}{G}$ sera *minimum*, c'est-à-dire quand il sera égal à zéro. *Pratiquement* cette condition est réalisée quand (E) s'annule, c'est-à-dire quand l'estomac s'est *totale*ment débarrassé du liquide ingéré avec le repas. Cela n'est possible qu'avec la fin *physiologique* de la digestion, quand l'estomac s'est vidé complètement une fois au moins. Car l'eau étant intimement mélangée à la sécrétion, les évacuations pyloriques successives n'entraînent que du mélange sans y opérer de sélection. (E) ne peut donc s'annuler qu'avec la vacuité totale de l'organe.

Cela étant, si dans l'expression de la concentration on fait : $E = 0$, elle devient :

$$r = r_0.$$

(r_0) qui est la concentration du suc gastrique pur, est donc la valeur *maxima* que puisse atteindre la concentration d'un contenu stomacal issu d'une digestion d'eau distillée.

Cela justifie et précise ce que j'ai dit plus haut des digestions d'eau dans leur rapport avec la *zone des gastérines*.

Il est évident, d'ailleurs, que l'estomac peut être vide *avant* que cette limite supérieure (r_0) ne soit atteinte; cela dépend de l'intensité des

ondes évacuatrices. Les séries citées I, II, III, et IV, sont très caractéristiques à cet égard. Il se dessine là, du reste, un problème nouveau qui ne saurait être traité ici et qui apparaît des plus importants.

On voit, en somme, que, pour les digestions d'eau, toutes les données de l'expérience s'expliquent aisément par l'analyse théorique.

REMARQUE. — Je viens de dire que l'expression : $r = \frac{r_0}{1 + \frac{E}{G}}$ est

maxima, quand *pratiquement* (E) s'annule.

Ce « *pratiquement* » pose une restriction ; elle est intéressante.

Pour que cette expression s'annule il faut, en effet, non pas seulement que (E) se réduise à zéro, mais que $\frac{E}{G}$ s'annule. *C'est là la condition générale.*

Et elle est satisfaite de deux manières différentes : avec $E = 0$ et $G = \text{infiniment grand}$.

Cette idée d'infiniment grand apparaissant ici à propos de sécrétion et d'estomac, toutes choses dont les dimensions sont parfaitement limitées dans le temps et dans l'espace, n'évoque pas immédiatement l'impression d'une réalité physiologique vraisemblable.

Mais en l'envisageant de près on s'aperçoit qu'elle recèle, par le fait, la théorie de la *sécrétion continue*, avec ou sans sténose pylorique, suivant que E décroît ou ne décroît pas.

Je ne tiens pas à approfondir cette question ici. Je désirais seulement faire constater que les deux solutions théoriques que soulève l'examen de la concentration sont, l'une et l'autre, susceptibles d'une interprétation *physiologique* et se rapportent à des phénomènes *réels*, si mystérieuse qu'apparaisse la seconde sous le voile de la notion d'infini.

Deuxième type digestif. Repas d'aliments solides et liquides.

Les repas alimentaires ingérés peuvent d'avance tenir en dissolution dans leur liquide une certaine quantité de leur substance.

Tel est, par exemple, le repas d'Ewald, additionné de sucre, selon la modification que j'y ai apportée.

Tels sont aussi tous les repas de viande.

Je développerai les considérations qui suivent comme si ces concentrations *préalables* n'existaient pas. Mais là où il sera nécessaire d'en tenir compte je le signalerai et en indiquerai les conséquences.

Ce qui se dissout dans l'estomac même, aux dépens de l'aliment ingéré, s'y solubilise à la faveur d'actions fermentatives quelconques, *indépendantes* ou *dépendantes* du suc gastrique.

De là *deux* groupes généraux, que je vais examiner séparément.

PREMIER GROUPE. — *La genèse, dans l'estomac, de la matière dissoute (R) est indépendante de l'action propre de la sécrétion gastrique.*

J'examinerai plus loin s'il existe, dans la réalité, des digestions répondant à cette condition. Ce qui est certain, c'est que l'on peut concevoir *plusieurs modalités* digestives de ce type.

A fin de ne pas étendre inutilement le champ de cette discussion, je ne retiendrai de ces modalités possibles que *celle* dont l'analyse est la plus simple. Il sera, ensuite, facile d'y rattacher les types *réels* similaires.

Cette modalité est *celle où les aliments se dissolvent en masse dans l'estomac dès le début de la digestion.*

Cette nouvelle condition implique, évidemment, sinon l'arrêt immédiat de l'action chimique, du moins sa rapide décroissance.

Supposons qu'elle s'arrête presque aussitôt. Cela nous place alors dans une situation analogue à celle d'un repas ingéré sous une haute concentration *préalable*, tel que celui que je fis prendre à mes chiens sous les espèces d'une solution très concentrée de peptones (voir plus haut).

L'analyse de ce cas est facile : c'est une simple dilution qui s'opère ; il est aisé de s'en convaincre, en suivant le phénomène sur la formule :

$$r = \frac{R}{G + E}, \text{ elle-même.}$$

En effet, *dès l'origine* on se trouve, par hypothèse, en présence d'une concentration élevée, *maxima* : tel le repas d'Ewald sucré. Dans les intervalles où l'estomac n'évacue pas (R) et (E) sont dès lors invariables et la quantité de sécrétion gastrique (G) est seule à varier et à augmenter. Comme sa concentration propre (r_0) est trop faible pour, à ce moment, compenser son action diluante, il se produit forcément une dilution proportionnelle à l'activité sécrétoire. La concentration (r) ne peut donc que *diminuer* dans ces intervalles.

Quand l'estomac évacue, cette évacuation, je l'ai déjà dit, ne modifie pas les rapports respectifs de (R), de (G) et de (E) ; elle favorise seulement, d'un intervalle à l'autre, l'action diluante de la sécrétion.

Donc, dans l'hypothèse d'une action chimique suspendue dès les premiers moments de la digestion, *la concentration ne peut ici que diminuer constamment.*

Admettons, à présent, que cette action chimique, au lieu de s'arrêter dès l'origine, se poursuive encore plus ou moins longtemps, *mais en décroissant* selon l'esprit de l'énoncé de la question.

Dans ce cas encore la concentration diminuera, mais plus lentement et avec, peut-être, quelques oscillations.

Car (R) ne se régénérant que *partiellement et de moins en moins* et (G) augmentant régulièrement, la fraction : $r = \frac{R}{G + E}$ décroîtra forcément.

Il est tout aussi facile que pour les digestions d'eau de déterminer ici la *limite inférieure* à laquelle s'arrêtera la concentration (r) dans sa chute progressive.

Il suffit, pour cela, de mettre en ligne les éléments dissous *sécrétés*. Je les ai négligés ci-dessus parce qu'ils étaient négligeables devant (R), aux phases digestives considérées.

Nous savons par l'étude de l'eau distillée que si l'estomac contient, à un moment donné, (G) cc de sécrétion, il s'y trouve aussi, par cela même et en plus des éléments (R) d'origine alimentaire, un poids Gr_0 de matières sécrétées.

L'expression *vraie* de la concentration est donc ici, à tout moment :

$$r = \frac{Gr_0 + R}{G + E}.$$

Les évacuations successives éliminant peu à peu R et E qui ne se régénèrent pas ou peu, et, d'autre part, G et Gr_0 se renouvelant incessamment, R et E tendent de plus en plus vers zéro et *finalement*, s'annulent, tandis que l'expression ci-dessus tend progressivement vers cette autre :

$$r = \frac{Gr_0}{G} = r_0,$$

qui représente la limite théorique vers laquelle évolue la concentration de tout repas analogue au type théorique considéré.

On remarquera que cette limite (r_0) est la même que celle des digestions de l'eau distillée ; c'est la concentration de la sécrétion gastrique elle-même (gastérine).

La comparaison serrée des *faits* nous avait plus haut fait deviner cette *communauté de limites* ; l'analyse théorique vient ici la confirmer en en précisant la signification concrète. La concordance entre les faits et la théorie est donc jusqu'ici complète et l'existence de la *zone des gastérines*, territoire d'aboutissement commun à tous les liquides de digestions gastriques, ne saurait plus faire de doute : L'étendue de

cette zone correspond, je l'ai déjà dit, à l'amplitude des fluctuations éventuelles de (r_0) .

REMARQUE I. — La concentration d'un liquide alimentaire du type considéré n'atteint pas *nécessairement* la limite (r_0) . Les ondes motrices peuvent expulser brusquement les dernières portions du mélange stomacal *avant* cette étape ultime. Il semble même que cela soit physiologique, parce que cette éventualité implique réellement l'existence d'ondes évacuatrices qui ne s'affaiblissent pas trop vite.

Avec des mouvements qui déclinent trop rapidement, la concentration peut osciller fort longtemps autour de sa limite sans jamais l'atteindre tout à fait. Chez l'homme cela constitue certainement une anomalie.

Pour un repas du type en cause ici de même que pour l'eau pure, *l'estomac doit donc être vide ou ne plus contenir que des quantités infimes de liquide quand la concentration a atteint la zone des gastérines, c'est-à-dire quand $r = r_0$.*

Ce principe que j'avais déduit des faits dans le mémoire précédent découle donc très clairement aussi de l'analyse théorique.

REMARQUE II. — Si le repas du type en cause est sec, l'expression générale de sa concentration devient : $r = r_0 + \frac{R}{G}$.

Il est facile de voir qu'avec les conditions posées, la concentration évolue comme dans le cas général et ne peut atteindre sa limite que pour $R = 0$, ou $G =$ infiniment grand.

J'ai déjà dit comment il convient, pratiquement, d'interpréter la notion : $G =$ infini ; je n'y reviens pas.

REMARQUE III. — Le schéma théorique que je viens d'esquisser présente, chose curieuse, les caractères principaux de la digestion du repas d'Ewald. Mais il ne les présente pas tous et pour les retrouver intégralement, il faut y joindre quelques-uns de ceux du *deuxième groupe* digestif que je vais examiner et qui se rapporte à un autre type d'aliments.

* * *

DEUXIÈME GROUPE. *La genèse chimique de la matière dissoute (R) dépend de l'action propre de la sécrétion gastrique (G).*

Cet énoncé signifie qu'une mutuelle dépendance enchaîne ici le développement de l'action chimique à l'afflux de la sécrétion.

Cette condition n'existe pas dans le cas précédent; mais nous l'avons déjà rencontrée avec l'eau distillée.

Elle est d'ailleurs facile à formuler.

Si chaque centimètre cube de suc gastrique est capable de dissoudre un poids (p) de substance alimentaire, la quantité totale (R) de substance dissoute par le volume (G) de sécrétion sera Gp ; d'où $R = Gp$.

Dans l'expression générale de la concentration on peut donc remplacer (R) par Gp ; elle devient alors, si l'on néglige les substances sécrétées :

$$r = \frac{Gp}{G + E} = \frac{p}{1 + \frac{E}{G}},$$

qui correspond à des repas composés d'aliments solides et liquides et rappelle celle que nous avons utilisée pour les digestions d'eau distillée. On peut en inférer de suite que le mouvement évolutif de la concentration aura la même orientation générale ici que là, si les fluctuations propres de l'élément (p), qui nous apparaît pour la première fois, ne troublent pas cette orientation.

Ce facteur nouveau (p) étant la quantité de substance qu'un centimètre cube de sécrétion est capable de dissoudre, peut être désigné par : *coefficient de l'activité chimique du suc gastrique*. Si cette activité se rapporte à la peptonisation, par exemple, (p) sera le coefficient de l'activité peptique etc.

Par sa nature de *coefficient*, (p) n'est pas susceptible d'être influencé par l'évacuation gastrique; il dépend de conditions organiques antérieures à l'acte digestif. La quantité (Gp) seule tombe sous les influences digestives (actions mécanique et chimique).

Pour suivre ce nouveau type de repas à travers la digestion nous admettons d'abord que le coefficient (p) est *invariable* pendant toute la durée du travail gastrique.

Cette condition première nous place alors dans une situation *absolument analogue* à celle des repas d'eau pure; et en répétant ici, pas-à-pas, ce qui a été dit pour l'eau distillée, on arrive à la même conclusion générale que voici : le coefficient (p) étant supposé constant, la concentration ne peut qu'augmenter du commencement à la fin de la digestion.

Si, maintenant, l'on admet que (p) est variable, on reconnaît immédiatement qu'une *variation ascendante* de ce coefficient ne peut qu'accroître le mouvement ascensionnel précédent de la concentration.

Mais une variation *descendante* de (p) change totalement cette physiologie simple du mouvement évolutif.

Par sa chute progressive le numérateur (p) de la fraction $\frac{p}{1 + \frac{E}{G}}$,

tend à imprimer à la concentration une orientation différente de celle qu'engendrerait le dénominateur $\left(\frac{E}{G}\right)$ s'il variait seul. Comme il y a ici *deux variables antagonistes*, le sens du mouvement évolutif dépend à tout instant de l'état respectif de ces deux termes : p et $\frac{E}{G}$. *Pratiquement* l'analyse de ce cas peut se ramener aux considérations suivantes :

Comme, dans cet ordre de phénomènes, il ne se produit aucun saut brusque on peut prévoir que, d'une manière générale, la concentration *augmentera* d'abord puis *baissera*. Elle passera donc par un *maximum* en cours de digestion. Ce maximum sera d'autant plus vite atteint quel'évacuation, par exemple, sera plus rapide ; il se montrera, au contraire tardivement quand l'évacuation sera lente.

On peut donc, avec ce type théorique de repas, prévoir deux marches évolutives de (r) : l'une croissante quand (p) reste constant ou va en augmentant ; l'autre croissante d'abord, décroissante ensuite, avec un maximum entre les deux, quand (p) baisse constamment.

Les fluctuations de (p) jouent donc ici un rôle prépondérant et il importe de les étudier de plus près (voir ci-après).

REMARQUE I. — La limite à laquelle s'arrêtera la concentration est facile à déterminer dans le cas d'un coefficient (p) rétrograde. Cette limite est encore (r_0) . Car (p) diminuant incessamment tend vers zéro. On s'achemine donc ainsi vers le premier type alimentaire, étudié tout à l'heure et dont la limite est (r_0) .

Quand (p) reste constant ou s'accroît pendant la digestion, la concentration augmente, on vient de le voir, du commencement à la fin du cycle digestif. Il semble donc que la limite soit un maximum très différent de (r_0) .

Cela est vrai, théoriquement et pratiquement, tant que l'estomac contient des aliments susceptibles d'être attaqués par la sécrétion. Mais il est évident que l'évacuation qui entraîne, peu à peu, les aliments solides aussi bien que le liquide, finit par éteindre l'action chimique en soustrayant les substances solubles. Alors, si active que soit la sécrétion, (p) tend à s'annuler par défaut d'aliments et l'on retombe finalement dans le cas précédent.

Il est, d'ailleurs, facile de se convaincre que cette éventualité ne saurait se produire qu'aux *confins extrêmes* de la digestion physiologique parce que les dernières substances solides ne sont entraînées qu'avec les dernières portions de liquide auxquelles elles sont intimement mêlées.

Traduisons cela, comme précédemment, à l'aide de l'expression elle-même de la concentration, en y faisant figurer les éléments sécrétés (r_0). Cette expression générale est ici :

$$r = \frac{G(p + r_0)}{G + E}.$$

En y faisant tendre (p) et (E) vers zéro, elle aboutit, in extremis à :

$$r = r_0, \text{ C. Q. F. D.}$$

Il est d'ailleurs indifférent, pour ce résultat, que (p) s'annule par défaut d'aliments solides ou par appauvrissement progressif de la sécrétion.

La première de ces deux éventualités correspond, je viens de le dire, à (p) *constant* ou *croissant*. C'est celle qui — remarque curieuse — s'adapte à toutes mes séries de viande. — On a vu que (r) y croît jusqu'à l'*extrême limite* de la digestion. Elle retombe ensuite brusquement à (r_0), si brusquement qu'on ne réussit à le constater qu'à la faveur du hasard dans les derniers centimètres cubes du contenu.

La seconde éventualité, dont je ne possède pas d'exemple, correspond à (p), régulièrement décroissant avec, par conséquent, un *maximum en cours de digestion*.

En somme, entre ce deuxième groupe d'aliments, où l'action chimique ne se développe que progressivement avec l'afflux de la sécrétion et le premier où cette action sur l'aliment pendant la digestion stomacale est indépendante de la sécrétion gastrique, la différence est profonde par rapport à l'évolution de la concentration.

Cette différence, inconnue jusqu'ici, n'implique nullement un changement dans la coordination des causes digestives quand l'aliment change ; elle implique seulement l'intervention, pour des aliments différents, d'agents également différents, les uns étrangers à la sécrétion gastrique, les autres propres à cette sécrétion.

Cette constatation, suscitée par l'étude de la concentration, est tout à fait remarquable. Elle devra peser d'un grand poids dans le choix, aujourd'hui tout arbitraire, des régimes, choix que j'effleurai légèrement à la fin de ce chapitre sans toutefois y insister longuement.

*
* *

Les aliments que je viens de mettre en scène, je les ai supposés homogènes dans leur constitution chimique ; ce sont des aliments théoriques, à peu près inexistant dans la nature où l'on ne rencontre que des aliments complexes.

S'ils existaient, leurs influences individuelles sur l'évolution de la concentration se rangeraient dans l'un des deux groupes que je viens d'étudier.

Nous sommes donc avec eux dans le champ de la théorie pure.

Dans la pratique, en raison de la constitution habituellement complexe des substances alimentaires, ces *deux* influences sur l'évolution peuvent s'exercer côte à côte pendant la digestion d'un *même* aliment.

Ce point de vue est important, notamment pour le choix d'un repas d'épreuve qui devrait être aussi simple que possible.

*
* *

Détermination du coefficient (p).

Parmi les aliments directement attaquables par le suc gastrique lui-même, la viande est l'un des plus homogènes. On peut la considérer comme le type pratique des aliments du second groupe.

Les séries digestives (V, VI, VII, VIII) citées plus haut et obtenues chez le chien avec des repas de viande, nous offrent des évolutions *croissantes* de la concentration.

Cela s'accorde entièrement avec les digestions théoriques de ce second groupe quand on y suppose le coefficient (p) constant ou croissant pendant la majeure partie de la durée de la digestion.

Voyons s'il en est ainsi pratiquement ; *c'est là un problème tout nouveau.*

Par rapport à la viande et aux matières albuminoïdes (azotées) en général, le coefficient (p) peut prendre le nom, plus spécifique, de *coefficient de l'activité peptique*.

Supposons que le repas ingéré soit *sec*. (E) est alors nul puisque (E) représente le liquide ingéré avec le repas.

Annulons donc (E) dans la relation générale du second groupe :

$$r = \frac{G(p + r_0)}{G + E}. \quad \text{Elle se réduit à : } r = p + r_0, \quad \text{d'où l'on tire :}$$

$$p = r - r_0.$$

Ce résultat remarquable exprime que, *dans les digestions de repas secs de l'espèce en cause ici, le coefficient de l'activité chimique de la sécrétion gastrique est toujours, à un terme constant près (r_0), égal à la concentration r du moment.*

Nous voilà donc en possession d'un moyen très simple et inconnu jusqu'ici pour déterminer (p). Mais il n'est encore applicable qu'à la viande qu'il est facile de faire prendre sous une homogénéité relative convenable. Il est d'ailleurs indifférent que la détermination du coefficient de l'activité peptique se fasse à l'aide de la viande ou de toute autre matière albuminoïde.

Pour appliquer ce moyen on fait ingérer la viande (ou toute substance azotée suffisamment homogène) sous sa modification insoluble et sans eau, et on dose la concentration à un moment où la digestion est encore en pleine activité. Si du résultat de ce dosage on retranche 0,01, valeur toujours très voisine de (r_0), on a assez exactement la valeur de (p) à ce moment.

Ce moyen est beaucoup plus commode et plus sûr que les digestions artificielles *in vitro*. Il fournit le coefficient (p) *en poids de matière dissoute*, tandis que les digestions artificielles, incertaines et suspectes, expriment le pouvoir peptique en unités conventionnelles et arbitraires de pepsine.

Pour faire prendre la viande dégraissée sous un état convenable, il est bon de la faire bouillir avec de l'eau, de rejeter la dissolution des matières extractives ainsi obtenue et de ne faire absorber que la partie insoluble.

J'ai effectué de la sorte quelques déterminations de (p). En voici quatre obtenues dans de bonnes conditions de temps et de repas chez un chien de forte taille (28^k) auquel je faisais prendre 200 grammes de viande bouillie, sans eau.

J'opérais deux prélèvements: l'un à trente, l'autre à 60 minutes; dans chacun des échantillons je titrais la concentration.

Les quatre valeurs de (p) trouvées deux à deux, sont:

$$p = \begin{cases} \text{après 30 minutes} & \text{après 60 minutes} \\ 0,015 & 0,025 \\ 0,021 & 0,033 \end{cases}$$

Ces quatre nombres, qui correspondent à deux digestions différentes, forment entre eux une proportion sensiblement exacte ⁽¹⁾.

(1) Cette proportionnalité semble être la conséquence d'une relation plus générale qu'il serait prématuré de rappeler ici.

Ils prouvent que (p) va en *augmentant* bien que faiblement jusqu'à la soixantième minute au moins. Avec ce repas et ce chien jeune, robuste et plein de santé, je n'ai, du reste, jamais trouvé de liquide après 75 minutes. L'augmentation progressive de (p) se poursuit donc sûrement jusqu'au voisinage immédiat de la fin digestive quand les conditions générales de l'expérience sont physiologiques. J'ignore s'il en est de même à l'état pathologique.

Ce résultat établit définitivement l'accord entre l'évolution réelle, expérimentale, des séries digestives à la viande et l'une des évolutions théoriques prévues pour les digestions des aliments du second groupe dans lequel la viande se classe comme un vrai type.

La théorie en somme s'accorde entièrement ici comme pour l'eau distillée, avec les faits, c'est-à-dire avec la réalité de tous les instants. Elle a su en prévoir la succession et le développement grâce à la concentration. Il a suffi qu'elle subordonne la marche de cette concentration non pas à une cause *unique*, l'action chimique, mais aux trois causes fondamentales qui représentent réellement la digestion gastrique.

Toutes ces causes *intéressent également* le médecin. L'analyse chimique en a ignoré deux jusqu'à ce jour. Il n'est donc pas étonnant qu'elle n'ait abouti qu'à des déboires.

Remarques. — Les valeurs du coefficient peptique (p) que je viens de mentionner et leurs variations suggèrent quelques remarques secondaires intéressantes.

1) Du moment que pour les repas *secs* du second groupe la concentration *ne dépend que de (p) et ne traduit, par cela même, que l'activité chimique de la sécrétion*, c'est que les repas de cette espèce sont impropres à refléter l'évolution digestive par cette concentration. Pour que cette évolution et ses trois causes reparassent dans ses valeurs successives, il est nécessaire que le repas ingéré contienne de l'eau. Cela se dégage clairement de l'expression générale de la concentration relative à ce groupe alimentaire :

$$r = \frac{G(p + r_0)}{G + E}.$$

En y annulant E on la ramène à : $r = p + r_0$, que je viens d'utiliser pour déterminer (p) .

Ce coefficient est alors la *seule* variable qui y figure ; comme il est indépendant de l'acte digestif stomacal il en résulte que (r) en est également indépendant.

Les repas secs ou, ce qui revient au même, l'étude de l'activité peptique des sécrétions, sont donc impropres à définir l'état digestif. C'est pourtant ce que l'on fait couramment sans en discerner l'inutilité.

II) Les valeurs de (p) qui précèdent montrent que, *chez le même sujet*, ce coefficient est susceptible de varier, non seulement du commencement à la fin de la digestion, mais aussi *d'un jour à l'autre* malgré l'identité des conditions extérieures de l'expérience.

Pawlow qui a mesuré la capacité peptique d'heure en heure, par des digestions artificielles, l'a trouvée *décroissante*.

Ses résultats obtenus sur des chiens *mutilés* sont sûrement d'ordre pathologique ; l'énorme durée de ses digestions le prouve suffisamment. Il se peut, dès lors, que, dans son cas, cette évolution de (p) soit exacte. Mais il est possible aussi que s'il avait rapproché ses contrôles au lieu de les faire d'heure en heure seulement, il eût, comme moi, trouvé cette évolution croissante au moins pendant la première heure et peut-être décroissante ensuite en raison de la longue durée des digestions et de l'état précaire de ses sujets.

Il ne faut pas oublier, en effet, que la capacité peptique (p) est essentiellement fonction de l'état général de l'individu.

III) J'ai volontairement négligé dans mes développements, l'éventualité d'un repas de viande et de liquide ingéré avec une certaine concentration préalable. Cette éventualité se réalise *toujours* dans la pratique parce que l'eau du mélange dissout certaines matières extractives de la viande avant toute digestion chimique. Il se crée de la sorte, dans le repas absorbé, une concentration initiale arbitraire.

J'ai rapporté plus haut (série VIII) un exemple numérique de ce genre.

Cette concentration « *a priori* » se comporte dans l'estomac comme celle du premier groupe alimentaire théorique : *elle y diminue progressivement pendant la digestion*. Celle qui dérive de l'action gastrique, que j'appellerai la *portion chimique*, y augmente. Il en résulte qu'au cours de la digestion la concentration totale (r) subit simultanément, dans ses parties, une double évolution antagoniste.

De là une certaine hésitation dans l'accroissement de (r) , hésitation sensible surtout dans la *première phase* digestive où la concentration *préalable* prédomine encore. L'expérience révèle très nettement ce phénomène. Consultons les séries à la viande. La concentration s'y met en plateau ou oscille ou diminue même parfois pendant quelque temps. Son augmentation systématique ne s'ac-

cuse définitivement qu'à partir de l'instant où sa *partie chimique* devient manifestement prépondérante.

On voit que toutes les irrégularités expérimentales s'expliquent bien naturellement.

IV) La capacité peptique (p) étant, à une constante près, égale à (r) dans un repas de viande sec, on voit que cette concentration (r) peut être substituée aux digestions artificielles pour définir l'action chimique. C'est ce que j'ai fait pressentir dans la première partie de ce mémoire.

Quand, dans la relation $r = \frac{G(p + r_0)}{G + E}$ qui correspond aux digestions de viande, on saura attribuer à (G) une valeur expérimentale ou théorique précise, on pourra toujours en déduire directement la valeur de (p), que le repas soit *sec* ou liquide. Cette question sera examinée ailleurs.

Repas de pain.

J'ai dit plus haut, à propos du premier groupe théorique d'aliments solides, que leur schéma digestif rappelle, par l'évolution de la concentration, la digestion du repas d'Ewald. J'ai ajouté que certaines particularités seulement les distinguent et j'ai réservé le *pourquoi* de cette similitude. Je vais l'examiner ici.

Je rappelle que, pour les conditions posées, la concentration ne peut que baisser du commencement à la fin de la digestion théorique des aliments *homogènes* de ce groupe.

Il se trouve que c'est sensiblement ainsi que se déroule la digestion du repas de pain sucré (voir mémoire précédent). Il faut donc *nécessairement* que les *deux conditions fondamentales* du problème théorique s'appliquent à la digestion du pain.

Voici ces conditions (voir plus haut) : 1) — La genèse, dans l'estomac, de la matière dissoute est *indépendante* de l'action propre de la sécrétion gastrique.

2) — Les aliments se dissolvent en masse dans l'estomac *dès le début* de la digestion.

La chute progressive et continue de la concentration n'est compatible qu'avec ces deux conditions. Il faut donc qu'elles soient à la base de la digestion du pain où la concentration suit réellement cette marche.

Elles le sont, en effet, car on sait depuis *Leuchs* (1839) que la

matière amylacée, dont le pain est très riche, ne se solubilise qu'à la faveur de *ferments salivaires*. Tout le mystère est là. Ces ferments salivaires sont totalement *étrangers* à la sécrétion gastrique et leur action est réellement *maxima* au moment où l'aliment amylacé, imprégné de ces ferments, pénètre dans l'estomac, c'est-à-dire au *début de la digestion gastrique*. De là les hautes concentrations initiales que l'on remarque dès l'origine avec le repas d'Ewald, surtout quand il est sucré (voir mémoire de 1906). En ce moment-là, toute la matière dissoute n'est guère formée que de maltose ; l'azote y est très faiblement représenté comme on va s'en assurer dans un instant.

Cette action salivaire baisse, d'ailleurs, très rapidement. Il est facile de le contrôler au moyen de la liqueur de Fehling. La réduction chimique du cuivre est très puissante dans la première phase digestive, mais s'amende très rapidement par la suite. Elle peut même jusqu'à s'annuler dans les périodes avancées, quand l'évacuation pylorique se fait bien.

En somme, ici encore *la théorie s'accorde entièrement avec les faits*. Une remarque importante découle de cette constatation ; c'est celle-ci : Si l'expérience n'avait pas depuis longtemps déjà démontré l'existence des ferments salivaires et leur action sur la matière amylacée, l'étude théorique de l'évolution de la concentration les eût, à elle seule, démasqués comme étant la condition *nécessaire* pour expliquer la marche évolutive de cette concentration pendant la digestion du pain.

Cette remarque est intéressante parce qu'elle démontre l'utilité des conceptions et de l'analyse théorique dans l'étude des phénomènes de la vie.

. . .

L'aliment théorique considéré, supposé homogène — de la matière amylacée pure par exemple — évoque une évolution digestive également homogène et une *action chimique totalement indépendante* de la sécrétion gastrique.

Le pain n'est pas homogène ; il contient à la fois de la matière amylacée et de la matière azotée (gluten). Son cycle digestif ne saurait donc être tout à fait homogène. Car si les hautes concentrations du début, dues aux hydrates de carbone, s'abaissent rapidement, la dissolution de la matière azotée doit, en revanche, s'accomplir suivant le schéma des aliments du second groupe et la concentration corrélative doit s'élever progressivement.

Nous retombons ainsi dans les conditions de la remarque III du paragraphe précédent sur la coexistence dans la concentration, de deux mouvement évolutifs antagonistes. Cela se vérifie, d'ailleurs, expérimentalement.

Mais ici, avec le pain, cet antagonisme ne devient sensible que vers la *fin* du cycle digestif, quand la concentration générale (r) arrive au voisinage de 0,03. On peut alors constater des oscillations franches de la concentration ; et quand l'évacuation est suffisamment rapide on peut même observer une ascension assez persistante de (r), due, cela s'explique maintenant, à l'active dissolution du gluten.

C'est là la différence à laquelle je faisais allusion tout à l'heure, entre l'évolution du repas théorique et celle du repas d'Ewald. Comme, dans la pratique des examens gastriques, on fait l'extraction du repas de pain après une heure de digestion, l'effet contrariant du double mouvement évolutif antagoniste n'apparaît pas encore, physiologiquement, dans l'analyse à ce moment. C'est même là l'un des avantages marqués de l'emploi du pain comme aliment d'épreuve. Mais dans les évacuations très hâtives et dans les examens en série continue avec des puisements trop copieux, cet effet peut devenir très apparent et suggérer l'idée d'une marche irrégulière de la digestion. Il est bon que l'on en soit prévenu et de se rappeler que les concentrations, liées à la dissolution chimique de la matière azotée dans l'estomac, ne s'élèvent jamais qu'au voisinage de 0,03, tandis que les concentrations liées aux matières amylacées peuvent, un début du cycle, atteindre des valeurs telles que 0,18 et 0,19 (voir le tableau de mon précédent mémoire (1906.)

On s'assure facilement de la marche ascendante de la matière azotée dissoute pendant la digestion des repas de pain. Il suffit d'y doser l'azote.

J'ai effectué un grand nombre de ces dosages, les uns avec la collaboration de M. le Dr Faloise (de Liège), les autres avec M. Guéritte. Ces dosages ont été publiés en leur temps.

Je donne dans le tableau ci-après quelques-uns des résultats obtenus.

L'azote y est exprimé en unités de peptone en remarquant que 1 gr. de peptone correspond sensiblement à 0,15 d'azote.

A côté des valeurs de l'azote-peptone, rapportées à un cc de liquide gastrique, le tableau contient aussi les concentrations (r), correspondantes et les rapports $\frac{Az}{r}$.

Il est, en outre, classé suivant les valeurs *décroissantes* de (r), pour rappeler leur évolution décroissante pendant la digestion du pain. Il

se trouve alors que ce même tableau semble presque classé aussi suivant les valeurs croissantes de $\frac{Az}{r}$, ce qui est très significatif pour la démonstration.

TABLEAU

des valeurs de l'azote dissous, pendant la digestion du repas d'Ewald.

r	$\frac{Az}{r}$	Az (ou unités de peptone)
0,1167	0,063	0,00739
0,0932	0,127	0,01691
0,0925	0,137	0,01271
0,0910	0,113	0,01042
0,0850	0,137	0,01172
0,0792	0,121	0,00965
0,0731	0,109	0,00796
0,0712	0,150	0,01072
0,0675	0,113	0,00763
0,0662	0,111	0,00739
0,0657	0,196	0,01292
0,0656	0,137	0,00899
0,0656	0,119	0,00784
0,0594	0,088	0,00526
0,0575	0,150	0,00865
0,0515	0,196	0,01012
0,0487	0,113	0,00552
0,0480	0,151	0,00725
0,0428	0,223	0,00955
0,0417	0,174	0,00730
0,0292	0,236	0,00692
0,0289	0,162	0,00470
0,0275	0,288	0,00792
0,0260	0,332	0,00865
0,0190	0,436	0,00830
0,0168	0,368	0,00619
0,0105	0,589	0,00619 (à jeun).
0,0092	0,518	0,00479 (à jeun).

Ce tableau démontre, jusqu'à l'évidence que, durant la digestion du repas d'Ewald, la proportion relative d'azote $\left(\frac{Az}{r}\right)$ augmente, dans le résidu, au fur et à mesure que la concentration diminue.

Comme, pour ce repas, la concentration diminue du commencement à la fin de sa digestion, c'est donc que la matière dissoute s'enrichit en matière azotée pendant cette évolution.

La transformation peptique du pain obéit donc à la même loi que celle de la viande : *elle s'accroît progressivement avec la sécrétion gastrique elle-même dont elle dépend ici comme là.*

En d'autres termes, si cette matière azotée, qui se dissout pendant l'évolution des repas de pain, était seule dans le résidu (r), celui-ci y augmenterait graduellement comme avec le repas de viande, au lieu d'y diminuer, C. Q. F. D.

Pour compléter ces renseignements, voici quelques exemples de quantités d'azote trouvées dans les résidus d'une digestion de viande. C'est une série continue chez un chien. Elle est tirée des recherches que nous avons faites en commun, M. le Dr Falloise et moi.

Repas ingéré : viande et eau.

	r	$\frac{Az}{r}$	Az (en peptone).
Après 31 minutes . .	0,0169	0,483	0,00817
Après 44 minutes . .	0,0176	0,512	0,00901
Après 61 minutes . .	0,0280	0,529	0,01480

Il semble que ce petit tableau fasse suite au précédent malgré la barrière de repas d'épreuve très différents qui se dresse entre eux.

L'azote, exprimé en peptone, y est toujours sensiblement la moitié du résidu le quel y est, partout, plus élevé que la concentration propre (r_0) de la sécrétion gastrique elle-même.

Ce second tableau confirme donc la conclusion déduite du premier : *vers la fin des repas de pain*, la proportion d'azote dissous y devient égale à celle des repas de viande.

De l'ensemble de ces dosages se dégagent encore d'autres conséquences qu'il y aura avantage à signaler ailleurs.

*
*
*

Avant de résumer les éléments développés dans ce chapitre, d'en

présenter quelques conséquences et d'en tirer quelques indications pratiques, relatives, notamment, aux régimes alimentaires, je désire ajouter quelques mots sur une condition évolutive *spéciale aux repas de pain*. C'est celle qui détermine le maximum général de la concentration *pour ce repas*

L'expérience nous a, en effet, appris (voir le mémoire de 1906) que ce maximum doit être voisin de 0,190.

Je ne possède pas beaucoup d'éléments positifs sur ce point spécial encore à l'étude et ne saurais en fixer la loi avec la certitude qui m'a permis de préciser la limite inférieure (r_0) de la concentration, absolument générale d'ailleurs.

Voici ce qui se dégage de plus clair de nos connaissances.

Théoriquement la concentration, d'après ce qui précède, sera maxima quand l'action salivaire sera elle-même maxima pour une sécrétion gastrique minima (nulle).

Cela a toujours lieu au début de la digestion et c'est en effet à ce moment-là que l'on rencontre toujours avec le pain les plus fortes concentrations. Cela peut se produire aussi en cours de digestion, si la sécrétion gastrique venait à s'arrêter brusquement.

Mais cette condition ne suffit pas pour répondre à la question posée. L'observation des faits en suscite une autre, plus précise et plus importante au point de vue biologique pur.

L'étude pratique du chimisme montre, en effet, *que l'activité chimique diminue quand la concentration augmente et tend même à s'annuler pour une certaine valeur de (r)*.

L'action chimique, en d'autres termes, est entravée dans son milieu par les produits de son propre travail.

L'action mécanique ayant pour mission de diluer le milieu et de le débarrasser de ces produits, on voit que l'activité chimique baissera très vite quand l'action mécanique devient insuffisante.

C'est là, vraisemblablement, la cause fondamentale qui détermine la limite maxima 0,190 dans les repas de pain. On peut l'énoncer sous cette forme générale :

La concentration 0,190 des digestions de pain apparaît comme équivalente à une résistance voisine de la plus élevée de celles que les tensions chimiques de l'estomac peuvent vaincre.

Pour qu'elle se produise il faut que l'action mécanique de l'estomac soit minima.

Cela cadre fort bien avec les faits.

C'est à cette action régulatrice de la concentration que je faisais

allusion quand, dans le mémoire précédent, je discutais les incertitudes des digestions artificielles.

Pratiquement elle est au premier plan des phénomènes dyspeptiques soit comme cause, soit comme élément révélateur dans l'analyse chimique.

(A suivre.)

Paris, le 20 septembre 1907.

SUR UN POISSON ACANTHOPTÉRYGIEN ÉOCÈNE

Parapygæus polyacanthus nov. gen. nov. sp.

par M. le Dr Jacques PELLEGRIN

La connaissance des Poissons fossiles est encore loin d'être complète et il en sera ainsi longtemps à cause de la rareté et de l'imperfection des documents géologiques. Bien que le gisement éocène supérieur du Monte-Bolca, près de Vérone, en Italie, figure parmi les plus anciennement étudiés et qu'il ait été l'objet de travaux remarquables de la part de naturalistes éminents comme G. S. Volta, L. Agassiz, A. de Zigno, F. Bassani, C. R. Eastman, etc., etc., on peut encore y rencontrer des formes nouvelles fort intéressantes.

C'est ainsi que grâce à l'obligeance de M. P. H. Fritel, qui me les a communiquées, j'ai pu examiner l'empreinte et la contrempreinte d'un Poisson acanthoptérygien perciforme de cette localité qui ne me paraît devoir être rapporté à aucun des genres décrits jusqu'ici.

Il s'écarte, en effet, de tous les spécimens existant dans la magnifique série du Monte-Bolca de la galerie de paléontologie du Museum d'histoire naturelle de Paris, collection dont M. le Pr Boule et M. Thévenin, assistant, auxquels je tiens à adresser ici tous mes remerciements, m'ont considérablement facilité l'accès. M. le Dr Sauvage dont la compétence est bien connue pour tout ce qui touche les poissons fossiles, a vu cet échantillon qui lui semble différent des nombreux types examinés ou décrits par lui. Enfin, dans tous les ouvrages que j'ai pu consulter, aucun Poisson, parmi les Acanthoptérygiens perciformes, n'est semblable au spécimen, type d'un genre nouveau, dont on trouvera la description ci-dessous.

Parapygæus (1) nov. gen.

Corps moyen, non élevé. Bouche petite, subterminale. Vertèbres au nombre de 24. Ecailles de dimension moyenne, fortement sillonnées Aénoides. Portion épineuse de la dorsale et de l'a-

(1) De Παρά, auprès et *Pygæus*, nom générique.

nale beaucoup plus étendue que la portion articulée. Dorsale continue, commençant au niveau de la fente operculaire, comprenant 18 épines subégales et 8 rayons mous non prolongés. Anale correspondant à la dorsale mais un peu moins étendue, composée de 13 épines et de 6 rayons mous. Ventrales thoraciques. Caudale nettement fourchue.

PARAPYGÆUS POLYACANTHUS nov. sp.

La hauteur du corps est contenue 2 fois $\frac{2}{3}$ dans la longueur sans la caudale ; la longueur de la tête 3 fois. La bouche est petite, protractile et paraît munie de petites dents coniques. On ne distingue pas de denticulations au préopercule. L'œil est contenu 3 fois environ dans la longueur de la tête. Il existe 11 vertèbres précaudales, 13 caudales. Aucune épine neurale ou hémale n'est dilatée ; les côtes sont minces, grêles. Les écailles de dimension moyenne sont marquées de forts sillons ; il en existe sur la joue et sur l'opercule. La dorsale commence au niveau de la fente operculaire, elle comprend 18 épines subégales à partir de la 4^e, la dernière étant contenue 2 fois $\frac{1}{2}$ environ dans la longueur de la tête ; les rayons mous au nombre de 8 sont à peine plus longs que les épines. L'anale débute très en avant, environ sous la 7^e épine de la dorsale, elle est composée de 13 épines, égales à partir de la seconde, un peu plus longues et un peu plus fortes que celles de la dorsale. Ces deux nageoires paraissent être reçues à la base dans un fourreau écailleux. Les ventrales thoraciques, peu nettes, ne semblent pas toutefois comprendre plus d'une épine et de 5 rayons mous. Le pédicule caudal est plus haut que long. La caudale est nettement fourchue, à lobes égaux, aigus et comprend 18 rayons principaux.

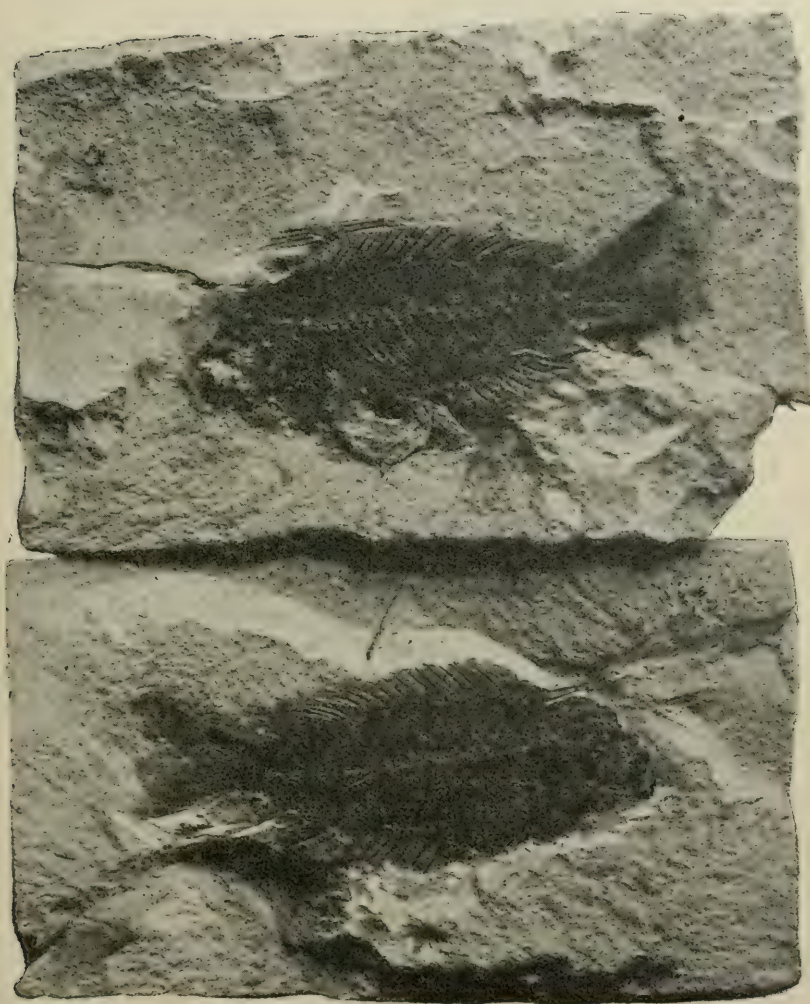
D. XVIII 8 ; A. XIII 6 ; Ver. 11 + 13 = 24.

Eocène supérieur du Monte-Bolca.

Longueur 56 + 15 = 71 millimètres,

Le nom générique de *Parapygæus*, donné à ce Poisson indique certains rapports avec le genre *Pygæus* fondé en 1838 par Louis Agassiz ⁽¹⁾ pour plusieurs espèces d'Acanthoptérygiens du Monte-Bolca. Les principales formes de ce dernier genre se rapprochent des Ephippus et des Chétodons ; aussi les Pygées, sont-ils classés

(1) L. AGASSIZ, Recherches sur les Poissons fossiles, IV, p. 46 et 251.



Empreinte et contrempreinte du *Paranygæus polyacanthus* nov. gen. nov. sp.

par beaucoup d'ichtyologistes et notamment par A. S. Woodward (1) parmi les Chétodontidés (2).

Il est évident, toutefois, que l'on a réuni sous le nom de Pygées des formes assez dissemblables, et appartenant à des groupes un peu différents. Agassiz d'ailleurs, l'avait reconnu dès le début lorsqu'il s'exprimait ainsi : « Il faudra donc probablement démembrer un jour ces espèces et en faire autant de genres qu'on y reconnaîtra de types différents, en les étudiant d'une manière plus complète ; ce qui sera d'autant plus difficile que les Pygées sont fort rares dans les collections. La plupart des espèces ne sont connues que d'après un seul exemplaire, ou même une simple plaque. »

Le caractère le plus remarquable du Poisson acanthoptérygien perciforme, décrit ici, est certainement le développement considérable, tout à fait inusité, de la portion épineuse de la nageoire dorsale et surtout de l'anale, tandis que, par contre, la portion articulée est fort réduite.

D'une façon générale, chez les Acanthoptérygiens perciformes, on ne rencontre pas plus de 3 épines à la nageoire anale ; c'est ce chiffre, de beaucoup le plus fréquent, qui peut être considéré comme normal dans ce groupe, si riche à l'époque actuelle. Parfois même ce nombre n'est pas atteint, c'est ainsi que chez les Percidés proprement dits, par exemple, on ne trouve qu'une ou deux épines à l'anale, chez les Pomacentridés toujours deux seulement.

Il n'existe qu'un fort petit nombre de familles actuelles, — et le plus souvent dans quelques genres seulement, — possédant plus de trois épines anales, ce sont parmi celles à os pharyngiens inférieurs séparés, les Centrarchidés, les Nandidés, les Osphroménidés, les Teuthididés et parmi les Pharyngognathes les Cichlidés et les Labridés.

Il est donc très intéressant de trouver déjà chez le *Parapygæus polyacanthus*, Poisson relativement assez ancien dans le groupe, puisque les Acanthoptérygiens datent de l'époque crétacée, une telle prédominance des rayons épineux et surtout ce chiffre de 13 épines à l'anale.

Cependant, il faut remarquer que chez les Pygées éocènes plusieurs espèces possédaient également plus de 3 épines anales mais sans jamais atteindre un nombre aussi élevé que chez le *Parapygæus*.

(1) A. S. WOODWARD. Catalogue of the Fossil Fishes in the British Museum, IV, 1901, p. 556.

(2) Pour le Pr Jordan ce genre serait un type généralisé ayant des rapports ancestraux avec les Chétodontidés, les Acanthuridés et les *Siganus* (*Amphacanthus*). *Science*, N. S. vol. xx. n° 503, 1904, p. 246.

Le tableau suivant, tiré de C.-R. Eastman ⁽¹⁾, indique les formules des principales espèces du genre *Pygæus*.

<i>Pygæus bolcanus</i> Volta	D. X-XII 20.
<i>Pygæus nobilis</i> L. Agassiz	D. XII 12; A. III 12.
<i>Pygæus Agassizi</i> Eastman	D. X 9; A. V 8.
<i>Pygæus coleanus</i> L. Agassiz	D. XIV 15; A. IX 11.

C'est donc de cette dernière espèce que se rapproche le plus, sous le rapport des nombres des rayons, le Poisson décrit ici. Toutefois, malgré cette relation évidente, l'ensemble de ses caractères anatomiques ainsi que son aspect ne semblent pas devoir le faire rentrer dans la famille des Chétodontidés, avec les Pygées typiques.

Quant à la division des Chétodontiformes, séparée de celle des Perciformes par certains zoologistes comme Woodward ⁽²⁾, elle est peut-être commode au point de vue pratique, mais paraît basée sur des caractères assez secondaires en ce qui concerne les familles des Chétodontidés et des Acronuridés ⁽³⁾; avec Boulenger ⁽⁴⁾ il semble naturel de faire rentrer celles-ci dans le vaste groupe des Perciformes dont elles ne sont pas essentiellement distinctes.

Cette énorme section des Téléostéens ne comprend pas moins de 36 familles, à l'heure actuelle, d'après cet auteur.

Il s'agit de rechercher lesquelles se rapprochent du *Parapygæus polyacanthus*. Les formules des nageoires impaires de ce Poisson, caractère très objectif et parfaitement net sur l'échantillon restreignant, d'ailleurs, considérablement le champ des investigations.

Il sera donc facile de passer en revue les différentes familles présentant un nombre considérable d'épines, particulièrement à l'anale, et d'indiquer les rapports ou les différences qu'elles présentent avec le spécimen étudié ici.

Les Osphroménidés auxquels on a souvent réuni les Anabantidés ⁽⁵⁾ sont des Poissons pecroïdes habitant aujourd'hui les eaux douces du Sud de l'Asie, avec un genre en Afrique dans l'Ogôoué. On constate chez eux de grandes variations dans la disposition des nageoires ;

(1) C.-R. EASTMAN. Descriptions of Bolca Fishes. *Bull. Mus. Comp. Zool. Harvard Coll.* Cambridge, XLVI, 1904, n° 1, p. 32.

(2) *Loc. cit.*

(3) Les Balistidés et Gymnodontidés, placés par Woodward parmi les Chétodontiformes appartiennent au contraire à un groupe très différent, les Plectognathes de Cuvier.

(4) BOULENGER. A. Synopsis of the Suborders and Families of Teleostean Fishes. *Ann. Mag. Nat. Hist.* Ser. 7, XIII, 1904, p. 178.

(5) Les Anabantidés sont placés par Boulenger parmi les Percosoces.

certaines formes ont le nombre des aiguillons tout à fait réduit, d'autres, au contraire, présentent un développement extraordinaire de la portion épineuse aussi bien à l'anale qu'à la dorsale. C'est ainsi que le *Polyacanthus opercularis* Linné, de Chine, a pour formules : D. XIV-XVIII 8-7 ; A. XVIII-XX 11-12. Toutefois, dans cette famille, il existe un appareil respiratoire spécial, supporté par des lamelles osseuses, surmontant les branchies et destiné à respirer l'air en nature et à permettre un séjour plus ou moins long hors de l'eau. Or il n'existe pas, sur le spécimen fossile, de vestiges de cet organe acquis secondairement chez des Poissons dulcaquicoles soit pour résister à la sécheresse, soit pour aller à terre à la recherche de la nourriture.

Les Nandidés constituent une famille assez restreinte de petits poissons carnivores d'eau douce comprenant, à l'heure actuelle, 3 genres dans le Sud-Est de l'Asie, un dans l'Ouest africain, 2 dans l'Amérique du Sud. Chez le *Polycentrus Schomburgki* Müller et Tröschel, de la Guyane, on observe pour formules : D. XVI-XVII 8-7 ; A. XIII 7, chiffres tout à fait comparables à ceux du *Parapygæus polyacanthus*. Toutefois, malgré des rapports incontestables, ce n'est probablement pas à ce groupe que ce dernier doit être rapporté.

Les Cichlidés forment une vaste famille dont on connaît aujourd'hui plus de 300 espèces peuplant les eaux douces de l'Afrique, de Madagascar, de la Syrie, de l'Inde avec Ceylan et de l'Amérique centrale et méridionale. On rencontre chez eux quelques genres à épines anales multiples : c'est ainsi que le *Cichlasoma spinosissimum* Vaillant et Pellegrin, du Guatemala, a pour formules : D. XVIII-XIX 7-8 ; A. XI-XII 7-8. C'est un Poisson qui présente, sans conteste, de grandes analogies avec l'espèce décrite ici. Cependant chez les Cichlidés, les os pharyngiens inférieurs sont toujours plus ou moins complètement unis, quoiqu'à un moindre degré que chez les Labridés où la suture médiane disparaît. En l'absence de caractères précis indiquant sur le *Parapygæus* une fusion des pharyngiens inférieurs, il semble difficile de ne pas admettre que ces os se comportent chez lui comme dans la majeure partie des cas chez les Acanthoptérygiens, c'est-à-dire qu'ils soient séparés.

Il reste alors seulement une famille dont le squelette est tout à fait analogue à celui des Cichlidés et qui possède des pharyngiens inférieurs séparés, c'est celle des Centrarchidés. Ce petit groupe, longtemps réuni aux Percidés dont il est assez difficile à distinguer, est composé, à l'heure actuelle, de Poissons carnivores en majorité dul-

caquicoles, mais entrant dans les eaux saumâtres, surtout répandus dans l'Amérique du Nord, aux Etats-Unis ⁽¹⁾. Un genre, le genre *Dules* ou *Kuhlia* rapporté par Boulenger à cette famille, se rencontre non seulement dans les bas fleuves et dans les estuaires, mais aussi sur les côtes de l'Est africain et de Madagascar, et dans les diverses îles de l'Océan Indien et de l'Océan Pacifique ainsi qu'au nord de l'Australie.

C'est donc très vraisemblablement des Centrarchidés qu'il faut surtout rapprocher le *Parapygæus polyacanthus*. D'ailleurs si l'on ne trouve pas aujourd'hui dans cette famille d'espèces à formules tout à fait semblables, il existe encore des genres comme les *Pomoxys* et les *Centrarchus* possédant 7 à 8 épines anales. Le *Centrarchus macropterus* Lacépède, par exemple, a pour formule : D. XI-XIII 12-14 ; A. VII-VIII 15.

Un autre caractère du *Parapygæus* mérite de fixer l'attention, c'est celui du nombre des vertèbres 24. C'est un chiffre qu'on retrouve chez les Acanthoptérygiens primitifs et d'autre part chez un assez grand nombre de formes actuelles des mers tropicales.

Les Acanthoptérygiens, en effet, dérivent d'un type crétacé plus ou moins voisin des *Beryx* et chez lequel le nombre des vertèbres était justement de 24. Encore aujourd'hui beaucoup d'Acanthoptérygiens habitant les mers chaudes du globe ont un nombre de vertèbres peu élevé et se rapprochant de 24 (10 abdominales ou précaudales + 14 caudales. Günther) ⁽²⁾ dès 1864 avait déjà remarqué cette particularité chez les Labridés, et Gill la même année, avait généralisé cette notion en montrant que la majorité des types tropicaux sont des Acanthoptérygiens ayant 24 vertèbres, tandis qu'au contraire les espèces à vertèbres nombreuses et particulièrement les Malacoptérygiens prédominent dans les eaux septentrionales. Plus récemment, Jordan ⁽³⁾ dans des travaux fort documentés sur les relations de la température avec le nombre des vertèbres chez les Poissons, accumula les données à cet égard.

En outre, dans les groupes comprenant à la fois des espèces marines et d'autres dulcaquicoles, celles-ci ont habituellement plus de vertèbres que celles des eaux salées, les formes des grandes profondeurs aussi.

(1) Plusieurs espèces de Sun-Fishes, c'est ainsi qu'on les appelle aux États-Unis, viennent même d'être acclimatées en Europe.

(2) A. GÜNTHER. Cat. Fish. Brit. Mus. IV p. 65.

(3) JORDAN. Relations of temperature to vertebræ among Fishes. Pr. U. S. Nat. Mus. XIV, n° 845, 1891, et Temperature and vertebræ. A study in evolution, 1893.

Le *Parapygæus* confirme ces faits. Plus voisin des types primitifs, vivant sans doute dans des eaux marines ou saumâtres chaudes, il possède naturellement intact ce chiffre de 24 vertèbres qu'on verra s'augmenter peu à peu chez les Centrarchidés actuels par suite d'adaptations diverses.

En effet, il n'y a plus aujourd'hui qu'un genre de Centrarchidés dont le chiffre des vertèbres se rapproche de 24, c'est justement le genre *Dules* ou *Kuhlia* qui en possède 25(10-11 + 14-15) parce qu'il est resté semi-marin et tropical ⁽¹⁾.

Chez les Centrarchidés devenus dulcaquicolés, et habitant des régions plus tempérées comme les fleuves des Etats-Unis, on voit le nombre des vertèbres augmenter progressivement comme on peut en juger sur le tableau suivant :

<i>Apomotis</i> , <i>Chænobryttus</i>	29.
<i>Eupomotis</i>	29-30.
<i>Lepomis</i>	30.
<i>Centrarchus</i> , <i>Ambloplites</i>	31.
<i>Micropterus</i>	32-33.
<i>Pomoxys</i>	33.

Ces exemples intéressants semblent démontrer que chez les Acanthoptérygiens une des formes de la spécialisation est l'augmentation du nombre des vertèbres.

Tels sont les faits principaux mis en lumière par ce genre remarquable de l'éocène du Monte-Bolca, genre qui paraît devoir prendre place parmi les Acanthoptérygiens perciformes vers la base des Centrarchidés, groupe étroitement uni d'ailleurs au point de vue ostéologique aux Cichlidés dont il ne se distingue que par l'absence de soudure des pharyngiens inférieurs.

(1) Il est intéressant de noter que L. Agassiz a signalé deux *Dules*, à 24 vertèbres parmi les Poissons du Monte-Bolca : le *Dules medius* L. Agassiz que Woodward assimile au *Cyclopoma* (?) *micracanthum* L. Agassiz et le *Dules temnopterus* L. Agassiz, dont la place zoologique paraît mieux établie.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 26 Octobre 1907.

PRÉSIDENCE DE M. LÉCAILLON, VICE-PRÉSIDENT.

M. Tarry fait une communication sur la magie arithmétique. M. Laisant souligne l'importance de cette communication.

M. Deschamps fait connaître une manière d'appliquer la méthode graphique aux opérations arithmétiques.

Séance du 9 Novembre 1907.

PRÉSIDENCE DE M. BERTHELOT, PRÉSIDENT.

M. Laisant présente la candidature de M. Jean Becquerel à la place vacante dans la section des Sciences physiques. Une commission composée de MM. D. Berthelot, Dougier et Mahler est nommée pour examiner les titres de M. Becquerel.

M. le Dr Marage fait une communication sur le travail développé pendant la phonation et rappelle les expériences qu'il a effectuées, à ce sujet, sur une personne munie d'un larynx artificiel. Son sujet a pu faire à la faveur de cet artifice, un travail triple du travail ordinaire.

M. Deschamps rappelle que le travail qu'il a exposé à la précédente séance, est la suite d'une idée émise par M. Laisant en 1891 au Congrès de Marseille. M. Laisant ajoute que le travail de M. Deschamps constitue une grande simplification apportée à son idée personnelle.

Séance du 23 Novembre 1907.

PRÉSIDENCE DE M. BERTHELOT, PRÉSIDENT.

M. le Président donne lecture du rapport de la commission sur la candidature de M. Jean Becquerel. Le vote sur cette candidature est renvoyé à la séance suivante.

M. Mahler qui a pris l'initiative d'une médaille de la Société, entretient l'assemblée de son projet.

M. Deschamps présente des tables graphiques se rapportant à sa communication du 26 Octobre dernier.

MM. Lebon et Deschamps échangent quelques observations à propos de cette communication.

LA MAGIE ARITHMÉTIQUE DÉVOILÉE

par G. TARRY

1. — La numération écrite de base p .

Tout nombre inférieur à p^n est égal à

$$ap^{n-1} + bp^{n-2} + \dots + sp + t,$$

les coefficients $a, b, \dots, s, t$ variant de 0 à $p-1$.

Par convention nous représenterons ce nombre sous la forme

$$a.b\dots s.t.$$

Les coefficients différents de 0 sont les chiffres significatifs du nombre ainsi écrit dans la numération de base p .

Pour une base p supérieure à 10 les chiffres significatifs peuvent être figurés par plusieurs caractères, qui sont des chiffres de la numération décimale. Mais cela ne saurait présenter d'inconvénient, attendu que les chiffres significatifs différents sont figurés par des ensembles différents de signes, et que les points qui séparent les chiffres s'opposent à toute confusion dans la lecture du nombre.

Dans l'étude des propriétés d'ordre que nous entreprenons, c'est une obligation de considérer 0 comme le premier des nombres entiers, et d'écrire tous les nombres employés avec le même nombre de chiffres, en complétant au besoin avec des 0 à gauche.

2. — La somme numérale.

Soient $a_1.a_2\dots a_p$ et $b_1.b_2\dots b_p$ deux nombres écrits dans la numération de base p .

J'appelle *somme numérale* de ces deux nombres, par rapport à la base p , le nombre $c_1.c_2\dots c_p$ dont les chiffres sont déterminés par les congruences

$$c_1 \equiv a_1 + b_1, \quad c_2 \equiv a_2 + b_2, \quad \dots \quad c_p \equiv a_p + b_p \pmod{p}$$

et j'écris l'égalité sous la forme

$$a_1.a_2 \dots a_p + b_1.b_2 \dots b_p = c_1.c_2 \dots c_p. \quad (\text{base } p)$$

Exemple :

$$12.8.11.10 + 3.16.0.10 = 15.7.11.3. \quad (\text{base } 17)$$

J'avais songé à imaginer un nouveau symbole pour désigner cette nouvelle nature d'égalité, puis il m'a paru plus rationnel et plus pratique de me servir du symbole d'égalité pur et simple, comme l'a fait M. Laisant dans ses études sur les équipollences, en admettant une fois pour toutes qu'il s'agit d'un cas spécial d'égalité.

Ensuite je me suis aperçu que j'avais quand même créé un nouveau symbole

$$= (\text{base } p)$$

composé de l'ensemble du signe $=$ et du signe (base p) indicateur de la base.

3. — Les quatre opérations numériques.

De l'addition numérique on déduit immédiatement la soustraction numérique. Exemple :

$$5.4.4 - 3.4.5 = 2.0.6. \quad (\text{base } 7)$$

La conception de la somme numérique entraîne celle de la multiplication numérique par un nombre entier. Exemple :

$$3 \times 2.3.5 = 2.3.5 + 2.3.5 + 2.3.5 = 6.2.1. \quad (\text{base } 7)$$

Mais de la multiplication numérique par un nombre entier on ne peut pas déduire la division numérique par un nombre entier, excepté lorsque le nombre p de la base est premier, parce que dans ce cas particulier il existe toujours un nombre x et un seul (à un multiple près de p) tel que

$$xq \equiv a. \quad (\text{mod } p)$$

Soit le nombre $a.b \dots n$ à diviser par q .

Il s'agit de trouver un nombre $x.y \dots t$ tel qu'on ait

$$x.y \dots t = \frac{a.b \dots n}{q}. \quad (\text{base } p)$$

Désignons par $x', y', \dots t'$ les valeurs de $x, y, \dots t$ satisfaisant aux congruences

$$xq \equiv a, \quad yq \equiv b, \quad \dots \quad tq \equiv n. \quad (\text{mod } p)$$

Il est clair que nous aurons

$$(x'.y' \dots t')q = a.b \dots n \quad (\text{base } p)$$

et que $x'.y' \dots t'$ sera le quotient de la division de $a.b \dots n$ par q .

Comme application, calculons la valeur de l'inconnu dans cette équation numérale du premier degré :

$$x.y.z.t = \frac{6.2.1.5}{3} \quad (\text{base } 7)$$

Réolvons les congruences

$$3x \equiv 6, \quad 3y \equiv 2, \quad 3z \equiv 1, \quad 3t \equiv 5 \quad (\text{mod } 7)$$

Nous obtenons

$$x = 2, \quad y = 3, \quad z = 5, \quad t = 4$$

ce qui nous donne

$$2.3.5.4 = \frac{6.2.1.5}{3}$$

Soit q' la valeur de x qui satisfait à la congruence

$$xq \equiv 1. \quad (\text{mod } p)$$

On dit que q' est l'inverse de q . Il est évident que diviser par q c'est multiplier par q' . Ainsi dans l'exemple précédent diviser par 3 c'est multiplier par 5.

$$\frac{6.2.1.5}{3} = 6.2.1.5 \times 5 = 2.3.5.4.$$

Dans tout ce qui suit nous supposons que les nombres sont toujours écrits dans une même base p , et que p est un nombre premier ; par conséquent nous pourrons toujours effectuer les divisions numériques par un nombre entier quelconque.

Comme toutes nos opérations numériques seront relatives à la même base p , nous nous dispenserons de faire mention de cette base, même dans les formules.

4. — Les séries numériques du premier ordre.

J'appelle *série numérale du premier ordre*, par rapport à la base p , et désigne par le symbole (r_1) la suite des p nombres de la progression arithmétique numérale de raison r_1 et de premier terme 0,

$$0 \ r_1 \ 2r_1 \ \dots \ (p-1)r_1$$

chaque terme étant égal à la somme numérale du précédent et de la raison r_1 . Le nombre r_1 est la *clé* de la série numérale.

Ainsi les 5 nombres de la série numérale (4.1.3) de clé 4.1.3 et de base 5 sont

$$0.0.0 \quad 4.1.3 \quad 3.2.4 \quad 2.3.4 \quad 1.4.2 \quad (\text{base } 5)$$

PROPRIÉTÉ DE NON-RÉPÉTITION. — On voit que dans les p termes de la série (r_1) les p chiffres d'un même rang sont tous différents si le chif-

fre de ce rang est significatif dans la clé, et il est évident que les chiffres d'un même rang sont tous 0 si le chiffre de ce rang est 0 dans la clé. Il résulte de là que tous les termes de la série sont différents, numéralement et réellement.

Si tous les chiffres de la clé sont significatifs, un petit calcul démontre que la somme réelle des p termes est égale à la somme magique d'un espace magique à autant de dimensions qu'il y a de chiffres dans la clé.

Ces séries sont dites *magiques* et les autres *d'invariation*.

PROPRIÉTÉ GÉNÉRALE. — La somme numérale

$$a \times r_1 + b \times 2r_1 + \dots + n \times (p-1)r_1$$

dans laquelle les coefficients des termes de la série numérale (r_1) sont des nombres commensurables quelconques, positifs ou négatifs, ou des 0, est toujours égale numéralement à un terme de cette série.

Cela résulte immédiatement de ce que la somme numérale et la différence numérale de deux termes est toujours égale à un terme de la série, et qu'il en est de même du produit et du quotient d'un terme par un nombre entier quelconque, et par suite par un nombre fractionnaire quelconque.

5. — Les séries numériques du deuxième ordre.

Considérons maintenant, toujours dans la même base p , une deuxième série numérale (r_2) dont la clé r_2 n'est pas un terme de la série numérale (r_1). Si l'on ajoute successivement aux p nombres de la série (r_1), suivant la loi de l'addition numérale, les p nombres de la série (r_2), on obtient p suites de p nombres, soit p^2 nombres.

J'appelle cette suite de p^2 nombres *série numérale du deuxième ordre* et la désigne par le symbole (r_1, r_2) .

Les nombres r_1 et r_2 sont les deux clés de cette série

PROPRIÉTÉ DE NON-RÉPÉTITION. — Les p^2 nombres d'une série numérale du deuxième ordre sont tous différents.

Soient $ar_1 + br_2$ et $cr_1 + dr_2$ deux termes différents de la série (r_1, r_2) , a, b, c, d étant des nombres entiers parfaitement déterminés par les rangs des deux termes.

Il nous suffira de démontrer l'impossibilité de cette égalité numérale

$$ar_1 + br_2 = cr_1 + dr_2.$$

Si b était égal à d l'égalité ne pourrait exister que si a était égal

à c , mais alors les deux termes se confondraient au même rang. Pareillement si a était égal à c . Nous n'avons donc à considérer que le cas où a est différent de c , et b différent de d .

Mettons l'égalité sous la forme

$$(b-d)r_2 = (c-a)r_1$$

divisons les deux membres par $b-d$ et nous aurons

$$r_2 = \frac{c-a}{b-d} r_1.$$

Il résulte de la propriété générale de la série numérale du premier ordre que $\frac{c-a}{b-d} r_1$, et par suite r_2 , est un terme de la série (r_1) .

Or le nombre r_2 est précisément assujetti à la seule condition de ne pas être un terme de la série (r_1) . Donc l'égalité est impossible. Ce qui démontre que les p^2 termes de la série (r_1, r_2) sont tous différents.

PROPRIÉTÉ GÉNÉRALE. — Il est évident que la somme numérale de deux termes quelconques d'une série numérale du deuxième ordre est un terme de cette série.

$$(ar_1 + br_2) + (cr_1 + dr_2) = (a+c)r_1 + (b+d)r_2.$$

On en conclut qu'il en est de même de la différence de deux termes, du produit ou quotient d'un terme par un nombre commensurable quelconque, positif ou négatif, enfin que la propriété générale des séries numériques du premier ordre s'étend aux séries numériques du deuxième ordre.

6. — La table d'addition numérale.

Plaçons les p suites de p nombres de la série numérale (r_1, r_2) les unes au dessous des autres dans les cases d'un échiquier.

Notre série numérale du deuxième ordre se présentera sous la forme de la table suivante :

0	r_1	$2r_1$	...	$(p-1)r_1$
r_2	$r_1 + r_2$	$2r_1 + r_2$	...	$(p-1)r_1 + r_2$
$2r_2$	$r_1 + 2r_2$	$2r_1 + 2r_2$	...	$(p-1)r_1 + 2r_2$
...	...	...	...	...
$(p-1)r_2$	$r_1 + (p-1)r_2$	$2r_1 + (p-1)r_2$	...	$(p-1)r_1 + (p-1)r_2$

La première ligne est formée par la série numérale (r_1) , la première colonne par la série numérale (r_2) , et tout nombre de la table,

situé au croisement d'une ligne et d'une colonne, est égal à la somme numérale du nombre de la série (r_1) situé en tête de la colonne et du nombre de la série (r_2) en tête de la ligne.

Nous avons construit une *table d'addition numérale* dont tous les nombres sont différents.

Donnons deux chiffres aux clés r_1 et r_2 .

La table d'addition sera construite avec les p^2 premiers nombres entiers, de 0 à $p^2 - 1$.

Représentons les positions de chaque case par son point central, et prenons pour axes de coordonnées des x et des y la ligne des centres des cases de la première rangée et la ligne des centres des cases de la première colonne. Représentons aussi en position au point central le nombre situé dans la case, qui s'appelle *affixe* de ce point ou de cette case. Enfin prenons pour unité de longueur le côté d'une case.

La position d'une case xy , dont les coordonnées sont x et y , sera fixée par les grandeurs de x et y . Ainsi la case 35 sera placée dans la 3^e colonne après la première et dans la 5^e rangée après la première.

La propriété de notre carré d'être une table d'addition numérale s'énoncera ainsi : L'affixe d'une case xy est égal à la somme numérale $r_1x + r_2y$.

J'appelle *groupes équipollents* deux groupes d'un même nombre de cases, $A_1, A_2, \dots A_n$ et $B_1, B_2, \dots B_n$, tels que les droites $A_1B_1, A_2B_2, \dots A_nB_n$, qui joignent les centres des cases correspondantes soient égales et parallèles de même sens.

Soient $x_1y_1, x_2y_2, \dots x_ny_n$ les positions des cases $A_1, A_2, \dots A_n$. Les affixes de ces points sont numéralement égaux à

$$r_1x_1 + r_2y_1, r_1x_2 + r_2y_2, \dots r_1x_n + r_2y_n.$$

Les droites $A_1B_1, A_2B_2, \dots A_nB_n$ étant égales et parallèles de même sens, leurs projections sur l'axe des x sont toutes égales à une même longueur a et sur l'axe des y à une même longueur b . En conséquence, les affixes des points $B_1, B_2, \dots B_n$ sont numéralement égaux à

$$r_1(x_1 + a) + r_2(y_1 + b), \quad r_1(x_2 + a) + r_2(y_2 + b), \\ \dots r_1(x_n + a) + r_2(y_n + b)$$

c'est-à-dire aux affixes de $A_1, A_2, \dots A_n$ augmentés numéralement d'un même nombre $r_1a + r_2b$.

Et réciproquement, si l'on augmente numéralement d'un même nombre tous les affixes d'un groupe de cases, les affixes obtenus appartiennent à un groupe équipollent de cases.

Il est évident, géométriquement et arithmétiquement, que deux groupes de cases équipollents à un troisième sont équipollents entre eux.

On remarquera que si un groupe se compose de p cases en ligne droite et équidistantes $A_1, A_2, \dots, A_p$, les droites $A_1 A_2, A_2 A_3, \dots, A_{p-1} A_p$ sont égales et parallèles de même sens, et par conséquent les affixes de ces p cases sont les p termes d'une progression arithmétique numérale, et réciproquement.

Comme des cases pourraient se trouver en dehors du carré de notre table d'addition, nous supposons que tout le plan est recouvert par un échiquier, dans les cases duquel on a placé des tables d'addition identiques à celle qui nous occupe. Alors, si une case tombe en dehors de la table, nous saurons qu'elle se trouve sur un autre échiquier à une place homologue à celle que lui assigne son affixe dans la table, et nous l'y reporterons par la pensée. De cette manière, nous ne serons plus forcés de déformer des figures régulières pour les faire rentrer dans l'espace congruent du carré de la table d'addition.

Pour additionner numéralement les affixes des points $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, il est clair qu'il suffit de construire le contour polygonal $OA_1 A'_2 \dots A'_3 \dots A'_n$ dont le premier côté est OA_1 , O étant la case d'affixe 0.0 , et dont les autres $A_1 A'_2, A'_2 A'_3, \dots, A'_{n-1} A'_n$ sont respectivement égaux et parallèles de même sens à $OA_2, OA_3, \dots, OA_n$. La somme cherchée est l'affixe de la case située en A'_n sur l'échiquier qui recouvre tout le plan.

On voit que la méthode numérale est similaire à celle des équipollences, et on pressent que la théorie résultant de la conception de la somme numérale peut être aussi féconde en arithmétique de position que la théorie des équipollences en géométrie pure.

Aussi ne sera-t-on pas surpris d'apprendre que la théorie numérale a révélé l'existence de carrés magiques aux n premiers degrés, quelle que soit la grandeur de n , et a même donné une méthode très élémentaire pour construire ces carrés presque automatiquement, et les représenter entièrement par des symboles.

7. — Les lignes magiques.

Revenons à notre table d'addition numérale de clés r_1 et r_2 .

Toute série numérale du premier ordre, dont les deux chiffres de la clé sont significatifs, renferme le nombre 0.0 et $p - 1$ autres nombres qui ont leurs deux chiffres significatifs.

Dans notre table il y a $(p - 1)^2$ nombres à leurs deux chiffres significatifs.

Soit a_1, b_1 l'un d'eux. La série numérale (a_1, b_1) comprend $p - 1$ de ces nombres, qui avec 0.0 sont les affixes de p cases équidistantes

en ligne droite. Une ligne de p cases ainsi réparties s'appelle *ligne arithmétique*.

Soit a_2, b_2 un autre des $(p-1)^2$ nombres à deux chiffres significatifs, et non compris dans les termes de la série (a_1, b_1) . Il est clair que les nombres de la série numérale (a_2, b_2) sont tous différents des nombres de la série (a_1, b_1) , à l'exception de 0.0, et déterminent par leurs affixes un autre ligne arithmétique de p cases dont $p-1$ sont nouvelles.

Pareillement, si un autre de ces $(p-1)^2$ nombres, a_3, b_3 , n'appartient à aucun des nombres des séries précédentes, (a_1, b_1) et (a_2, b_2) , la série numérale (a_3, b_3) assignera par leurs affixes les positions de p cases, dont $p-1$ nouvelles, et ainsi de suite jusqu'à la $(p-1)^{\text{e}}$ série numérale (a_{p-1}, b_{p-1}) .

Ces $p-1$ séries numériques du premier ordre, qui sont magiques, déterminent par leurs affixes $p-1$ lignes arithmétiques appelées *lignes magiques*. Ces $p-1$ lignes magiques passent par la case 0.0, et leurs $(p-1)^2$ autres cases sont les $(p-1)^2$ cases du carré dont les affixes ont tous leurs chiffres significatifs.

De même les deux séries numériques (0.1) et (1.0), qui sont d'invariance, déterminent deux lignes arithmétiques appelées *lignes d'invariance* ; elles passent par la case 0.0 et occupent les $2(p-1)$ cases dont les affixes ont un 0 parmi leurs chiffres.

Ainsi toute case du carré de la table se trouve nécessairement sur une ligne arithmétique, magique ou d'invariance, qui passe par la case 0.0.

En ajoutant successivement aux affixes de la ligne arithmétique correspondant à la série (a, b) les p nombres d'une autre série numérale (c, d) , dont la clé n'est pas un terme de la série (a, b) , nous savons qu'on obtient p lignes arithmétiques équipollentes ou parallèles, et que ces p lignes parallèles sont toutes magiques ou toutes d'invariance ; elles occupent les p^2 cases de la table et caractérisent ce qu'on appelle une *direction*.

On a toujours deux directions d'invariance et $p-1$ directions magiques.

Conclusion.

LA TABLE D'ADDITION NUMÉRALE EST UN CARRÉ HYPERMAGIQUE.

8. — Les constellations magiques.

C'est M. Gabriel Arnoux qui a découvert les carrés hypermagiques. Dans son admirable étude sur les espaces arithmétiques hypermagi-

ques, il expose toute la théorie de ces carrés par une méthode qui fait ressortir leurs propriétés avec un caractère de quasi-évidence. Tous les termes techniques de magie dont je me suis servi, ont été empruntés à l'ouvrage cité.

Le seul avantage de ma méthode, psychologiquement la même, est d'être applicable à la construction des carrés magiques à tous les degrés.

Nous allons faire voir que les carrés hypermagiques sont encore plus hypermagiques qu'on ne croyait.

J'appelle *constellation magique* tout groupe de p cases de la table d'addition, dont les p affixes ont tous leurs chiffres différents au premier et au second rang. Il est évident que la somme réelle des p affixes d'une constellation magique est bien la somme magique du carré de la table d'addition.

Considérons l'une quelconque de ces constellations, et augmentons numériquement chacun de ses p affixes successivement de $0.1, 0.2, \dots 0.p - 1$. Nous savons que nous obtiendrons de la sorte les affixes de p constellations également magiques, que les p^2 affixes de ces p constellations sont tous différents, et que nous avons réparti les p^2 cases de l'échiquier en p constellations magiques équipollentes.

Au fond nous avons translaté la figure de la constellation magique parallèlement à elle-même, suivant la direction de la ligne d'invariance (0.1) . Nous aurions obtenu le même résultat en effectuant la translation parallèle dans la direction de l'autre ligne d'invariance, c'est-à-dire en augmentant numériquement les affixes de $1.0, 2.0, \dots p - 1.0$.

Par deux translations successives suivant l'une et l'autre direction, les p cases d'une constellation magique peuvent être amenées à occuper une position équipollente quelconque, et nous en concluons que tous les groupes de p cases équipollents à une constellation magique quelconque sont aussi des constellations magiques.

Il est aisé de voir que le nombre des constellations magiques est égal à $1.2.3 \dots (p - 1)$, factorielle de $p - 1$.

Elles se répartissent en $p - 1$ lignes magiques et en

$$(p - 1)[1.2 \dots (p - 2) - 1]$$

constellations magiques proprement dites.

Les constellations magiques sont mieux cachées que les lignes magiques, et c'est pourquoi on n'était pas encore arrivé à les découvrir.

Plaçons une feuille de carton sur notre carré, et découpons dans ce carton p petits carrés de manière à mettre à jour p cases du carré. Nous avons fabriqué une *grille*, et si nous faisons glisser cette grille

sur le plan du carré, parallèlement à elle-même, elle découvrira successivement tous les groupes équipollents de p cases.

Nous pouvons maintenant énoncer la propriété générale du carré hypermagique sous cette forme élégante :

Dans tout carré hypermagique de base p , il y a des grilles magiques en nombre égal à la factorielle de $p-1$.

La méthode de la table d'addition a l'avantage de mettre à nu la structure des carrés hypermagiques, mais elle ne peut donner que les carrés hypermagiques dans lesquels les p affixes de toutes les lignes arithmétiques, magiques ou d'invariation, sont les termes d'une progression arithmétique numérale.

On obtiendra tous les carrés hypermagiques en permutant de toutes les manières possibles les chiffres de chaque rang dans les affixes des tables d'addition. Il est d'ailleurs évident qu'après cette transformation les lignes et les constellations magiques conservent leurs propriétés magiques. Un calcul très simple établit que le nombre total des carrés hypermagiques est $p(p+1)(1.2 \dots p)^2$ se répartissant en

$$p^3(p-1)^2(p+1) \text{ carrés mis à nu}$$

et $p^3(p-1)^2(p+1)[(1.2 \dots p-2)^2 - 1]$ carrés voilés.

9. — Les carrés panmagiques types.

Dans un carré il y a quatre directions qui sautent immédiatement aux yeux, ce sont les deux directions parallèles aux côtés du carré et les deux directions parallèles aux diagonales; les autres se trouvent un peu masquées, de sorte que leurs propriétés magiques n'ont frappé que plus tard l'esprit. C'est pourquoi l'attention s'est portée plus particulièrement sur les carrés qui donnent la magie dans ces quatre directions, et que nous appellerons carrés *panmagiques*.

Nous allons faire connaître une méthode très simple pour construire tous les carrés panmagiques, en partant de quelques-uns d'entre eux que nous appellerons *carrés types*.

Les carrés que nous choisissons pour types sont les tables d'addition numérale, figurant des séries numériques du deuxième ordre (1.1, $a.b$) dont la première clé sera invariablement 1.1 et nous servira de passe-partout.

Pour que la série soit numérale ou, en d'autres termes, pour que les p^2 nombres de la table d'addition soient différents, il faut et il suffit que la clé $a.b$ ait ses deux chiffres différents, puisque tous les termes de la série (1.1) ont leurs deux chiffres égaux.

Toutes les lignes horizontales de notre carré sont magiques, par le fait seul que le passe-partout 1.1 a ses deux chiffres significatifs.

Pour que toutes les colonnes soient aussi magiques, il faut et il suffit que les deux chiffres de la clé $a.b$ soient significatifs.

La première diagonale, partant de la case 0.0, passe par la deuxième case de la deuxième ligne, qui a pour affixe le nombre dont les deux chiffres sont congruents à $a + 1$ et $b + 1$. Par conséquent, pour que la direction de la première diagonale soit magique, il faut et il suffit que ces deux chiffres soient différents de 0, c'est-à-dire que a et b soient différents de $p - 1$.

La ligne parallèle à la seconde diagonale qui passe par la case 0.0, passe aussi par la dernière case de la deuxième ligne, qui a pour affixe le nombre dont les deux chiffres sont $a - 1$ et $b - 1$. Par conséquent, pour que la direction de la seconde diagonale soit aussi magique, il faut et il suffit que a et b soient différents de 1.

En résumé, les conditions nécessaires et suffisantes pour que le carré soit panmagique sont les suivantes :

Les chiffres de la clé $a.b$ du carré doivent être tous deux différents de 0, 1 et $p - 1$, et de plus différents entre eux.

Par exemple, la table d'addition numérale (1.1, 2.3) figurera toujours un carré panmagique de base p . On remarquera que le symbole (1.1, 2.3) représente et détermine une infinité de carrés panmagiques, dont la base est un nombre premier plus grand que 4.

Il est presque évident que le nombre des carrés types différents est

$$(p-3)(p-4).$$

Il suffira ensuite de permuter de toutes les manières possibles les chiffres de chaque rang dans tous les carrés types, pour obtenir tous les carrés panmagiques différents, dont le nombre s'élève à

$$(p-3)(p-4)(1.2 \dots p)^2.$$

J'entends par carrés différents, conformément à l'usage, ceux qui paraissent différents aux yeux d'un spectateur immobile devant le tableau.

En réalité, le nombre des carrés panmagiques différents est 8 fois moindre, parce que chaque carré peut être vu sous 8 aspects différents.

Observations.

Toutes les propriétés des carrés magiques que nous venons de passer en revue, sont des conséquences immédiates de la méthode imaginée par La Hire, retrouvée et perfectionnée par M. G. Arnoux.

Nous avons voulu les faire voir en nous plaçant au point de vue d'où l'on découvre la magie supérieure.

Après ce que nous venons de dire, nous sommes en mesure d'exposer en quelques pages la théorie des carrés magiques et panmagiques à tous les degrés, qui est d'une simplicité véritablement magique.

10. — Les grilles.

Je complète cette esquisse de la magie au premier degré par quelques remarques sur les grilles.

La figure symétrique d'une grille magique, par rapport au centre d'une case quelconque du carré, est toujours une grille magique. En choisissant la case centrale, on voit que si l'on fait tourner une grille magique d'un angle de 180° autour du centre du carré, on obtient une autre grille magique. Or toute grille a 8 orientations, 4 par face. Par conséquent, dans les 8 orientations d'une grille magique quelconque, 2 au moins sont toujours magiques,

Dans les carrés panmagiques, pour que les 4 orientations d'une même face soient magiques, il suffit que les deux lignes d'invariance soient perpendiculaires; ce qui s'exprime par la condition

$$a \times b \equiv -1 \pmod{p}$$

le carré type étant la figuration de la série numérale (1.1, a, b).

Pour que 4 orientations, dont 2 sur chaque face, soient magiques, il faut et il suffit que les deux directions d'invariance soient également inclinées sur les côtés ou les diagonales du carré; ce qui se traduit par la condition

$$a + b \equiv 0 \quad \text{ou} \quad a \times b \equiv +1 \pmod{p}$$

Les conditions $a \times b \equiv -1$ et $a \times b \equiv +1$ sont contradictoires, et dans les carrés panmagiques on ne peut avoir à la fois

$$a \times b \equiv -1 \quad \text{et} \quad a + b \equiv 0.$$

parce qu'il en résulterait $a \equiv +1$ et $b \equiv -1$, et les lignes d'invariance seraient parallèles aux diagonales du carré.

Enfin, pour que les 8 orientations de la grille soient magiques il faut et il suffit qu'on ait

$$a \times b \equiv +1 \quad \text{et} \quad a + b \equiv 0 \pmod{p}$$

ou, ce qui revient au même,

$$a^2 \equiv -1 \quad \text{et} \quad b^2 \equiv -1 \pmod{p}$$

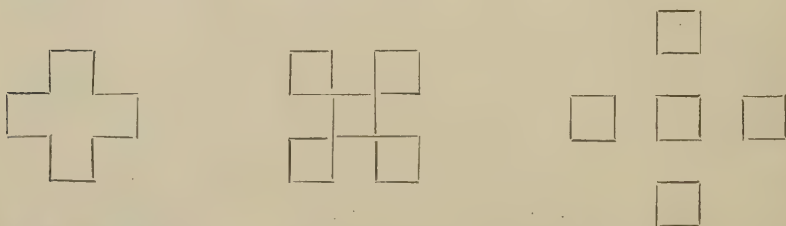
On remarquera que les deux lignes d'invariance ne sont pas perpendiculaires, condition qui semble indispensable pour que la grille conserve sa magie dans les 4 orientations d'une même face. L'explication de ce fait d'apparence paradoxale est curieuse, et je laisse au lecteur le plaisir de la trouver ; ce qui lui permettra de découvrir de nouvelles propriétés des lignes magiques.

On remarquera encore que les deux directions d'invariance sont déterminées, et qu'il est nécessaire que p soit de la forme $4n + 1$ pour que la grille soit magique dans ses 8 orientations.

Pour les carrés panmagiques de 5 et 13, il vient

$$\begin{array}{lll} a = 2 & b = 3 & \text{(base 5)} \\ a = 5 & b = 8 & \text{(base 13)} \end{array}$$

Pour $p = 5$, on a ces trois grilles



M. B. Portier, dans son dernier mémoire sur la magie. (*Nouvelles recherches de magie arithmétique* ; Gauthier-Villars, 1907) donne ces trois grilles, avec les déformations qu'on obtient en voulant les faire rentrer dans le cadre trop étroit du carré de 5. Ces grilles conservent les mêmes aspects dans toutes les orientations.

Pour le carré panmagique de base 13, les millions de grilles de constellations magiques se présentent sous des aspects différents dans les 8 orientations et l'effet produit paraît magique si les nombres sont écrits dans le système décimal.

Pour les carrés simplement magiques, les directions d'invariance, parallèles aux diagonales, sont perpendiculaires, et également inclinées sur les côtés, et par conséquent leurs grilles sont magiques dans les 8 orientations. Il en est évidemment de même pour les carrés dont les lignes d'invariance sont parallèles aux côtés, et par suite perpendiculaires, et également inclinées sur les diagonales.

Pour terminer, je propose ce problème plaisant et délectable aux amateurs de carrés magiques :

Construire un carré panmagique connaissant les affixes de $p - 1$ cases de l'une de ses constellations magiques.

Ce problème a deux solutions, et voici la marche à suivre.

1° Trouver les directions d'invariation, qui sont toujours déterminées.

2° Construire le carré type dont on connaît les deux chiffres de la clé.

On a deux clés $a.b$ et $b.a$, par suite deux solutions et deux seulement.

3° Permuter les chiffres de chaque rang de manière à reproduire les affixes donnés.

TRAVAIL DÉVELOPPÉ PENDANT LA PHONATION

par E. MARAGE

Dans une note présentée à l'Académie de Médecine⁽¹⁾, j'indiquais comment, en se servant d'un orateur artificiel, la sirène à voyelles, on pouvait comparer l'énergie dépensée dans une salle par des orateurs ayant des timbres différents; j'ai trouvé ainsi qu'une voix de basse, pour produire la même impression sur l'oreille, devait développer un travail de 7 à 16 fois plus grand qu'une voix de baryton ou de ténor.

Il était intéressant de mesurer la valeur exacte de ce travail chez un orateur naturel. Sa valeur est exprimée par le produit VH du volume V d'air qui s'échappe des poumons pendant un temps donné sous une pression H .

Chez un sujet normal, on détermine assez facilement V au moyen du spiromètre, mais il est impossible de mesurer H , puisqu'il faut prendre la pression de l'air dans la trachée au-dessous de la glotte.

J'ai pu faire des expériences chez deux sujets : le premier avait subi l'ablation totale du larynx, la trachée communiquait au moyen d'un tube souple avec une anche membraneuse en caoutchouc fixée dans la bouche à un palais artificiel⁽²⁾.

J'ai bifurqué ce tube de manière à pouvoir mesurer la pression au moyen d'un manomètre métallique gradué en millimètres d'eau.

Le débit de l'air, le nombre et la durée des inspirations étaient mesurés de la façon ordinaire.

Le deuxième sujet avait des cordes vocales normales et une canule trachéale; en faisant communiquer celle-ci avec le manomètre, j'avais constamment la pression H de l'air pendant la phonation : V était mesuré comme précédemment.

Les résultats sont réunis dans le tableau suivant :

⁽¹⁾ 21 mai 1907.

⁽²⁾ Cet appareil a été construit par M. Delair.

LARYNX ARTIFICIEL.

Conversation ordinaire.

V L'inspiration dure 1".
 L'expiration dure 3".
 Le volume d'air expiré = 2lit,3.
 Nombre de respirations à 1' = 15.
 V = 2.070 litres par heure.
 H = 100 mm. d'eau à 200 mm.
 T = 207 kgm. à 414 kgm.

Discours dans une grande salle.

Le sujet ne peut pas augmenter
 l'énergie de sa voix.

LARYNX NATUREL.

Conversation ordinaire (1).

V L'inspiration dure 1".
 L'expiration dure 5".
 Le volume d'air expiré = 0lit,5.
 Nombre de respirations à 1' = 10.
 V = 300 litres par heure.
 H = 100 à 160 mm. d'eau.
 T = 30 à 48 kgm. à l'heure.

Discours dans une grande salle.

L'inspiration dure 2".
 L'expiration dure 3".
 Le volume d'air expiré = 2 litres.
 Nombre de respirations à 1' = 12.
 V = 1.440 litres par heure.
 H = 100 à 200 mm. d'eau.
 T = 144 à 288 kgm. par heure.

REMARQUES. — 1° La pression de l'air se maintient, que l'on ait affaire au larynx naturel ou au larynx artificiel, entre 100 et 200 millimètres ; pour la simple phrase : « Bonjour, Monsieur ! » le manomètre oscille entre 120 et 160.

2° Ce qui fait varier énormément le travail de la phonation, c'est le débit de l'air, qui oscille de 300 litres à l'heure (larynx naturel, conversation) à 2070 litres à l'heure (larynx artificiel, conversation).

3° Les cordes vocales n'ayant pas la même longueur chez l'homme (20 à 24 millimètres) et chez la femme (16 à 18 millimètres), j'ai fait des expériences en changeant la longueur de la partie vibrante des anches membraneuses.

Pour les anches longues (24 mm.), l'énergie minima pour les faire vibrer est 57 kilogrammètres à l'heure ; pour les anches courtes (18 mm.) : 14 kgm, 400.

On peut donc prévoir que les femmes se fatigueront beaucoup moins en parlant que les hommes ; on sait, du reste, que les enfants, dont le larynx est encore beaucoup plus petit, peuvent parler toute une journée sans avoir l'air d'éprouver la moindre lassitude.

(1) Le sujet ne parle pas pendant l'inspiration.

CONCLUSIONS. — 1° Un orateur doit avant tout apprendre à respirer, puisque c'est V qui varie le plus.

2° Il ne faut pas perdre d'air inutilement, c'est-à-dire que les cordes vocales doivent se joindre sur la ligne médiane.

3° Les hommes, et, en particulier, les basses, se fatiguent beaucoup plus en parlant que les femmes et les enfants.

4° Au point de vue de la théorie de la formation des voyelles, le larynx artificiel est intéressant : en effet, le sujet muni de cet appareil ne peut pas faire les voyelles fondamentales OU, O, A, É, I, seules ; il faut qu'elles soient dans le corps d'un mot, c'est-à-dire appuyées sur des consonnes.

Ce fait confirme la théorie que j'ai donnée en 1900 et dans laquelle, par des expériences d'analyse et de synthèse, je montrais que les voyelles fondamentales étaient produites par une vibration aérolaryngienne intermittente, la bouche ne servant qu'à renforcer ou à transformer la voyelle.

RÉSUMÉ.

Pendant la phonation, il s'échappe des poumons un certain volume d'air sous une certaine pression ; le produit de ces deux quantités, le volume et la pression, donne le travail développé.

Il s'agit de les déterminer :

Le volume d'air qui s'échappe s'obtient assez facilement, mais il est plus difficile de mesurer la pression, car il faut la prendre directement dans la trachée.

On a surmonté ces difficultés en faisant des mesures sur deux sujets : l'un était muni d'un larynx artificiel, l'autre portait une canule trachéale et un larynx normal. Pendant la conversation ordinaire on développe, en une heure, un travail de 48 kilogrammètres environ, c'est-à-dire que parler pendant une heure n'est pas plus fatigant que soulever à chaque seconde un poids de 13 grammes à 1 mètre de hauteur : une dame en jouant avec son éventail ou un professeur gesticulant avec un morceau de craie dépense un travail beaucoup plus grand.

Pour faire un discours dans une grande salle, le travail est plus considérable, mais il est, en moyenne, de 200 kilogrammètres à l'heure : un employé de chemin de fer fait un travail plus grand en prenant par terre et en chargeant sur son épaule quatre colis de 50 kilogrammes.

On a comparé ensuite le travail développé dans la conversation par une voix d'homme et une voix de femme, et on a trouvé que les femmes se fatiguent, en parlant, 4 fois moins que les hommes.

On comprend alors comment les enfants, qui ont un larynx plus étroits que leurs mères, peuvent parler plusieurs heures sans prendre de repos.

La conclusion pratique de ces expériences est la suivante : le travail développé dépend surtout du volume d'air expiré ; un orateur doit donc apprendre à emmagasiner l'air dans ses poumons et à ne pas le laisser s'échapper inutilement.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 23 novembre 1907.

PRÉSIDENCE de M. BERTHELOT.

M. le Président donne lecture du rapport sur la candidature de M. Jean Becquerel dans la 2^{me} section. L'élection est remise à la prochaine séance.

M. Mahler entretient la Société d'un projet de médaille dont il a pris l'initiative. Une commission composée de MM. Berthelot, André, Dongier, Michel, Bouvier, est nommée en vue de s'occuper avec M. Malher de l'étude et de la maquette de cette médaille. Les membres de la Société qui le désireraient sont d'ailleurs invités à se joindre à la Commission.

M. J. Deschamps présente des tables graphiques se rapportant à sa communication du 26 octobre dernier. MM. Lebon et Deschamps échaugent quelques observations à propos de cette présentation.

Séance du 14 décembre 1907.

PRÉSIDENCE de M. BERTHELOT.

Il est procédé à l'élection de M. Jean Becquerel, élu à l'unanimité. M. Rabaud communique des observations personnelles sur les mœurs des Pompiles, Hyménoptères prédateurs chassant les Araignées. M. Bouvier présente quelques remarques sur le même sujet.

M. Coutière fait une communication sur le prétendu appareil venimeux de la Murène Hélène. M. Vaillant présente quelques observations à propos de cette communication.

Séance du 28 décembre 1907.

PRÉSIDENCE de M. BERTHELOT.

M. André résume un mémoire publié par lui, antérieurement, sur les inversions élémentaires des permutations.

M. Leau, délégué de la Société Philomathique à la Commission internationale permanente pour l'adoption d'une langue auxiliaire universelle, rend compte de l'état des travaux à la Commission. Divers membres échangent des observations à ce sujet.

Séance du 11 janvier 1908.

PRÉSIDENCE de M. BERTHELOT.

Il est procédé à l'élection d'un Vice-président et d'un Trésorier. MM. Raoul Perrin et E. Rabaud sont élus à l'unanimité.

MM. Chapelon, Marage, Ménégaux sont élus membres de la commission des comptes.

Le Président sortant, après avoir présenté à la Société ses remerciements, cède le fauteuil à M. Lécaillon, qui prononce l'allocution suivante :

MES CHERS CONFRÈRES,

Je vous remercie de l'honneur que vous m'avez fait en m'appelant à présider la Société philomathique pendant l'année 1908. Je m'empresserai tout d'abord, et je suis certain en cela d'être votre interprète à tous, en remerciant M. Daniel Berthelot, notre Président sortant, du dévouement dont il a fait preuve en venant présider nos séances pendant l'année qui vient de s'écouler. Grâce à sa vaste érudition, il sut toujours donner à nos réunions et à nos discussions scientifiques, un intérêt spécial dont nous conserverons longtemps le souvenir. Personnellement je remercie M. Berthelot pour les trop aimables paroles qu'il a bien voulu prononcer à mon intention.

Notre dévoué trésorier et nos secrétaires des publications et des séances déploient une activité dont les résultats sont des plus précieux pour notre société ; qu'ils reçoivent ici l'assurance que nous leur savons le plus grand gré de leur dévouement.

Vous le savez, mes chers confrères, il est de tradition, à la Société philomathique, de ne pas prononcer de longs discours. Je respecterai la tradition. Mais comment s'empêcher, à l'aurore d'une nouvelle année, de jeter au moins un rapide coup d'œil sur le passé, afin d'embrasser d'un regard le chemin parcouru ? Et quand il s'agit de notre vieille Société, ce coup d'œil sur le passé ne saurait qu'être très réconfortant. La Société philomathique a joué en effet un rôle très important dans le mouvement scientifique de la fin du XVIII^e siècle et du XIX^e siècle tout entier. Il suffit, pour s'en convaincre, de consulter la belle collection de ses publications et aussi de constater que dans la liste de ses membres anciens ou actuels, figurent tous les grands noms chers à la science française.

Fondée le 10 décembre 1788 ⁽¹⁾, notre Société est donc dans sa 120^e année. Ses origines furent, on le sait, très modestes. Dans la suite de sa longue existence, elle passa par des périodes de prospérité semées çà et là de périodes difficiles. La dernière de ces ères de difficultés est encore assez récente. Mais, aujourd'hui, je suis heureux de le constater, la prospérité est revenue, et semble-t-il, pour longtemps. Je n'en veux pour preuve que la présence des nombreux membres qui assistent à cette séance et qui viennent habituellement à nos réunions.

MES CHERS CONFRÈRES,

Avant de revenir à notre ordre du jour, permettez-moi d'ajouter encore un mot. Notre très distingué président sortant rappelait tout à l'heure que la devise de la Société Philomathique est « étude et amitié ». Mettons toujours en pratique cette maxime, car à l'époque actuelle tout aussi bien que dans le passé, il ne saurait y en avoir de meilleure. En restant fidèles à notre devise, nous nous efforcerons de faire œuvre utile et durable et de nous rendre ainsi dignes, autant que cela nous sera possible, de tant d'hommes éminents qui ont été la gloire de la Société à laquelle nous avons l'honneur d'appartenir.

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

Une Commission composée de MM. Michel, Rabaud, Mayer, est chargée de l'organisation prochaine du banquet annuel, dont la date est maintenue sans changement, sur une observation de M. André.

Des notices seront consacrées dans le *Bulletin* aux membres de la Société récemment décédés, Berthelot, Laussedat, Ponsot ; les auteurs de ces notices seront désignés dans la prochaine séance.

⁽¹⁾ Les 6 membres fondateurs furent : Audirac, médecin ; Brongniart, chimiste ; Broval, mathématicien ; Petit, médecin ; Riche, naturaliste ; Silvestre, physicien. Pour l'histoire de la Société Philomathique, consulter la « Notice sur les origines et sur l'histoire de la Société Philomathique » par M. Berthelot (Mémoires publiés par la Société Philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation, 1888).

SUR LA DESSICCATION DES GAZ ET L'EMPLOI DU SODIUM DIVISÉ

Par Camille MATIGNON

Dans la *Chemiker Zeitung* (1), M. Rosenfeld a indiqué quelques expériences de cours et en particulier un procédé commode pour réaliser facilement la synthèse des chlorures et bromures de sodium et de potassium.

Pour combiner le chlore et le sodium, par exemple, on broie ce dernier avec un peu de sel marin, 1 partie de sodium pour 3 parties de sel marin, puis on projette le mélange divisé dans un flacon de chlore ; la combinaison est immédiate, elle a lieu avec crépitement et production de brillantes étincelles.

Cette expérience m'a paru surtout intéressante par l'artifice indiqué pour préparer du sodium divisé. Il suffit en effet d'écraser simultanément le sodium avec un sel quelconque pour arriver à ce résultat. On broie les deux corps dans un mortier, le sodium commence par s'écraser et se lamener en feuilles de plus en plus minces qui se trouvent en même temps déchirées par le contact du sel ; la division se fait assez mal au premier moment, mais au bout de quelques minutes on obtient une poudre grise dont l'état de division ne dépend que de la durée du broyage. Il y a là, comme on le voit, le principe d'une méthode générale pour diviser les corps mous par le broyage simultané avec un corps plus dur.

Bien entendu, il ne conviendrait pas d'employer comme intermédiaire, soit un sel hydraté susceptible d'agir chimiquement sur le sodium par son eau de cristallisation, soit des agents d'oxydation comme les azotates, les chlorates, capables de former avec le sodium des réactions explosives dangereuses.

L'emploi en général le sel marin fondu, qui se trouve ainsi débarrassé de son eau d'interposition, en même temps que la fusion en

(1) 1^{er} Semestre 1901, p. 422.

augmente la dureté. On peut employer bien entendu des quantités variables de sel marin ; la pulvérisation sera d'autant plus rapide que la proportion de sel est plus grande.

Quand on tient à préparer, pour une réaction chimique, un mélange contenant une quantité déterminée de sodium, il est nécessaire d'effectuer le broyage en se mettant à l'abri de l'humidité de l'air. On y parvient sans peine en plaçant le mortier au fond d'un seau en verre rempli de gaz carbonique et parcouru par un courant de ce même gaz. Ou bien encore, on peut recouvrir le mortier par une coiffe en caoutchouc percée en son centre d'une légère ouverture pour laisser passer la poignée du pilon. On opère ainsi en mortier fermé, l'élasticité du caoutchouc assurant au pilon une mobilité suffisante.

Il n'y a aucun risque d'inflammation du sodium dans cette pulvérisation. Depuis six ans que j'ai eu l'occasion de broyer ou de faire broyer du sodium, aucune inflammation ne s'est produite jusqu'ici par suite de la chaleur dégagée soit par le frottement, soit par l'oxydation partielle du métal. On peut broyer, bien entendu, les autres métaux alcalins plus inflammables, l'opération est un peu plus délicate quand on opère à l'air libre. Avec le potassium, par exemple, il convient d'opérer avec une quantité de sel assez grande pour noyer autant que possible le métal dans le sel ; il faut éviter aussi d'exercer une pression trop forte sur le pilon.

On sait que le sodium est l'un des meilleurs agents de dessiccation des gaz, quand on ne craint pas dans ces gaz la présence d'un peu d'hydrogène. On prend alors le sodium sous la forme de fils ou rubans. J'emploie avantageusement pour cet usage la poudre grise, mélange de sodium et de sel marin ; elle présente, grâce à sa grande division, une surface d'attaque considérable et constitue par suite, un très puissant agent de dessiccation. Elle possède en outre l'avantage de se préparer en quelques minutes et de ne pas exiger un matériel spécial. On mêle cette poudre avec du verre grossièrement concassé et on en remplit les colonnes de dessiccation fermées avec des bouchons de caoutchouc, ou avec de bons bouchons de liège mastiqués au Golaz. On évite l'entraînement de la poudre par le courant gazeux en plaçant aux extrémités de la colonne un peu d'amiante ou de coton de verre. On obtient ainsi très facilement, par exemple, du gaz ammoniac bien sec. Pour préparer ce gaz ammoniac je chauffe légèrement sa solution aqueuse dans un ballon muni d'un réfrigérant ascendant, lequel est suivi de deux colonnes de dessiccation de 1 mètre de longueur contenant l'une de la chaux sodée, l'autre du sodium divisé. J'ai eu l'occasion dans ces derniers temps de me rendre compte de toute l'effica-

cité de ces colonnes de dessiccation. J'ai fait préparer, par des étudiants, comme exercices de manipulation, d'assez grandes quantités d'ammoniac liquide, pour être appliquée ensuite à la réalisation de diverses réactions. Dans certaines de ces préparations, par suite de l'inexpérience des opérateurs, il est arrivé que le gaz ammoniac a été dégagé de sa solution avec une vitesse qui rendait la dessiccation du gaz bien improbable et cependant j'ai pu constater que le gaz liquéfié était rigoureusement sec. Dans un autre cas, de l'eau avait été entraînée dans la première colonne de dessiccation et cependant un courant rapide donnait encore du gaz sec. J'ajoute qu'en utilisant ces agents dessiccateurs, comme il convient, leur activité persiste pendant longtemps.

Les métaux alcalins divisés peuvent être utilisés avantageusement dans un grand nombre de réactions soit en chimie minérale, soit en chimie organique, toutes les fois que la présence du sel intermédiaire n'est point gênante. On peut d'ailleurs varier la nature de ce sel et l'adapter aux conditions de la réaction à réaliser. J'ai indiqué précédemment, comment on pourrait pour ces réactions préparer une quantité de métal divisé fixée à l'avance.

Le prix de revient du sodium, grâce aux progrès de l'électrochimie est aujourd'hui du même ordre de grandeur que les prix de revient du cuivre et de l'aluminium. Il rentre donc aujourd'hui dans la classe des métaux communs. D'après cela, il me paraît probable que le sodium divisé est appelé à se répandre dans les laboratoires comme agent de dessiccation puissant, commode et économique.

CAUSES GÉNÉRALES

de l'évolution de la concentration des liquides gastriques

par M. J. WINTER

(Suite) (1)

Résumé.

Dans l'étude qui précède sur l'évolution de la concentration et ses causes, les conclusions principales et certaines considérations importantes sont noyées dans d'assez longs développements. La lecture de nombres sériés, variables, dont quelques uns seulement — les nombres limites — présentent un intérêt *permanent*, est particulièrement aride. Développements et séries numériques sont, d'ailleurs, indispensables pour la démonstration.

Pour dégager ces conclusions de l'appareil démonstratif qui les enveloppe, je vais les rappeler ici sous une forme sommaire. J'y ajouterai quelques commentaires et quelques applications.

Notons avant tout que la concentration n'étant qu'un moyen, cette étude de la concentration n'a qu'un but pratique : *accroître l'utilité de l'analyse des liquides gastriques*.

Ces analyses, devenues courantes, n'ont eu, jusqu'ici, qu'un seul objet dans l'esprit du médecin : qualifier la valeur peptonisante d'une sécrétion.

J'ai déjà dit et j'aurai encore maintes fois à le redire, cette qualification chimique, si intéressante qu'elle ait été à l'origine lors de la découverte de la pepsine et de l'HCl (1834 et 1824) ; si intéressante qu'elle puisse encore, à tort, paraître aujourd'hui ; si parfaites que soient les méthodes de qualification employées, n'a, *pratiquement*, qu'une valeur chimérique si elle est utilisée seule.

Les démonstrations développées précédemment, prouvent notamment, avec une éblouissante clarté, que cette qualification présente

(1) Voir ce *Bulletin* (tome IX, n° 4. — 1907.

le défaut capital d'être unilatérale, c'est-à-dire de ne porter que sur *une seule* des grandes fonctions de l'estomac : la fonction chimique.

Cette fonction chimique n'est que l'un des termes de l'équation de la digestion. Ce terme ne peut donc pas, à lui seul, en donner la solution ; et ce n'est que *cette* solution qui puisse prétendre à devenir un appui solide pour la clinique.

Les qualités chimiques de la sécrétion que l'on détermine communément ne sont, d'ailleurs, pas invariables selon la croyance établie. En les considérant comme telles on commet une erreur de fait qui s'aggrave encore de ce que l'on prête ainsi à ces qualités le caractère d'éléments *statiques*, caractère qu'elles n'ont pas, comme nous nous en assurerons par ailleurs.

Les principes qui, jusqu'ici, ont servi de base à l'application des données chimiques, fourmillent ainsi d'erreurs multiples qui n'ont l'air de rien et qui se révèlent comme de grosses erreurs de doctrine dès que l'on veut passer de la théorie à la pratique.

La digestion gastrique représente un phénomène d'une nature essentiellement dynamique et elle communique ce caractère à *tous* les éléments qui y participent. Dès que l'on en aborde l'étude sur ce terrain, on est aussitôt frappé de l'accord qui s'établit entre les prévisions et l'expérience, et l'on sent que sur ce terrain la théorie et la pratique pourront s'entendre.

La concentration, on vient de le voir par tous les développements de ce chapitre, est une émanation directe de la digestion. Par sa genèse et par son évolution, elle dépend étroitement du dynamisme gastrique, c'est-à-dire du concours coordonné de *toutes* les fonctions organiques de l'estomac.

C'est donc, de tous les éléments chimiques utilisés jusqu'ici, le seul qui jouisse de cette propriété.

C'est précisément cette propriété, représentée, pour l'instant, par l'évolution de cet élément et ses limites, qui fournit le point d'application pratique.

Il est probable que plus tard, d'autres conditions que son évolution conduiront à d'autres applications de la concentration.

. . .

Voici maintenant, sous une forme résumée, les conclusions principales qui découlent de ce travail et qu'il importe de connaître pour utiliser la concentration.

I. — Pendant la digestion gastrique de tout repas liquide (eau avec

ou sans aliments solides) la concentration se modifie, du commencement à la fin, dans le même sens pour un même repas.

Cette *évolution* est une conséquence fatale, forcée, de la digestion elle-même; cela signifie qu'elle résulte de l'action combinée de toutes les forces physiologiques qui, dans l'estomac, accomplissent le travail digestif (sécrétion, action chimique, évacuation).

II. — Le sens de ce mouvement évolutif est déterminé par la constitution du repas ingéré. Il se présente là deux cas distincts :

a) La concentration DÉCROÎT du commencement à la fin de la digestion gastrique quand la *genèse* de la matière dissoute dans le mélange stomacal est *indépendante* de l'action *propre* du suc gastrique.

C'est le cas de toutes les matières dissoutes *a priori* dans le liquide ingéré (sels, sucre, matières extractives etc. . .) ; c'est aussi le cas des matières amylacées dissoutes par l'action salivaire ; c'est donc, en particulier, le cas de toute la première phase digestive du repas de pain sucré qui sert d'ordinaire de repas d'épreuve.

On s'explique aisément ce cas en remarquant que la sécrétion n'y joue que le rôle de liquide diluant, sans exercer d'action chimique sur l'aliment.

b) La concentration AUGMENTE jusqu'à un *maximum*, puis *décroît*, dans tous les cas où la *genèse* de la matière dissoute *dépend* de l'action *propre* de la *sécrétion gastrique* sur l'aliment.

C'est, d'une manière générale, le cas de toutes les dissolutions fermentatives opérées par le suc gastrique lui-même et, en particulier, de la peptonisation des matières albuminoïdes (viande, gluten, lait, etc...). C'est aussi le cas de l'eau, sans aliments solides, dont la concentration, acquise dans l'estomac, provient directement et uniquement de la sécrétion.

La différence entre ce cas *b* et le précédent réside dans ce fait qu'ici la sécrétion exerce une action chimique progressive sur l'aliment ; celle-ci *compense* et *domine* même l'action diluante pendant la majeure partie du séjour des aliments dans l'estomac. Ce cas est donc plus compliqué que l'autre et se prête moins aux épreuves cliniques.

Le maximum de la concentration y est atteint quand l'activité chimique de la sécrétion, en voie de fléchir, devient équivalente à son pouvoir diluant ; et le moment où cette équivalence se produit est subordonné à la vitesse d'évacuation.

On a vu par les exemples cités (séries à la viande chez le chien) que dans les conditions *les plus physiologiques* ce maximum n'est, pratiquement, atteint qu'à l'extrême limite de ces sortes de digestions. Mais

on a vu aussi, dans les développements théoriques, qu'à cette limite, le fléchissement de l'action chimique est une conséquence *absolument forcée* de la digestion, quand bien même l'activité chimique de la sécrétion demeurerait constante.

III. Quelque soit le sens du mouvement évolutif de la concentration, celle-ci aboutit toujours finalement à une concentration qui est *la même* pour toutes les digestions.

Cette concentration limite est celle (r_0) du suc gastrique lui-même ; celle-ci n'étant pas constante et oscillant dans une zone définie (entre les concentrations 0,006 et 0,012), j'ai désigné ce champ des oscillations constitutionnelles du suc gastrique par : *zone des gastérines*.

Sans la connaissance de cette zone limite absolument générale et bien définie, l'utilité pratique de la concentration serait fort problématique ; car on manquerait de base pour juger l'évolution ; on ne saurait pas dire, par exemple, à quelle concentration doit correspondre dans un cas donné la vacuité complète de l'estomac.

On a vu plus haut, dans les développements analytiques, que, dans le mélange stomacal ($G + E$), le liquide (E) ingéré avec le repas, ne saurait en disparaître totalement (s'annuler) que si l'estomac s'est entièrement vidé une fois au moins. Et comme c'est là la fin physiologique de la digestion ; comme il ne doit plus, après cela, s'y régénérer de liquide, lequel ne pourrait être que de la sécrétion *pure* (G), il s'en suit que l'estomac *normal* doit être vide quand la concentration est devenue égale à (r_0).

Nota. La notion de zone des gastérines est une notion nouvelle. Elle n'a pas seulement un intérêt clinique ; elle a aussi et surtout un intérêt physiologique. Elle est en miniature l'image de la digestion stomacale elle-même. Elle n'est envisagée ici que par rapport à la concentration (r_0) *qui contient, en substance, tous les agents chimiques de la digestion*. La cryoscopie la délimite aussi bien que la concentration.

Étant le champ dans les limites duquel oscille la concentration r_0 , on peut en inférer de suite que les agents chimiques, qui font partie intégrante de cette concentration, oscillent avec elle et qu'*aucun des constituants de la sécrétion n'est constant*.

Depuis trois quarts de siècle on s'efforce de déterminer les constantes physiologiques du suc gastrique, c'est-à-dire la *sécrétion normale* de l'estomac. On n'a pas encore réussi à se mettre d'accord. Cela n'est pas surprenant, car il n'existe ni sécrétion normale ni constantes physiologiques.

Tout, dans la constitution des humeurs, est variable et dépend, à tout instant, de l'intensité arbitraire du travail vital qui s'y accomplit sur le moment. Il n'y a de fixe que les limites physiologiques entre lesquelles les oscillations des éléments sont assujéties à se mouvoir. C'est cela qu'évoque la notion de zone des gastérines.

On peut admettre, sans trop s'aventurer, et bien que je n'aie pas encore eu l'occasion d'approfondir ce point spécial, que les plus élevées des concentrations (r_0) de cette zone (0,010, 0,011, 0,012) sont aussi les plus riches en agents chimiques. Ce parallélisme n'est peut-être pas direct ; mais il existe certainement une relation quelconque entre les fluctuations du *tout* (r_0) et celles de ses parties (agents chimiques).

Je n'en dirai pas davantage ici, car non seulement je n'ai pas, jusqu'ici, étudié suffisamment ce parallélisme qui ne paraît pas simple ; mais cette étude, qui doit englober d'autres éléments que la concentration, sera mieux à sa place dans le chapitre de la sécrétion et de ses constituants.

Applications. Repas d'épreuve.

Je viens de dire que c'est son évolution qui permet d'utiliser la concentration.

On peut, dès à présent, fixer divers buts à cette utilisation. Le plus immédiat est celui-là même qui a provoqué ce travail et qui en constitue le fond : *l'étude et l'appréciation de digestions quelconques en clinique*.

Cette application requiert l'emploi d'un repas d'épreuve ; car il ne s'agit plus ici de qualifier seulement une sécrétion, ce qui pourrait à la rigueur se faire ou, au moins, se concevoir, sans la participation d'aliments solides ; il s'agit de suivre et d'utiliser la marche d'un produit de la digestion alimentaire elle-même. Dans ces conditions, l'aliment solide ne saurait donc faire défaut dans le repas de contrôle.

L'eau aussi est nécessaire ; cela résulte des développements analytiques qui précèdent et tient à ce fait que la marche évolutive de la digestion, de même que celle de la concentration, est infiniment plus apparente avec un repas liquide qu'avec un repas sec (voir plus haut).

Quel est le repas d'épreuve qu'il convient d'employer ?

Depuis Ewald qui fut (1879) le promoteur de l'exploration chimique de l'estomac et qui avait choisi comme aliment d'épreuve le pain associé à une infusion légère de thé non sucrée, les repas de contrôle ont beaucoup varié. Chaque spécialiste s'est constitué le sien.

La viande, les œufs, le pain, en proportions diverses, seuls ou mélangés, ont tour à tour été utilisés.

J'ai déjà souligné par ailleurs l'incohérence qui résulte de cette variété dans les repas : elle rend à peu près impossible la comparaison des résultats chimiques. Je crois, d'ailleurs, que ce collationnement fut la moindre des préoccupations de la plupart des innovateurs.

Ceux qui, comme Ewald et Boas, y mettaient quelque souci poursuivaient tous le même but : *exciter le plus possible la sécrétion stomacale avec les aliments qu'ils présumaient les plus appropriés aux aptitudes digestives de l'homme.*

La variété même des repas ainsi imaginés fait ressortir l'incertitude qui présidait à leur choix.

Comme ce point de vue est trop exclusif, pour les raisons que nous connaissons maintenant ; comme, d'ailleurs, les analyses chimiques très sommaires que l'on exécutait sur les liquides gastriques à la suite de ces repas, ne mentionnent pas la concentration, je ne m'arrêterai pas davantage ici à ce passé de l'histoire des repas d'épreuve.

L'évolution de la concentration étant intimement enchaînée à celle de la digestion gastrique, représentée par l'ensemble de ses fonctions efficaces, la concentration fournit à la pratique un but parfaitement défini : *apprécier la marche de la digestion en prenant comme base celle, corrélative, de la concentration.*

Cette base n'exclut pas les autres caractères (quantité de liquide, qualités chimiques) que l'on peut tirer du liquide puisé. Ces caractères serviront, en seconde ligne, à préciser, dans la limite où cela est possible actuellement, la valeur des divers termes du rapport : $\frac{R}{G + E}$

analysé précédemment. Comme ces caractères se rapportent à d'autres éléments que la concentration, ils seront discutés en temps et lieu. Mais des propriétés de la concentration développées dans ce mémoire et des conclusions résumées ci-dessus, découlent immédiatement quelques indications pratiques générales.

Voyons d'abord le repas d'épreuve. En théorie pure, d'après ce qui précède, ce repas devrait être simple et homogène pour communiquer à la concentration une évolution qui, physiologiquement, serait également homogène.

Le sens du mouvement évolutif dépendant surtout de la nature de l'aliment simple choisi (voir plus haut), on peut connaître ce sens à l'avance, d'après l'aliment d'épreuve ingéré. On peut, en effet, orienter le mouvement évolutif à volonté par le régime. Cela résulte nettement de cette étude.

Mais il n'existe pas d'aliments absolument homogènes dans la nature ; il ne saurait donc pas non plus exister d'évolutions gastriques rigoureusement uniformes.

En signalant cela plus haut, j'ai fait ressortir les irrégularités qui en résultent nécessairement dans la marche de la concentration.

Dans la pratique, en vue du contrôle chimique, on doit chercher à réduire ces irrégularités à leur minimum en employant les aliments naturels les plus propices.

La viande, bouillie et débarrassée de sa graisse et de ses matières extractives, serait suffisamment homogène pour les besoins courants si elle ne présentait pas quelques inconvénients irréductibles.

D'abord un repas fait de viande ainsi préparée et d'eau pure serait bien insipide et peu de malades l'accepteraient sans dégoût.

Puis avec ce genre d'aliments la concentration va, physiologiquement, en croissant jusqu'à l'extrême limite du cycle digestif. Mais ces accroissements étant minimes sont, par suite, *peu sensibles* dans le temps. C'est là un inconvénient sérieux qui s'aggrave encore de ce qu'à l'état pathologique le coefficient de l'activité peptique (p) est susceptible, suivant l'état d'épuisement des malades, de *diminuer* plus ou moins vite au lieu de rester constant ou de croître comme à l'état physiologique. Nous savons que cette éventualité que l'on est en droit de supposer fréquente chez les malades, engendre, quand elle se produit, une évolution compliquée, croissante d'abord, décroissante ensuite en pleine digestion.

Cette complication s'ajoutant aux autres inhérentes à la viande ferait, à tout instant, naître des incertitudes que l'on ne pourrait lever qu'en effectuant au moins *deux* prélèvements dans le cours de la même digestion.

Pour ces raisons la viande doit être écartée, comme peu pratique, du nombre des aliments d'épreuve, bien qu'elle soit parmi les plus homogènes que l'on puisse utiliser.

Les mêmes raisons valant aussi pour *tous* les aliments essentiellement azotés (œufs, lait, etc.), ces aliments doivent être évités pour les repas d'épreuve.

Ce n'est qu'au cas où l'on jugerait indispensable de déterminer le coefficient (p) que l'on pourra recourir à la viande sans eau, comme je l'ai indiqué dans le paragraphe consacré à cette détermination.

Ce cas se présentera bien rarement pour le praticien.

La matière amylacée pure n'existe pas dans la nature, mais peut s'obtenir telle par des procédés physiques. A cet état, elle constituerait un aliment d'épreuve très homogène, engendrant dans l'estomac

un mouvement évolutif type de l'espèce théorique étudiée plus haut dans le « *premier groupe* » d'aliments solides.

Ce mouvement, *décroissant* du commencement à la fin de la digestion, serait dans la première moitié de son cycle, semblable à celui qu'engendre le pain, mais s'achèverait plus brusquement pour les raisons que nous connaissons maintenant et que je rappellerai dans un instant.

Mais on ne peut guère songer à faire prendre des repas de « *colle de pâte* ». Il faut donc, pratiquement, renoncer à ces substances comme aliment d'épreuve.

Le sucre cristallisé (sucre candi) constitue, à coup sûr, l'aliment d'épreuve le plus favorable en vue du but que la clinique doit se proposer.

Substance homogène par excellence, elle se prête, par sa solubilité dans l'eau, à des titrages exacts des solutions ingérées et ces solutions seraient facilement acceptées par tout le monde.

Le mouvement évolutif qu'elle engendre dans l'estomac est tout à fait semblable à celui des matières amylacées, plus rapide, par conséquent, que celui que produit le pain.

Ce sera, je crois, l'aliment d'épreuve de l'avenir. Son emploi actuel n'est néanmoins pas possible encore ; il faudra d'abord vaincre certains préjugés et étudier avec soin l'évolution physiologique de sa digestion. Cette évolution, bien qu'analogue à celle du pain, ne lui est pas identique.

Je me suis servi assez souvent du sucre pour élucider certains phénomènes obscurs de la digestion dont je parlerai ailleurs. J'aurai par conséquent à revenir sur son emploi.

Le pain n'est pas un aliment homogène ; il est constitué d'un mélange de matière amylacée et de matière azotée (gluten). Il tient donc simultanément des deux groupes d'aliments, à évolutions différentes, que j'ai signalés.

J'ai dit, à ce sujet, que la concentration que le pain engendre dans l'estomac subit, dans ses parties, deux évolutions antagonistes (voir plus haut). Dans la première phase digestive physiologique qui dure à peu près 95 minutes, la concentration suit une marche franchement décroissante analogue à celle que produirait la matière amylacée pure. Puis sa chute s'atténue et l'on passe dans la phase où domine la dissolution de la matière azotée.

La courbe physiologique de l'évolution des repas de pain est très caractéristique à cet égard. On retrouvera cette courbe, en pointillé,

dans mon mémoire précédent ⁽¹⁾. On y constate que la chute initiale de la concentration est très rapide et qu'à partir de la 90^e minute environ, la courbe se rapproche plus lentement de l'axe des temps, auquel elle tend à devenir parallèle, et n'atteint la zone des gastérines (0,01) que vers la 150^e minute. *Sans la matière azotée du pain, elle atteindrait cette limite bien avant.*

Le pain, comme repas d'épreuve, est très répandu aujourd'hui (repas d'Ewald). Dans le « *Chinisme stomacal* » (1891), nous l'avions adopté, M. Hayem et moi, selon la formule d'Ewald. Depuis que la concentration figure dans mes analyses j'ai ajouté 10^{gr} de sucre à la formule primitive qui devient ainsi : 60^{gr} de pain blanc rassis (un peu sec) ; un quart de litre d'infusion légère de thé ; 10^{gr} de sucre.

L'infusion de thé peut, naturellement, être remplacée par le même volume d'une infusion légère quelconque ou simplement par de l'eau.

La courbe évolutive physiologique mentionnée a été obtenue avec ce repas sucré. Cette courbe serait, dans son ensemble, sensiblement la même sans sucre ; l'addition de sucre n'a qu'un but, c'est, je l'ai déjà dit, de produire une concentration initiale suffisante pour régulariser l'évolution, généralement hésitante, du début. Sans sucre cette courbe serait en effet quelque peu tourmentée pendant les 15 ou 20 premières minutes parce que le repas dure quelques minutes et que l'amylolyse ne se fait pas non plus brusquement.

J'ai longuement développé, dans mon mémoire précédent (ce *Bulletin* 1906), la marche expérimentale de la concentration pour le repas de pain. Je n'y reviens pas. J'ajouterai seulement quelques renseignements pratiques qui découlent des explications présentées dans le mémoire actuel.

Comment, dans la pratique, doit-on se servir de la concentration ?

Si l'on a bien compris l'influence des causes digestives sur les termes du rapport $r = \frac{R}{G + E}$, on ne sera pas embarrassé pour déchiffrer le résultat chimique toutes les fois que la somme (G + E) sera connue.

Ce rapport, on le voit, varie en raison directe de (R) et en raison inverse de G + E.

(R), c'est l'action chimique, c'est l'intensité des transformations qui se sont accomplies dans l'estomac. C'est, plus proprement, la quantité totale des matières dissoutes que l'estomac retient encore au moment du prélèvement.

(G + E), c'est le contenu liquide *actuel* de l'estomac, mélange de

(1) De la concentration du suc gastrique, par J. W. — *Bulletin de la Société Philomatique de Paris*, 1906.

sécrétion et d'eau ingérée. Il faut se rappeler que $(G + E)$ augmente avec la vitesse de sécrétion et diminue avec la vitesse d'évacuation. *Si ces deux vitesses étaient toujours équivalentes, ce contenu serait toujours égal au volume du liquide ingéré et l'estomac ne serait jamais vide.*

Le but final de la digestion gastrique étant l'évacuation de l'estomac et la marche corrélatrice de la concentration (r) vers sa limite (r_0) qu'elle ne saurait atteindre (voir plus haut) qu'avec l'élimination totale du contenu alimentaire, il s'en suit qu'à l'état physiologique la vitesse d'évacuation est *toujours supérieure* à la vitesse de sécrétion et que la quantité $(G + E)$ diminue forcément avec la concentration (r) .

Le rapport expérimental entre (r) et $(G + E)$ est même assez constant pendant toute la phase amylolytique de la digestion physiologique du pain. Ce point spécial sera examiné ailleurs.

Ce renseignement est, en tout cas, excellent ; il permet toujours de fixer le volume théorique correspondant à une concentration donnée.

Il faut se souvenir aussi que, pour le repas de pain, l'amyolyse est sensiblement achevée au bout d'une heure et que la matière dissoute (R) ne subit plus guère, à ce moment, que les faibles accroissements produits par la dissolution peptique du gluten ⁽¹⁾. Il résulte de là qu'à cette période digestive les variations de (r) sont presque uniquement subordonnées à l'influence de l'évacuation et de la dilution sécrétoire.

A ces renseignements, ajoutons encore le témoignage de l'évolution de la matière azotée pour les repas de pain. Ce témoignage, très significatif, éclate à la simple vue du tableau annexé à ce mémoire. Il est assez général pour qu'il ne soit pas nécessaire de faire le dosage de l'azote dans chaque cas particulier.

Ce dosage, assez délicat avec les repas de pain quand la concentration est un peu élevée, compliquerait considérablement l'analyse gastrique s'il fallait l'exécuter chaque fois. On ne le fera que sur demande spéciale.

Avec ces renseignements, conséquences naturelles des détails théoriques et pratiques exposés plus haut, on se rend facilement compte du développement de la digestion quand le contenu total du moment $(G + E)$ est connu.

I). — Prenons quelques exemples et envisageons-les seulement à

(1) De la constance du rapport $\frac{r}{G + E}$ découle en effet, cette relation significative : $R = K (G + E)^2$ qui montre que la matière totale dissoute diminue, à l'état physiologique, *beaucoup* plus vite que le contenu liquide de l'estomac.

titre d'indications, en négligeant les précisions que ce moyen comporte dans certaines circonstances qui seront examinées ailleurs.

Concentration : . . .	0,1045	0,06125	0,0293
Volume du contenu actuel (G + E). .	280 cc	280 cc	280 cc

Ces trois exemples, de sujets différents, se rapportent au même repas de pain sucré. Les prélèvements ont été faits après *une* heure de digestion.

Le volume est le même dans les trois cas, mais les concentrations sont différentes. Ce volume est sensiblement égal à celui du liquide ingéré (pain compris). Il en résulte immédiatement que, dans les trois exemples, la vitesse de sécrétion est restée jusque là sensiblement *équivalente* à la vitesse d'évacuation.

C'est là évidemment une anomalie, le volume évacué dans un temps donné devant *toujours être plus élevé* que le volume sécrété. Mais elle ne signifie pas nécessairement que la vitesse d'évacuation soit aussi, dans les trois cas, inférieure à la vitesse physiologique ; elle signifie seulement qu'elle est insuffisante par rapport à la sécrétion.

L'équivalence des deux fonctions est, en effet, compatible avec des vitesses considérables, faibles, même nulles (1). Voyons les concentrations. La première (0,1045) est élevée par rapport à la période digestive (60 minutes) ; elle nous laisse en pleine phase d'amyolyse, avec un *retard* considérable sur l'évolution normale.

Si l'estomac n'avait pas évacué du tout, il eût fallu un *maximum* d'environ 300 cc de sécrétion pour amener, en une heure, la concentration au point 0,1045. Comme l'estomac a évacué *autant* de liquide qu'il en a sécrété, la sécrétion fournie réellement est bien moindre que 300 cc ; elle est par cela même assez faible et l'évacuation l'est *a fortiori*.

Conclusion : pouvoir amyolytique considérable, fonctions gastriques peu actives avec insuffisance motrice accentuée. L'estomac est dans un état de demi inertie comme s'il était en imminence d'ulcération. Cet état peut, d'ailleurs, se rattacher aussi à un certain état d'adynamie générale. Je n'ai pas à examiner cela ici.

(1) La vitesse physiologique d'évacuation est, chez l'adulte et pour un repas donné, quelque chose de fixe, une base vraie ou conventionnelle, correspondant à un effort déterminé des muscles gastriques. Supposons-la égale à 200 pour notre repas et pendant la première heure. Il est évident que, pathologiquement, elle peut rester 200 tout en devenant égale à la vitesse de sécrétion. Elle serait donc, dans ce cas, physiologique tout en étant trop faible par rapport à la sécrétion. Elle peut de même devenir 300 ou 50 ou 20, c'est-à-dire supérieure ou inférieure à sa valeur physiologique, tout en restant égale à la sécrétion.

La deuxième concentration est 0,06125 : son évolution présente donc des apparences normales.

Si l'estomac n'avait pas évacué du tout, il eût fallu un *maximum* d'environ 598 cc de sécrétion pour obtenir cette concentration. Ce serait une quantité un peu élevée, en général. Comme l'estomac a évacué autant que sécrété, cette quantité n'a sûrement pas été atteinte dans la réalité et dès lors la sécrétion n'apparaît plus exagérée.

Comme, à vitesse égale, l'évacuation est *au-dessous* de sa tâche, on peut dire ici qu'on se trouve en présence d'une simple insuffisance d'évacuation, avec sécrétion régulière. Le cas est banal d'ailleurs, aussi banal que la dilatation courante dont l'exemple reproduit l'une des images chimiques habituelles. L'âge du sujet doit néanmoins inspirer certaines réserves pour l'avenir dans les cas de cette espèce.

La troisième concentration est 0,0295 ; elle nous place en pleine phase peptique, avec une *avance* évolutive considérable.

Si l'estomac n'avait pas évacué du tout et que le pouvoir amylolytique eût été normal, il eût fallu un maximum d'environ 1500 cc de sécrétion à l'heure. Cela est *impossible*. Il a donc fallu que l'évacuation soit *intense* pour compenser une pareille quantité qui, en vérité, ne s'est pas produite, grâce, précisément, à l'activité de l'évacuation. On ne saurait donc dire ici, malgré l'importance du liquide résiduel (280 cc) qu'il y ait insuffisance motrice. Il y a en réalité hypersécrétion et *surmenage* général et intense des fonctions mécaniques de l'estomac.

L'exemple est analogue à celui de la courbe (5) de mon mémoire précédent (1906).

Dans ces cas il se passe habituellement ceci : l'estomac vide rapidement la majeure partie du liquide et des aliments ingérés et l'amylolyse ne peut guère se développer. Il n'y a donc pas insuffisance motrice. Le liquide se régénère ensuite progressivement et de temps à autre s'évacue en masse. Si l'onde évacuatrice peut, à un moment donné, entraîner *tout* le contenu, il y a des chances que le calme stomacal s'établisse ; sinon le phénomène se renouvelle. Il paraît vraisemblable — je dis cela incidemment — que la fonction motrice finit par s'éteindre et alors on tombe dans le cas de la sécrétion continue qui est celui, tout à fait anormal, des chiens à estomac isolé de M. Frémont. Plus tard j'examinerai de plus près ce cas intéressant.

Il résulte de cette courte analyse dont il eût été possible de préciser le détail que nos trois exemples, qui paraissent *identiques* par rapport au volume résiduel, prennent des physionomies *absolument différentes* dès qu'on les examine à la lueur de leurs concentrations respectives. Leurs évolutions se sont manifestées clairement grâce à la concentra-

tion et pour les comprendre, suivant les besoins cliniques, nous n'avons eu que faire de leurs richesses chlorhydriques et peptiques. Et si nous n'avions connu que ces dernières qualités, il nous eût été impossible de rien comprendre aux états réels de ces trois estomacs.

Il est vrai de dire que ces trois exemples sont parmi les plus simples de la pratique courante. Dans beaucoup de cas plus compliqués, ces qualités accessoires rendent service quand on sait les utiliser. Ce n'est pas ici le lieu d'aborder ce sujet.

II). — Voici encore quelques exemples pris au hasard parmi les volumes faibles après une heure :

Numéros d'ordre.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Concentrations .	0,14775	0,1130	0,13075	0,1050	0,0785	0,0430	0,0340	0,02275
Volume total ac- tuel (G + E).	35cc	120cc	110cc	79cc	96cc	141cc	25cc	22cc

Dans ces divers exemples la vitesse d'évacuation est *supérieure* à la vitesse de sécrétion. Mais il ne s'en suit pas nécessairement que dans tous cette action évacuatrice soit supérieure aussi à l'action physiologique.

Les rapports $\frac{r}{G + E}$ sont tous différents du rapport physiologique.

Il existe donc partout une certaine irrégularité dans la concomitance normale des fonctions gastriques correspondantes ; mais ces irrégularités sont de degrés divers. Le numéro (5) par exemple présente un rapport presque normal.

A côté de ces caractères généraux chacun des exemples présente ses caractères particuliers.

Les premier, deuxième et troisième offrent des concentrations élevées qui frisent la lisière de leur limite supérieure. L'amyolyse s'y est développée péniblement ; elle ne demandait qu'à s'accomplir vigoureusement, mais fut gênée dans son action par l'insuffisance de la cause diluante : la sécrétion gastrique. La quantité de sécrétion réellement produite dans chacun de ces trois cas est en effet bien inférieure à 80 cc. C'est là une quantité misérable et l'on ne doit pas s'étonner que l'estomac ne retienne plus, au bout d'une heure, que respectivement 35, 120 et 110 cc. de liquide. Le premier n'a guère évacué que la quantité du liquide ingéré ; on ne saurait donc pas dire que la vitesse d'évacuation y soit exagérée par rapport à la vitesse physiologique ; elle apparaît même à *peu près régulière*. Elle n'est exagérée que par rapport à la sécrétion qui y est à peu près nulle. Tout le défaut de ce cas est donc dans cette défaillance unilatérale de la sécrétion et doit, par cela même, traduire une affection plus locale que générale.

Les deuxième et troisième n'ont même pas évacué des quantités équivalentes au liquide ingéré. Loin d'être exagérée, comme semblent l'indiquer les volumes résiduels respectifs, la vitesse d'évacuation y est faible. La défaillance n'y est donc pas unilatérale; elle y implique à la fois et à des degrés différents la fonction sécrétoire et la fonction motrice, mais non la fonction amylolytique. Dans les cas de cette espèce, il y a beaucoup de chance que la cause du mal siège ailleurs que dans l'estomac dont le voisinage immédiat doit être suspecté. L'exemple (2) a fourni, depuis, la justification de cette présomption.

Je ne veux pas multiplier ces explications. Un seul des autres exemples est à peu près régulier; c'est le numéro (5). Il sera facile, avec ce que je viens de dire, de donner un sens aux autres.

III). — Quand, *après une heure*, le liquide résiduel tend à s'élever *au-dessus* du volume ingéré (1), la vitesse d'évacuation est *inférieure* à la vitesse de sécrétion. Il ne s'agit ici que de digestions d'environ une heure de durée. Aux périodes plus tardives, la vitesse d'évacuation peut reprendre plus au moins le dessus.

Une pareille déchéance de l'évacuation évoque toujours l'idée d'une sténose pylorique plus ou moins accentuée. Mais celle-ci n'est pas nécessairement primitive, car elle peut être la conséquence lointaine du surmenage sécrétoire dont j'ai parlé plus haut.

En somme, une concentration élevée traduit toujours, avec une amyolyse active, une sécrétion relative faible. Une concentration basse, dans les mêmes conditions de temps, indique le contraire. La quantité totale ($G + E$) du contenu actuel permet, selon l'esprit de la relation générale $\frac{R}{G + E} = r$, d'établir des degrés parmi ces données de la concentration et d'apprécier l'état infiniment varié du rapport de l'évacuation à la sécrétion.

Il est évident, d'ailleurs, que la notion de temps est ici fort importante, car l'évolution ne se conçoit que dans le temps et ce qui se présente élevé à une phase donnée, apparaîtrait faible à un autre moment de la digestion.

IV). — Quand la quantité ($G + E$) n'est pas connue, la concentration conserve le même sens général que je viens d'indiquer. Mais on ne saurait alors formuler que des présomptions sur l'état *relatif* de la sécrétion et de l'évacuation.

Ces présomptions devront s'appuyer sur certains éléments de l'ana-

(1) Cette remarque souligne l'importance qu'il y a à connaître le volume du liquide ingéré.

lyse chimique et sur la quantité de liquide prélevée que l'on devra toujours noter en indiquant si le volume prélevé représente une portion seulement du contenu total, ou son volume approximatif.

Si l'on pouvait, dans la somme ($G + E$), déterminer la valeur relative de G (sécrétion), ces présomptions deviendraient presque des certitudes.

On a déjà tenté cette détermination ; mais les méthodes employées sont suspectes. D'ailleurs la connaissance, même exacte, de (G), *sans celle de la concentration*, ne pouvait avoir qu'un intérêt relatif.

Tout ce qui précède permet de s'en rendre compte et ce que j'aurai à en dire plus tard la démontrera mieux encore.

Il est possible de fixer la valeur de (G) sans avoir recours à des éléments étrangers aux liquides examinés. Il en existe même plusieurs moyens. Mais les uns, très simples, comme l'eau distillée dont j'ai parlé plus haut, ne peuvent pas s'adapter aux repas d'épreuve et ne sont, par cela même, que des moyens occasionnels (voir plus bas). Les autres, plus compliqués, ne seront étudiés que dans d'autres chapitres.

Remarque. Je me suis servi du rapport de la vitesse de sécrétion à la vitesse d'évacuation pour classer mes exemples. Ce classement dont la base n'a rien d'artificiel, pourrait fort bien être adopté pour grouper les états chimiques. On n'y a jamais pensé parce qu'on n'a jamais envisagé les concentrations gastriques qui nous éloignent singulièrement des points de vue du passé.

Liquides à jeun. — Liquides résiduels.

Il résulte suffisamment de ce qui précède que la durée du séjour des aliments dans l'estomac dépend de deux conditions fondamentales : *la nature de l'aliment ingéré et le rapport de la vitesse d'évacuation à la vitesse de sécrétion.*

En pathologie gastrique, l'importance de la *seconde* de ces conditions dépasse de beaucoup celle de la première.

Sans m'arrêter ici à l'examen de la durée réelle d'une digestion, je ferai seulement remarquer qu'il est parfaitement établi que, d'une manière générale, cette durée, chez l'homme, ne dépasse pas un maximum de 5 à 6 heures.

On a vu ailleurs (voir mon Mémoire de 1906) que le repas d'épreuve de pain sucré, par exemple, ne séjourne, normalement, que 2 heures $1/2$ dans l'estomac, avec cette restriction que dans la dernière heure on n'en trouve plus qu'une infime fraction.

Avec de la matière amylacée pure, l'évacuation serait plus rapide, et, avec une même quantité de matière azotée, elle serait plus tardive.

Donc si 10, 12 ou 14 heures, par exemple, après le dernier repas, on retrouve du liquide dans l'estomac, ce fait constitue certainement une anomalie sérieuse.

En clinique on s'est déjà beaucoup occupé de ces liquides tardifs, notamment M. Hayem qui a en quelque sorte systématisé l'exploration gastrique à jeun. Mais une certaine confusion règne dans la science sur la valeur pronostique de ces liquides.

La concentration permet de les classer en deux groupes bien distincts que je vais indiquer en quelques lignes, sans toucher ici à l'énigme de leurs valeurs pathognomoniques respectives et de leurs causes.

Cette valeur et ces causes, bien que du domaine de la pathologie, peuvent néanmoins être induites par les données chimico-physiques, mais ne seront discutées utilement qu'avec l'appoint d'autres éléments que la concentration.

* * *

1). — Un estomac dont le contenu a atteint la dilution de la zone des gastérines doit être vide. Ce n'est plus là seulement une supposition tirée de l'expérience (voir ce *Bulletin* 1906) ; c'est une vérité que l'analyse théorique des phénomènes digestifs vient de nous démontrer très clairement : *Pour que la concentration d'un liquide alimentaire puisse devenir égale à sa limite (r_0), il faut que l'estomac ait évacué la totalité de son contenu alimentaire ; et quand il a accompli cette élimination, la digestion étant achevée, il doit rester vide.*

Le plus souvent l'estomac est déjà vide avant que l'on ait : $r = r_0$.

Si donc on y rencontre un liquide de concentration (r_0), ce ne peut être que de la sécrétion pure qui s'est reproduite après la fin de la digestion alimentaire. Ce liquide est réellement un *liquide à jeun* ; c'est la seule dénomination qui lui convienne.

Les liquides de cette espèce forment un premier groupe très naturel.

On ne saurait pas dire des estomacs qui les fournissent qu'ils n'évacuent pas. On peut en dire seulement qu'après la digestion alimentaire le rapport des vitesses fonctionnelles s'y renverse et que la sécrétion se poursuit, contre toute logique, sous l'influence d'une cause insolite.

C'est cette continuité, à un degré quelconque, de la sécrétion qui constitue le caractère dominant de ce groupe.

L'évacuation peut n'être pas atteinte ou peut l'être. Si elle est touchée, ce ne peut être que légèrement puisqu'elle remplit sa mission d'évacuer les aliments.

L'onde évacuatrice peut devenir rare, s'annuler même, par la seule raison, parfaitement physiologique, que les aliments ont quitté l'estomac. Cela s'expliquera plus tard.

Mais elle peut s'affaiblir aussi par suite d'un surmenage prolongé, supérieur aux ressources dynamiques du sujet. Cela aussi est possible. Dans ce dernier cas la présence du liquide à jeun pourrait bien n'être que le stade préparatoire d'une insuffisance motrice à venir et une relation de cause à effet peut exister entre la continuité sécrétoire et l'affaiblissement de l'onde motrice.

Quoi qu'il en soit, la gravité des états cliniques qui se rapportent à ce groupe est entièrement proportionnée à celle de la cause qui entretient la sécrétion. L'évacuation n'est pas en jeu ou ne l'est encore que faiblement.

Il n'est pas, actuellement, possible d'affirmer si dans un cas donné l'évacuation est oui ou non en cause. Il faudra, pour cela, étudier de très près l'état, dans le temps, du rapport des vitesses d'évacuation et de sécrétion.

Dans la pratique on trouve fréquemment des liquides de ce groupe. Ils contiennent habituellement en suspension quelques flocons solides qui n'ont rien d'alimentaire et qui sont formés de paquets de mucosités et de cellules épithéliales.

Leurs concentrations sont généralement parmi les plus élevées de (r_0) (0,009 ; 0,010 ; 0,011).

Les concentrations faibles (0,006 ; 0,007 ; 0,008) sont rares.

Leurs volumes sont le plus souvent petits (10 à 30 cc). Tout Cela indique que dans la plupart des exemples courants, l'onde évacuatrice est *seulement en retard* sur la sécrétion, au moment du puisement, et non pas nulle.

..

II. — Le deuxième groupe de liquides que la concentration révèle parmi ceux que l'on trouve longtemps après le dernier repas, est constitué par ceux *dont la concentration n'a pas encore atteint sa valeur limite* (r_0). De ceux-là on peut dire immédiatement que ce sont des liquides de digestion et que l'estomac qui les fournit *n'a jamais encore, depuis le dernier repas, évacué entièrement son contenu*.

Ce ne sont pas des liquides à jeun, mais des *liquides résiduels*. C'est la seule expression qui leur convienne ; elle est d'ailleurs consacrée par l'usage, mais ne leur a pas été appliquée spécialement jusqu'ici.

La présence de ces liquides résiduels dans un estomac constitue toujours un fait d'autant plus sérieux que la durée digestive a été plus

longue et que, pour une durée déterminée, la concentration et le volume sont plus élevés.

C'est ici la déchéance motrice qui domine la scène, le plus souvent sous la forme d'une affection pylorique. C'est à cette déchéance que ces liquides doivent leur importance qui est déjà bien connue mais sans la distinction que la concentration établit entre les deux groupes mentionnés dans ce paragraphe.

Remarques. — I. La concentration 0.012 est assez rare dans les sécrétions pures. Comme elle forme la limite supérieure de la zone des gastérines et la limite inférieure des liquides alimentaires, elle doit être considérée comme suspecte quand on la rencontre dans un liquide à jeun.

II. Toutes ces considérations comportent l'application du rapport de la vitesse d'évacuation à la vitesse de sécrétion. Je crois qu'à cet égard l'emploi de l'eau distillée, pour explorer les estomacs à jeun, rendrait de réels services si cet emploi était fait d'une façon méthodique.

L'eau distillée est évacuée très facilement à l'état physiologique. Son séjour dans l'estomac est court. En introduisant de l'eau dans un estomac vide ou vidé artificiellement, ou se donnerait le double avantage de connaître, après un temps déterminé, le volume résiduel ($G + E$) et la proportion relative de (G) qu'il contient (voir au commencement de ce mémoire). On se procurerait de la sorte une valeur relative assez précise du rapport des vitesses en question.

Cette utilisation de l'eau distillée ne serait malheureusement possible que chez les sujets qui supportent bien le tube. Mais ce défaut étant commun à toutes les méthodes d'exploration par la sonde, l'emploi de l'eau distillée ne présenterait pas plus d'exception que les autres méthodes.

Digestibilité.

On s'est habitué à considérer comme synonyme de *digestibilité* d'un aliment, la *solubilité* de cet aliment dans un échantillon de suc gastrique, agissant en tube à l'étuve.

Tout ce que je viens de dire dans ce mémoire condamne cette manière de voir.

La solubilité ainsi constatée est tout au plus, dans les conditions les plus favorables, un vague reflet de la *seule action chimique* que la sécrétion stomacale serait éventuellement capable d'exercer sur l'aliment examiné.

Introduit non dans un tube, mais dans un estomac, cet aliment eût pour sa digestion, sollicité, en plus de l'action chimique, le concours de deux autres grandes fonctions qui n'ont rien de chimique, dont nous ne savons pas, en dehors de l'organisme, reproduire l'image et qui, *in organo*, forment le contre-poids de l'action chimique et en règlent le développement.

Peptonisation in vitro n'est donc pas synonyme de digestion, pas plus que solubilité dans le tube à essai n'est synonyme de digestibilité.

Le contrôle réel de la digestibilité ne comporte actuellement qu'un seul moyen : la digestion gastrique elle-même.

Ce qui se *dissout* bien en tube peut se *digérer* très mal dans l'estomac tout en s'y dissolvant.

On doit admettre que tous les sujets *physiologiques* d'une même espèce animale présentent les mêmes aptitudes digestives. Mais dans le domaine de la pathologie gastrique, quand les conditions fonctionnelles se modifient, ces aptitudes se modifient également ; et ces modifications n'affectent pas seulement l'activité chimique mais *aussi et surtout* l'activité mécanique.

Dès lors, la notion de digestibilité d'un aliment, transplantée d'un sujet physiologique à un malade, n'a plus aucun sens, même si elle est correctement définie ; *a fortiori* n'en a-t-elle pas quand cette définition ne repose que sur l'épreuve purement chimique du tube à essai.

La prétendue synonymie en cause n'est donc, en somme, qu'une *bluff* scientifique.

Régimes alimentaires.

Cette singulière perversion de la notion de digestibilité par une fausse conception de l'acte digestif de l'estomac, m'amène assez naturellement à parler de la question des régimes alimentaires.

Je n'ai nullement l'intention d'approfondir ce vaste sujet. Je désire seulement formuler quelques principes que les développements, les discussions et les exemples de ce mémoire nous ont déjà fait connaître et qu'il me suffira, par conséquent, de rappeler en quelques lignes. Mon objectif ne dépasse pas et ne saurait dépasser le cadre des faits révélés par la concentration.

Jusqu'ici l'observation, et plus souvent encore l'arbitraire, ont seuls guidé le choix des aliments en cette grave matière des régimes des dyspeptiques d'abord et des régimes généraux ensuite.

En ce qui concerne les régimes généraux on manifeste de plus en plus la tendance à ramener toute la question à un calcul préalable

de calories. S'il s'agit de sujets physiologiques, parfaitement organisés, cette manière très scientifique de procéder est acceptable, parce que l'on connaît les aptitudes nutritives générales de l'homme.

Mais quand il s'agit de malades, et plus particulièrement de dyspeptiques, les aptitudes *individuelles* entrent en ligne de compte.

A notre époque de vie intense, les organismes parfaitement harmoniques sont l'exception et dès lors, l'individualisme domine. Et s'il domine d'une manière générale, il domine *a fortiori*, par rapport aux états gastro-intestinaux.

Les aliments n'ont-ils pas tous l'estomac comme porte d'entrée dans l'économie ? Le résultat que l'on attend d'un régime n'est-il pas avant tout subordonné aux dispositions de cet organe ? Ces dispositions ne sont-elles pas très souvent l'image des dispositions morbides plus générales que l'on veut atteindre par le régime ?

Toutes ces questions se tiennent ; mais celles que l'on peut toucher directement par cette étude sur la concentration des liquides gastriques, sont en petit nombre, très spéciales et très importantes. Ce n'est qu'elles que je vise ici.

En permettant de formuler quelques conditions fondamentales de l'adaptation alimentaire aux aptitudes fonctionnelles variées des estomacs mal équilibrés, cette étude sur la concentration jette une parcelle de logique dans le choix des régimes.

Pour s'en convaincre, il suffit de rappeler l'évolution générale des groupes alimentaires envisagés plus haut.

1). — Tous les aliments (amylacés, sucrés, salins, etc...) dont la dissolution n'est pas, dans l'estomac, tributaire de la fonction chimique propre de cet organe, n'y sollicitent que le concours de son action mécanique. Son énergie chimique reste disponible. — Dans l'action mécanique il faut comprendre la sécrétion.

Beaucoup d'actions médicamenteuses (salines, purgatives, etc...) se rattachent à ce groupe.

Les divers aliments qui y figurent sollicitent cette action mécanique à des degrés variés et individuels ; les uns agissent davantage sur la motricité (notamment les substances salines non attaquables par le suc gastrique), les autres sur la sécrétion (les concentrations élevées). *Tous sont très faciles à évacuer et ne séjournent que peu dans l'estomac.*

Il en résulte que là où l'on voudra hâter l'évacuation gastrique et, par cela même, soulager le travail sécrétoire, on fera appel à ce groupe.

2). — Tous les aliments azotés (viande, œufs, lait, etc. . .) et autres

dont la dissolution dans l'estomac n'est possible qu'à la faveur de la sécrétion gastrique elle-même, sollicitent à la fois son action chimique et son action mécanique.

Mais par cela même que leur transformation est corrélative à la sécrétion, ces aliments *tendent à prolonger leur séjour dans l'estomac*.

Donc là où il s'agira de retenir l'aliment dans l'estomac, d'amplifier le cycle digestif et de solliciter une sécrétion et une action chimique languissantes, on s'adressera aux aliments de ce groupe.

On peut dire des constituants de ce groupe comme de ceux de l'autre que leurs sollicitations respectives sont des plus variées. Je ne puis ici m'attarder aux détails.

L'expérience justifie ce groupement ; on peut s'en assurer rien que par l'évolution digestive du pain qui tient des deux groupes à la fois.

Ces données générales, très simples dans leur conception et très précises, sont, en raison du cadre même où elles s'appliquent, à la base de la hiérarchie des régimes. Ceux-ci peuvent ensuite se subdiviser en une innumérable variété d'adaptations de plus en plus spéciales.

Comme ces données correspondent à deux groupes d'aliments diamétralement opposés par leurs effets, elles répondent à une sélection alimentaire profonde que ne requiert pas la pratique. Elle serait même nuisible ; car dans la nature où tout se compense un choix trop unilatéral de l'aliment en vue d'une action stomacale déterminée, pourrait engendrer ailleurs, dans l'intestin par exemple, une réaction défavorable de même degré.

Il suffit, en général, d'établir une combinaison alimentaire orientée plus ou moins vers l'effet cherché le plus immédiat.

On peut en dire autant de la durée d'un même régime : elle doit toujours être limitée. Car si ce régime produit un effet déterminé, cet effet, à la longue, dépassera les limites prévues.

Comme, dans cette question des régimes, on tend de plus en plus vers les conceptions rationnelles, il serait nécessaire, pour être tout à fait logique, de ne jamais établir une alimentation chez un malade sans se renseigner au préalable sur les aptitudes de la porte d'entrée : l'estomac.

Un dernier mot sur cette question ; il s'agit du lait.

Parmi les aliments du second groupe, le lait et ses dérivés possèdent au plus haut degré le pouvoir d'activer les phénomènes chimico-sécrétoires de l'estomac. Ils y séjournent par cela même fort longtemps. Ces effets reflètent ainsi ceux que ces aliments exercent sur l'organisme tout entier.

Restons dans les parages de l'estomac. On les y utilise à tout propos,

sans se préoccuper de l'adaptation, sans en connaître les inconvénients. Leurs effets y sont souvent salutaires, mais souvent aussi nuisibles et d'autant plus qu'on en maintient habituellement l'usage fort longtemps.

Les considérations qui précèdent sont de nature à mettre en garde contre cette pratique. L'une des conséquences fréquentes en est l'affaiblissement progressif de l'énergie évacuatrice. Je n'exagère nullement en disant que bien des affections pyloriques graves ont leur source dans l'usage trop prolongé des régimes lactés, par exemple.

* * *

On voit, en somme, que la concentration, *émanation directe des fonctions digestives*, ouvre aux investigations des horizons nouveaux, étendus et imprévus que l'étude exclusive de la sécrétion est incapable de découvrir.

SUR LE PRÉTENDU APPAREIL VENIMEUX

de la Murène Hélène

Par **H. COUTIÈRE**

Les Murénidæ sont les premiers Poissons chez lesquels on ait constaté la toxicité du sérum sanguin. Cette toxicité est considérable, puisque le sérum d'Anguille tue le chien à la dose de 3 centigr. par kilogr. d'animal, ce qui représente à peine 2 milligr. de substance sèche. Étudiée surtout par les frères Mosso, cette propriété a été le point de départ de nombreuses recherches sur le pouvoir toxique du sang d'autres Poissons, des Batraciens et des Reptiles, ou à un point de vue plus général, sur le mécanisme de l'immunisation. J'ai donné dans un travail antérieur l'exposé de ces travaux ⁽¹⁾.

Or, il a été décrit chez une espèce au moins de ces Poissons, la Murène Hélène, relativement commune dans la Méditerranée, un appareil à venin. Contrairement à ce que l'on connaît sur la position des appareils venimeux chez les Poissons, celui-ci serait situé sur la voûte palatine, et l'inoculation s'effectuerait par des dents spéciales, comme chez les Reptiles.

La Murène Hélène paraît avoir toujours eu la réputation d'un animal redoutable. Elle le doit certainement à sa ressemblance extérieure avec les Serpents, à son humeur agressive qui la fait se lever, faire tête au lieu de fuir, et mordre avec fureur. Sa dentition de Poisson carnassier explique d'autre part l'importance des blessures qu'elle peut faire. J'ai pu me rendre compte, personnellement, à Djibouti, de la frayeur qu'inspirent aux pêcheurs indigènes les Murènes de diverses espèces, très abondantes dans les récifs de la mer Rouge.

La notion de l'existence d'un appareil venimeux est due à Bottard⁽²⁾, qui l'a décrit en 1889, et qui a rapporté en même temps l'observation

(1) H. Coutière, Poissons venimeux et Poissons vénéneux, Thèse Agrég. Paris, Carré et Naud, 1899.

(2) Bottard, les Poissons venimeux, Thèse, Paris, 1889, p. 153.

d'un accident dû à la morsure du Poisson. Il y aurait eu hémorragie abondante et syncope prolongée, chez un soldat mordu à la main par une Murène, alors qu'il cherchait à la retirer d'une nasse. Relatée d'après un journal local, l'observation n'est guère précise ni concluante, les symptômes observés sont banals et peuvent être observés en dehors de toute envenimation. Cette observation paraît unique dans la littérature médicale.

L'appareil venimeux est décrit par Bottard comme une poche glandulaire occupant la muqueuse palatine. Elle s'étend sur toute la région antérieure de celle-ci, répondant à la portion rétrécie du museau, et peut

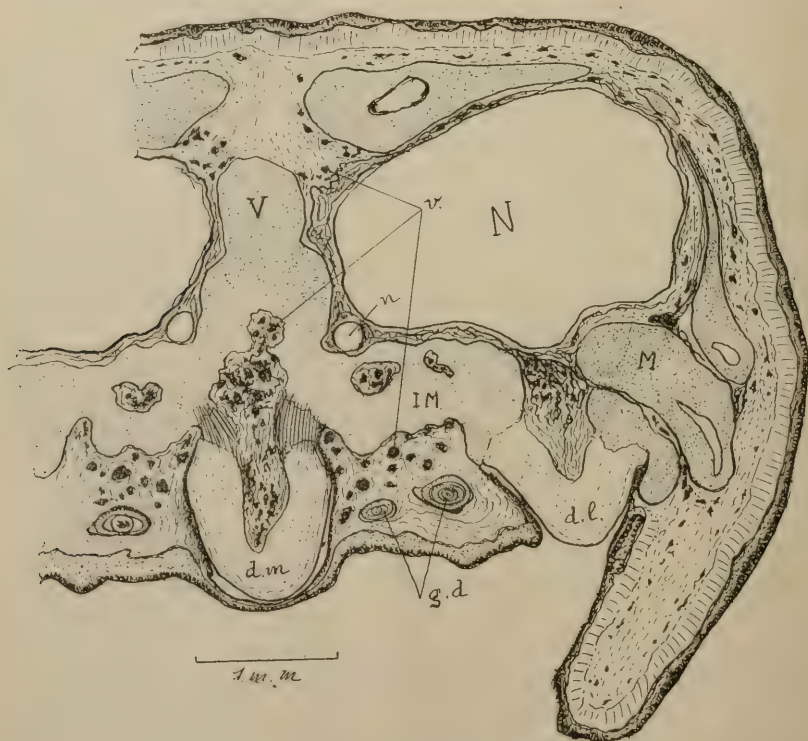


FIG. 1. — Coupe frontale du museau, spécimen de petite taille. Les dents médiane (*d.m.*) et latérale (*d.l.*) sont coupées très obliquement ; la base de la première est encore dans sa gaine cutanée. En *g.d.*, germes de dents de remplacement situées dans le derme épais et très irrigué. *v.*, vaisseaux, *V*, *LM*, *M*, pièces de la voûte palatine ossense, *N*, contour de la cavité des narines, *n.*, nerfs.

contenir $1\frac{1}{2}$ c. cube de venin. Elle est divisée en cœcums irréguliers, et la présence de cet organe explique que les anciens auteurs, tels que

Belon, aient dit de la Murène Hélène qu'elle a le palais « charnu ».

L'appareil d'inoculation consisterait dans les 3-4-5 crochets mobiles occupant la ligne médiane. Comme ces dents sont pleines, le venin s'écoulerait autour d'elles au moment de la morsure ; la glande communiquerait ainsi librement avec l'extérieur par la série des fentes annulaires situées entre les dents et la muqueuse palatine, qui les engaine partiellement.

J'ai repris l'étude de cet appareil singulier par une méthode plus rigoureuse. Après décalcification, j'ai pratiqué des coupes en série intéressant soit la muqueuse, soit le museau entier. Les Murènes dont j'ai disposé me furent envoyées vivantes du laboratoire de Banyuls, elles arrivèrent mortes et les têtes furent simplement conservées dans l'alcool. Elles ont cependant donné des préparations très démonstratives, et qui ne laissent guère de doute sur la nature réelle du prétendu appareil venimeux.

Je rappelle que chez les Murenidae, les intermaxillaires très réduits et le vomer sont soudés pour former en avant la voûte palatine, et que les maxillaires forment les bords de la mâchoire supérieure. Ils portent, de même que le vomer, des dents en crochet, coniques, longues et acérées. Celles du vomer, au moins les 2-3-4 antérieures, sont particulièrement mobiles, et peuvent se rabattre en arrière presque horizontalement. Mais la présence de semblables dents est classique chez les Poissons carnassiers, elle caractérise des familles entières (Gadidae, Lophiidae, Esocidae) avec des dispositifs variables de redressement des dents. Chez la Murène Hélène, il s'agit de fibres élastiques, très visibles sur une coupe longitudinale, reliant la dentine au squelette. La seule différence entre les dents médianes et les dents latérales réside dans la longueur de ces fibres unitives. Autour des unes et des autres, l'épiderme très épais se réfléchit pareillement, devenant plus mince et se raccordant finalement à l'émail, à la base de la dent. La gaine ainsi constituée ne montre jamais aucune solution de continuité sur son pourtour, et l'on peut déjà affirmer de façon formelle qu'il n'existe aucun appareil d'inoculation.

Une sécrétion toxique peut d'ailleurs être indépendante de tout appareil de ce genre. Tels sont les venins de la peau des Batraciens, les salives toxiques des Couleuvres non venimeuses. Mais, chez la Murène Hélène, il n'existe pas non plus de glandes auxquelles on puisse attribuer une semblable sécrétion.

La région où les dents vomériennes et les dents latérales sont implantées est très étroite ; la muqueuse palatine possède une grande épaisseur, grâce au développement du tissu conjonctif sous-épidermi-

que. Sur les coupes, ce tissu se montre interrompu par un grand nombre d'espaces circulaires ou ovales, qui, suivis sur la série des coupes, montrent qu'il s'agit d'un réseau anastomotique de cavités ramifiées. La paroi de ces cavités est faite de tissu conjonctif plus dense, arrangé en lamelles concentriques. Sur les spécimens que j'ai examinés, l'ensemble est resté rempli, comme par une masse à inject-

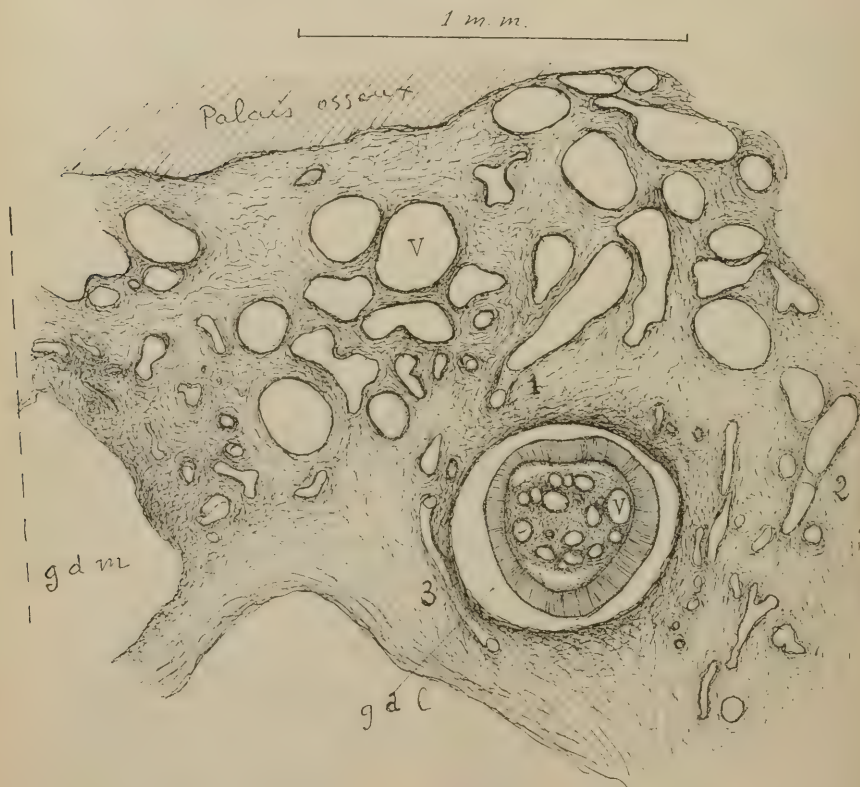


FIG. 2. — Portion d'une coupe analogue à la précédente (spécimen très adulte). Le plan médian est indiqué en traits à gauche de la figure. *g d m*, *g d l*, sont les germes très avancés de dents médianes et latérales. Les sinus veineux *V* sont supposés vides. Quelques uns sont coupés en long (1,2) ou sont contenus dans l'épaisseur de la coupe (3).

tion, d'éléments cellulaires nucléés qui ne sont autres que des globules sanguins. Ils sont très déformés par suite de la fixation défectueuse qu'ils ont subie, mais quelques-uns présentent encore leur forme elliptique. Le pigment hémoglobique n'est plus représenté que par

quelques granulations jaunâtres, mais le noyau est resté parfaitement colorable.

Il s'agit donc d'un réseau de sinus veineux resté injecté par le sang. Les vaisseaux que l'on rencontre dans les diverses régions des coupes ont d'ailleurs le même aspect. On en rencontre, semblablement injectés, dans le derme de toute la peau, dans les ligaments articulaires rejoignant les os de la face, enfin, et en très grande abondance, dans la pulpe dentaire elle-même.

Les gros troncs de ce sinus sont séparés par des intervalles très minces de tissu conjonctif et l'ensemble peut contenir une quantité de sang assez notable. Bottard, qui avait sans doute trouvé vide cet ensemble de



FIG. 3. — Fragment de la paroi de deux sinus contigus, avec quelques hématies prises parmi les moins déformées.

cavités, a pu évaluer leur capacité à $1/2$ cc, mais il est difficile d'expliquer comment il a pu leur attribuer d'une part une signification glandulaire, d'autre part une communication avec la gaine cutanée des dents.

L'importance de cette nappe sanguine est sans doute liée à la présence des dents de remplacement, dont la série des coupes montre de nombreux germes, soit sur la ligne médiane, soit surtout entre les dents médianes et latérales. Je n'ai pas eu l'occasion de vérifier s'il en était ainsi chez d'autres espèces.

Bottard a cru pouvoir attribuer au venin de la Murène Hélène un pouvoir digestif intense, se basant sur ce que la muqueuse buccale était dissoute, les os mis à nu et les dents caduques, sur des spécimens morts depuis quelques jours. Je crois que l'on peut s'expliquer ce détail par une régurgitation accidentelle du suc gastrique, dont

l'activité très grande est bien connue chez les Poissons. Je le suppose d'autant plus que sur les six spécimens que j'ai examinés, je n'ai rien observé de semblable. Ils étaient morts lorsque je les ai reçus et sont restés un temps variant de 24 à 72 heures avant d'être mis en alcool.

En résumé, l'examen de la muqueuse palatine suffit à prouver qu'il n'existe, chez la Murène Hélène, ni glande à sécrétion toxique, ni appareil d'inoculation. Ce qui a été décrit comme tel est un ensemble de sinus veineux anastomosés, dont le volume est sans doute en rapport avec la régénération active des dents de remplacement dans cette région. Je n'ai pas eu l'occasion de compléter l'étude de cette région dans ses rapports avec le reste de l'appareil circulatoire, faute de matériel vivant. Il serait intéressant aussi d'établir, par l'expérimentation physiologique, l'absence d'un appareil à venin, en se mettant toutefois en garde contre la toxicité très grande du sérum sanguin de l'animal, cause d'erreur possible dans la préparation des liquides de macération de la muqueuse.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES DU TOME IX (1907)

	Pages.
Appareil venimeux prétendu de la Murène Hélène. — H. Coutière.	229
Acanthoptérygien éocène nouveau. — J. Pellegrin.	171
Arithmétique (Magie). — G. Tarry.	182
Calendrier perpétuel mental. — G. Tarry.	50
Causes générales de l'évolution de la concentration des liquides gastriques.	
— J. Winter.	129, 207
Collection de Poissons de Ngomo (Ogôoué). — J. Pellegrin.	17
Cotes pour la recherche des facteurs premiers. — G. Tarry.	56
Comptes de 1906 (Rapport). — G. Tarry.	48
Concentration des liquides gastriques (Evolution) — J. Winter.	129
Comptes-rendus des séances (Extraits).	8, 45, 61, 101, 181, 201
Dessiccation des gaz par le sodium divisé. — C. Matignon.	204
Chantée (Photographie des vibrations de la voix). — M. Marage.	11
Embryons monstrueux (Poules primipares). — J. Tur.	78
Emploi du sodium divisé (Dessiccation des gaz). — C. Matignon.	204
Eocène (Poisson Acanthoptérygien nouveau). — J. Pellegrin.	171
Eratosthène (Méthode d'). — J. Deschamps.	102
Evolution de la concentration des liquides gastriques. — J. Winter.	129, 207
Extraits des comptes-rendus des séances.	8, 45, 61, 101, 181, 201
Facteurs premiers d'un nombre (Cotes pour la recherche). — G. Tarry.	56
Gastriques (Concentration des liquides). — J. Winter.	129, 207
Gaz (Dessiccation par le sodium divisé). — C. Matignon.	204
Interpolation (Observation sur l'). — C. A. Laisant.	68
Liquides gastriques (Concentration). — J. Winter.	129, 207
Liste des membres de la Société.	3
Mental (Calendrier perpétuel). — G. Tarry.	50
Magie arithmétique dévoilée. — G. Tarry.	182
Méthode d'Eratosthène. — J. Deschamps.	102
Monstres (embryons) provenant de Poules primipares. — J. Tur.	78
Murène Hélène (Prétendu appareil venimeux). — H. Coutière.	229
Ngomo (Ogôoué) Poissons recueillis par M. E. Haug — J. Pellegrin.	17
Nombre (Recherche des facteurs premiers d'un). — G. Tarry.	56
Nombres (Théorie des). — E. Lebon.	70
Observation sur l'interpolation. — C. A. Laisant.	66
Phonation (Travail développé pendant la). — M. Marage.	198
Photographie rapide des principales vibrations de la voix parlée et chantée.	
— M. Marage.	11
<i>Parapygæus polyacanthus</i> n. gén., n. sp. — J. Pellegrin.	171
Poissons recueillis par M. E. Haug à Ngomo. — J. Pellegrin.	17
Plis cachetés anciens (Reproduction).	63
Parlée (Photographie des vibrations de la voix). — M. Marage.	11
Poules primipares (Embryons monstrueux). — J. Tur.	78
Prétendu appareil venimeux de la Murène Hélène. — H. Coutière.	229

	Pages.
Perpétuel (Calendrier mental). — G. Tarry.	50
Rapport sur les comptes de 1906. — G. Tarry.	48
Sodium divisé (Dessiccation des gaz par le). — C. Matignon.	204
Reproduction d'anciens plis cachetés.	63
Théorie des nombres (Pour la). — E. Lebon.	70
Travail développé pendant la phonation. — M. Marage.	196
Tablettes des cotes pour la recherche des facteurs premiers d'un nombre. — G. Tarry.	56
Venin prétendu de la Murène Hélène. — H. Coutière.	229
Vibrations de la voix (Photographie rapide). — M. Marage.	11

TABLE DES AUTEURS

	Pages
Coutière (H.). — Sur le prétendu appareil venimeux de la Murène Hélène.	229
Deschamps (J.). — Sur la méthode d'Ératosthène.	102
Laisant (C.-A.). — Observation sur l'interpolation.	68
Lebon (E.). — Pour la théorie des nombres.	70
Marage (M.). — Photographie rapide des principales vibrations de la voix parlée et chantée.	11
— Travail développé pendant la phonation.	196
Matignon (C.). — Sur la dessiccation des gaz et l'emploi du sodium divisé.	204
Pellegrin (J.). — Sur une collection de Poissons recueillie par M. E. Haug, à Ngomo (Ogôoué)	17
— Sur un Poisson acanthoptérygien éocène, <i>Parapygæus</i> <i>polyacantus</i> n. gen., n. sp.	171
Tarry (G.). — Un calendrier perpétuel mental	50
— Tablettes des cotes pour la recherche des facteurs premiers d'un nombre	56
— La magie arithmétique dévoilée	182
Tur (J.). — Sur une série d'embryons monstrueux provenant de Poules primipares.	78
Winter (J.). — Causes générales de l'évolution de la concentration des liquides gastriques.	207

BULLETIN
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE
DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME X

1908

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE
—
1908

Membres du Conseil

pour les années 1906, 1907 et 1908

MM.

ANDRÉ, 70 *bis*, rue Bonaparte.

DONGIER, 87 *bis*, Grande-Rue, Bourg-la-Reine.

GRÉVY, 62, Rue Sainte-Placide.

HENNEGUY, 9, rue Thénard.

LAISANT, 162, avenue Victor-Hugo.

LÉVY (Lucien), 12, rue du Regard.

VAILLANT, 2, rue de Buffon.

VINCENT, 207, rue de Vaugirard.

Membres du Bureau

pour 1908.

Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Vice-Président : M. R. PERRIN, rue de Grenelle.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des Séances : M. LEBON, 4 *bis*, rue des Écoles.

Secrétaire du Bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du Bulletin : M. NEUVILLE.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

ABRÉVIATIONS

126 61708. Aug 08

M. I.	Membre de l'Institut.
P. F. S.	Professeur à la Faculté des Sciences.
P. M.	» au Muséum.
P. C. F.	» au collège de France.
P. E. N.	» à l'École normale supérieure.
P. E. P.	» à l'École Polytechnique.
E. E. P.	Examineur id.
P. H.	Professeur honoraire.
P. P. C.	» à l'École des Ponts et Chaussées.
M. A. M.	Membre de l'Académie de Médecine.
P. E. Ph.	Professeur à l'École de Pharmacie.
P. C.	» au Conservatoire des Arts et Métiers.
I. G. A.	Inspecteur Général de l'Agriculture.
I. G. M.	Inspecteur Général des Mines.
A. M.	Assistant au Muséum.
P. A. F. M.	Professeur agrégé à la Faculté de Médecine.
P. J. A.	Professeur à l'Institut agronomique.
I. P. C.	Ingénieur des Ponts et Chaussées.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 25 janvier 1908

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

Il est désigné deux membres chargés des notices biographiques concernant Berthelot et Ponsot. Ce sont, respectivement, MM. Matignon et Dongier.

Il est décidé également que le banquet annuel aura lieu le 24 février ou, à défaut, le 9 mars.

M. le Président donne ensuite la parole à M. Mayer, qui entretient la Société des progrès de l'ultramicroscope et de ses applications.

M. Dongier présente quelques observations personnelles concernant les faits exposés par M. Mayer. MM. Dongier et Victor Henri échangent ensuite quelques remarques sur la même question.

Séance du 9 février 1908

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

M. Perrin accepte de rédiger la notice biographique concernant Laus-sedat.

M. Deschamps fait une communication relative à ses recherches sur la construction de tables graphiques des multiples des nombres. Il signale une propriété remarquable de ces tables, dont il présente un modèle donnant les multiples jusqu'à 40.000.

Séance du 22 février 1908

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

M. Tarry lit le rapport sur les comptes de 1907, qui est adopté sans observations.

M. Guieysse fait une communication sur le développement des cellules géantes au contact de corps étrangers (moelle de sureau). MM. Gravier, Lécaillon, Rabaud, présentent diverses observations à ce propos.

M. Marage expose que sa communication à l'Académie des Sciences sur l'augmentation de l'énergie de la voix, ayant attiré l'attention des directeurs d'Ecoles, les a incités à entreprendre des expériences sur leurs élèves. M. Marage fait connaître les résultats heureux, déjà acquis, de ces expériences.

RECHERCHE RAPIDE

DES FACTEURS PREMIERS DES NOMBRES

A L'AIDE DE DEUX TABLES DE RESTES ⁽¹⁾

Par Ernest LEBON

1. — Soient B le produit de nombres premiers $\alpha, \beta, \dots, \lambda$, consécutifs ou non ; P le produit $(\alpha - 1)(\beta - 1) \dots (\lambda - 1)$; I l'un des P nombres premiers à B et inférieurs à B, 1 étant compris ; K un entier de la suite naturelle.

Il est facile de reconnaître que

Chacun des systèmes des P progressions arithmétiques de terme général $BK + I$ renferme tous les nombres premiers autres que ceux qui forment B.

On peut dire que B est la base du système de progressions considéré.

N étant un nombre de la forme $BK + I$, on obtient le quotient K et le reste I en divisant N par B.

J'appellerai *indicateur* le nombre I.

2. — Soient N, D et M des nombres appartenant à un système de progressions arithmétiques de base B.

Lorsque N admet un diviseur D, on a l'égalité

$$DM = BK + I;$$

d'où l'on déduit que

Si l'on divise par D le produit BK et le reste I, la somme des restes obtenus égale D.

ρ désignant la valeur absolue du reste négatif obtenu en divisant BK par D, R désignant le reste positif obtenu en divisant I par D,

Il y a égalité entre ρ et R.

Pour abréger, je dirai *reste ρ* et *reste R*.

1. Société Philomathique de Paris, séance du 11 janvier 1908.

Table des Restes ρ .

3. — Soit une feuille de papier quadrillé, supposée aussi grande qu'il sera nécessaire.

Dans les carrés de la première bande supérieure, on inscrit les valeurs de K , en ordre croissant; dans les carrés de la première colonne à gauche, on inscrit les diviseurs premiers D inférieurs à $\sqrt{N}$, en ordre croissant; dans le carré commun à toute bande et à toute colonne, on inscrit le reste ρ qui correspond à la valeur de K et à celle de D situées dans cette bande et dans cette colonne.

Il suffit d'inscrire, dans chaque colonne, les restes ρ jusqu'au diviseur premier D immédiatement inférieur à

$$\sqrt{BK + (B - 1)} \quad \text{ou} \quad \sqrt{B(K + 1) - 1}.$$

4. — On reconnaît que

Un nombre $BK + 1$ est divisible ou non par D , selon que le reste R , obtenu en divisant 1 par D est égal ou non au reste ρ , correspondant à D et à K .

5. — Par suite la règle élémentaire pour reconnaître si un nombre est premier ou composé est notablement simplifiée, lorsque l'on possède la Table des Restes ρ ; car la division par D du nombre N se trouve ramenée à la division par D d'un nombre I plus petit que N .

D'ailleurs, très souvent, la division de I par D sera inutile pour reconnaître si le reste à calculer R peut être égal au reste inscrit ρ .

Remarquons que, dans l'emploi du procédé qui vient d'être expliqué, il est inutile de connaître à l'avance les valeurs des indicateurs.

6. — Le calcul des restes ρ présente des particularités remarquables.

Soit $K = 1$: en divisant B par D , on obtient un reste ρ' ; par suite la première valeur ρ_1 de ρ égale $D - \rho'$.

Soit $K = 2$: selon que la somme $\rho_1 + \rho_1$ est inférieure ou supérieure à D , cette somme ou son excès sur D est la seconde valeur ρ_2 de ρ .

En général, soit $K = n$: on a

$$\rho_n = \rho_1 + \rho_{n-1} \quad \text{ou} \quad \rho_n = \rho_1 + \rho_{n-1} - D.$$

Le calcul des valeurs successives de ρ , à partir de $K = 0$, n'est autre que la détermination des restes obtenus en divisant, par un même nombre premier D , les termes consécutifs d'une progression arithmétique, de premier terme 0 , de raison B ; or on sait que ces

restes forment des périodes identiques de D termes dont les extrêmes correspondent aux valeurs 0 et $D - 1$ de K .

De plus, il est facile de montrer que

Si les valeurs de K vont de 1 à $D - 1$, à deux valeurs de K dont la somme est D , correspondent deux valeurs de ρ dont la somme est aussi D .

Enfin on reconnaît que

Les restes ρ successifs relatifs à une même valeur de D forment, en les prenant de m en m , des progressions arithmétiques.

Voici un moyen rapide pour calculer les valeurs de ρ . En allant de gauche à droite, on écrit les valeurs de ρ' , D , ρ_1 .

On a $\rho_1 = D - \rho'$.

Si $\rho_1 > \rho'$, on a $\rho_2 = \rho_1 - \rho'$;

si $\rho_2 > \rho'$, " on a $\rho_3 = \rho_2 - \rho'$;

et ainsi de suite jusqu'à

$\rho_n < \rho'$; alors on a $\rho_{n+1} = \rho_n + \rho_1$.

On trouve ρ_{n+2} , ρ_{n+3} , etc., en retranchant successivement ρ' de la valeur précédente de ρ .

On opère d'une manière analogue quand

$$\rho_1 < \rho'.$$

Lorsque l'on trouve un reste ρ_m notamment plus petit que ρ_1 , il est très rapide de former les restes ρ qui suivent ρ_m en ajoutant ρ_m successivement aux termes calculés, à partir de ρ_1 ; alors, si une somme obtenue $\rho_{m'}$ est $> D$, on la remplace par $\rho_{m'} - D$.

Lorsque l'on trouve un reste ρ_p inférieur à D et très voisin de D , il est très rapide de former les restes qui suivent ρ_p en retranchant la différence $D - \rho_p$ successivement des termes calculés, à partir de ρ_1 ; alors, si une différence obtenue $\rho_{p'}$ est < 0 , on la remplace par la différence entre D et la valeur absolue de $\rho_{p'}$.

Ces différentes propriétés et remarques permettent d'écrire très vite, ou de vérifier, les diverses valeurs des restes qui doivent entrer dans une Table des Restes ρ .

7. — J'ai dit (3) qu'il suffit d'inscrire les restes ρ jusqu'au nombre $\sqrt{B(K+1)-1}$. Si l'on inscrit ces restes ρ au delà de ce nombre, on trouve, sous une même valeur de K , deux ou plusieurs restes ρ auxquels correspondent deux ou plusieurs diviseurs premiers du nombre $BK + 1$, lorsque ce nombre est composé.

Table des Restes R.

8. — Montrons que le calcul des restes R peut se faire très rapidement.

Soit une feuille de papier quadrillé, supposée aussi grande qu'il sera nécessaire.

Dans les carrés de la première bande supérieure, on écrit les indicateurs I, en ordre croissant ; dans les carrés de la première colonne à gauche, on écrit les diviseurs premiers D inférieurs à $\sqrt{N}$, en ordre croissant. Dans le carré commun à toute bande et à toute colonne, on inscrit le reste R correspondant à la valeur de I et à celle de D situées dans cette bande et dans cette colonne.

Le calcul des restes R peut se faire rapidement par des additions et soustractions successives.

9. — Formons un tableau contenant les restes ρ_1 relatifs à la valeur 1 de K et à chaque valeur de D. Cette Table des Restes ρ_1 et la Table des Restes R pourront servir à beaucoup abréger la règle élémentaire pour trouver les facteurs premiers d'un nombre ou reconnaître si un nombre est premier. En effet, après avoir trouvé les valeurs de I et de K relatives à un nombre N, on pourra, grâce aux valeurs connues ρ_1 , déterminer les valeurs de ρ qui correspondent à la valeur K et aux diviseurs premiers D, en ordre croissant, jusqu'à ce que l'on arrive à trouver un reste ρ égal à un reste R inscrit dans la bande qui contient l'indicateur I.

Il suffira d'abord de reconnaître le dernier chiffre des restes ρ pour le comparer au dernier chiffre des restes R ; il suit de là que le travail n'est pas long.

Emploi simultané des deux Tables des Restes ρ et des Restes R.

10. — Si l'on avait le couple de Tables des Restes ρ et des Restes R pour la même base B et la même limite de N, on serait dispensé de calculs auxiliaires : la recherche des facteurs premiers des nombres serait ramenée à une simple comparaison des restes ρ et R de la suite des valeurs de D ; par suite le problème en question serait ainsi résolu presque immédiatement.

On sait que ces restes correspondent à la valeur de K et à celle de I

obtenues en divisant, par la base B , le nombre N non divisible par les facteurs premiers de B .

11. — On peut se dispenser de construire la Table des Restes R pour les indicateurs supérieures à $\frac{1}{2} B$.

En effet, soient I et I' deux indicateurs dont la somme égale B , I étant $< \frac{1}{2} B$. Le nombre

$$N = BK + I'$$

peut être écrit ainsi :

$$N = B(K + 1) - I;$$

par suite N sera divisible par un diviseur premier D quand les restes de $B(K + 1)$ et de I seront égaux.

La Table des Restes R pour les indicateurs inférieurs à $\frac{1}{2} B$ étant construite, il faut construire la Table des Restes ρ' obtenus en divisant $B(K + 1)$ par les valeurs successives de D . Les restes ρ' peuvent s'obtenir, en partant de ρ'_1 , de la même manière que les restes ρ en partant de ρ_1 . Mais, comme la somme des restes ρ_n et ρ'_n est égale à D , si l'on a la Table des Restes ρ , on peut immédiatement former la Table des Restes ρ' . Par suite, dans la Table des Restes ρ , il suffira d'écrire à côté de chaque ρ_n la différence $D - \rho_n$ pour avoir la valeur de chaque ρ'_n .

Et alors, ayant un nombre $BK + I'$, on parcourra, en même temps, la colonne $K + 1$ de la Table des Restes ρ' et la colonne $I = B - I'$ de la Table des Restes R ; si, dans les lignes d'un diviseur premier D , on trouve un reste ρ' égal à un reste R , on en conclura que le nombre $BK + I'$ admet le diviseur premier D .

NOTE.

Allusion à la Méthode précédente des Restes est faite à la fin du Mémoire que j'ai présenté en août 1906 au Congrès tenu à Lyon par l'Association Française pour l'Avancement des Sciences. J'en ai aussi parlé dans la Séance du 22 décembre 1906 de la Société Philomathique de Paris. Enfin, au commencement de janvier 1907, j'ai envoyé, à l'Académie de Metz, sur cette même Méthode un Mémoire que cette savante Compagnie a jugé digne d'un prix.

Depuis plusieurs mois, je me suis livré au calcul des restes ρ et ρ' relatifs à la base 510510 et aux nombres premiers jusqu'à 10000, pour former une Table auxiliaire me permettant d'obtenir une Table de

caractéristiques relatives à la base 540510 et donnant les facteurs premiers des nombres jusqu'à 100 000 000.

M. Luis de Alba y Clares, Capitaine de l'Armée Espagnole, a, en même temps que moi, commencé ce calcul ; notre travail est déjà bien avancé. Je suis heureux de le remercier publiquement au sujet de sa précieuse collaboration.

Applications de la méthode d'Eratosthène :

TABLES NUMÉRIQUES ET GRAPHIQUES

Par M. Joseph DESCHAMPS

I

Nous avons montré dans un précédent mémoire⁽¹⁾ que le véritable esprit de la méthode d'Eratosthène consiste à former et à détacher de la suite naturelle des nombres inférieurs à une certaine limite les listes des multiples non encore effacés des nombres premiers successifs, en commençant par les plus petits. Cette manière de procéder, qui est la seule naturelle et logique, fournit la solution complète du problème relatif à la composition des nombres : il ne suffit pas, en effet, de savoir si un nombre donné est premier ou non ; il faut au contraire, quand un nombre n'est pas premier, ce qui est le cas le plus fréquent, pouvoir décomposer ce nombre en produits de facteurs premiers. Or la méthode que nous indiquons fournit le plus petit de ces diviseurs premiers, lequel sert de point de départ à la décomposition complète.

Tant que la limite fixée ou imposée n'est pas trop élevée, il n'y a aucune difficulté à opérer comme nous le disons. Il n'en est plus de même, dès qu'on veut aborder les grands nombres, car alors on se heurte à la difficulté devant laquelle on a toujours paru s'arrêter, difficulté qui n'est pas seulement inhérente à la question, mais qui est la question elle-même. Il faut cependant se résigner à envisager cette question telle qu'elle est ; il est impossible en effet d'arriver aux grands nombres, sans passer par la série des nombres inférieurs dont aucun ne doit être négligé. D'ailleurs, quelle que soit l'étendue, disons plutôt, l'immensité des nombres à passer ainsi en revue, du moment que la question est regardée comme importante et même comme étant d'un intérêt primordial, nous ne connaissons

(1) *Bulletin de la Société Philomathique*, 9^e série, tome XI n° 4, 1907.

aucune raison qui puisse empêcher de la traiter dans son intégrité. S'il est utile de donner un *état civil* à tous les nombres inférieurs à une limite donnée, si haute qu'elle soit, il faut procéder hardiment et sans demi-mesure ; aussi comprenons-nous peu les réticences et les hésitations qu'on a toujours montrées. Avec de la persévérance et de l'esprit de suite, en répartissant le travail et les dépenses entre le temps et les individus, en se réunissant au lieu de s'isoler, on finirait par élever au NOMBRE le monument digne de lui et qu'il attend encore. Nous voyons d'ailleurs se réaliser tous les jours des œuvres au moins aussi difficiles et d'aussi longue haleine.

Quoi qu'il en soit de ce *desideratum* qui ne semble pas près de se réaliser de si tôt, nous sommes obligés d'aborder la question telle qu'on la pose encore aujourd'hui. Cette question consiste à employer, au lieu du procédé direct, des procédés détournés permettant, étant donné un nombre : 1° de reconnaître si ce nombre est premier ou non ; 2° quand il n'est pas premier, de le décomposer en un produit de facteurs premiers ou simplement de trouver son plus petit diviseur premier. Disons tout de suite que les deux recherches n'en font qu'une, car la même méthode indirecte sert, comme on le sait, pour résoudre les deux questions proposées.

La meilleure manière de procéder sera encore la plus logique, c'est-à-dire celle qui se rapprochera le plus de la méthode directe, qui est toujours la méthode d'Eratosthène. C'est cette méthode de recherche que nous allons nous efforcer d'établir.

II

Quand on n'a pas à sa disposition les listes de multiples dont nous avons parlé, on est obligé de rechercher, par des essais successifs, si le nombre proposé fait, ou non, partie de ces listes restées à l'état de fiction, c'est-à-dire s'il est divisible par l'un au moins des nombres premiers supposés connus. Quel que soit le procédé d'opération adopté, tout revient au fond à s'assurer de cette divisibilité ou non-divisibilité. Pour atteindre ce résultat, toutes les méthodes employées, sans exception aucune, ne sont que des cas particuliers de la méthode générale qui consiste à retrancher du nombre à essayer un ou plusieurs multiples connus du diviseur employé, de façon à retomber sur un nombre plus simple, qui manifeste immédiatement le caractère recherché de divisibilité ou de non-divisibilité. Malgré leur diversité apparente, et les noms plus ou moins pompeux dont elles

sont décorées, toutes ces méthodes se ressemblent et ne sont que des modalités de cette méthode unique très simple. Les différences qu'elles peuvent présenter proviennent seulement des multiples que l'on supprime et de la manière de les supprimer.

La forme ordinaire de la division n'est elle-même que la manière la plus méthodique et la plus simple d'opérer ces suppressions successives. Elle suffit d'ailleurs à la résolution complète du problème proposé, et le seul grief qu'on puisse lui opposer, c'est d'être trop longue dans son application; aussi estime-t-on nécessaire de lui substituer des méthodes plus expéditives. Toutefois nous ne voulons pas procéder à de nouvelles recherches sans faire remarquer qu'on est souvent bien injuste envers la forme ordinaire de la division. Si elle paraît longue dans son application, cela provient non pas tant de sa nature que de la manière défectueuse dont elle est appliquée. Cette méthode est en effet si parfaite que, seule parmi toutes les autres, elle n'exige aucune table écrite; elle réside tout entière dans l'esprit qui l'applique et la main qui l'exécute. Cependant, malgré cette perfection et cette simplicité, il ne faut pas, comme on le fait toujours, pousser les choses à l'extrême et se passer systématiquement de tables qui, pour n'être pas nécessaires, n'en sont pourtant pas moins utiles.

Pour nous expliquer, nous rappellerons que la méthode ordinaire de division revient à l'emploi et à la suppression des seuls *neuf* premiers multiples du diviseur, et cela sans qu'il soit nécessaire de les écrire explicitement, de manière à fournir les chiffres successifs du quotient en commençant par ceux des ordres les plus élevés. Or cette suppression ne va pas sans certains tâtonnements qui sont les plus graves défauts de la méthode et la grande raison de sa lenteur d'application. Mais il est possible de supprimer ces inconvénients et tout tâtonnement, en formant antérieurement et réunissant dans une liste les neuf premiers multiples du diviseur. La seule considération de cette liste permet alors de voir immédiatement le plus grand multiple à supprimer et fournit sans tâtonnement le chiffre correspondant du quotient. La division, dans son entier, n'est plus alors qu'une question d'écriture pouvant se faire très rapidement.

Nous insistons sur cette manière simple de faire la division pour plusieurs raisons. Nous dirons d'abord qu'elle pourrait être appliquée généralement, tandis qu'elle ne l'est presque jamais. Nous ferons remarquer ensuite que cette méthode peut être généralisée et étendue de manière à fournir des résultats plus expéditifs: il suffirait,

en effet, de former, non plus seulement, les 9 premiers multiples du diviseur, mais les 99 ou les 999 premiers multiples de ce diviseur, de façon à déterminer les chiffres du quotient par groupes de deux ou de trois, toujours en commençant par ceux de l'ordre le plus élevé. La division la plus longue peut alors se faire d'une façon extrêmement rapide, une telle manière d'opérer exigeant simplement la construction préalable de tables fournissant les multiples nécessaires des diviseurs susceptibles d'être employés. Il est clair que ce mode d'opération très simple en lui-même et n'exigeant aucune théorie nouvelle autre que la théorie ordinaire de la division, constitue une excellente solution du problème qui nous occupe.

Enfin nous signalons les avantages de ce mode d'opération pour leur opposer plus tard les avantages d'un autre procédé qui consiste à effectuer la division *à rebours*, de manière à déterminer les chiffres du quotient par groupes de deux ou de trois, suivant les cas, mais en commençant par les chiffres d'ordre inférieur pour n'obtenir qu'en dernier lieu ceux de l'ordre le plus élevé. On nous permettra de dire immédiatement que, après l'examen le plus approfondi de la question et des diverses méthodes susceptibles d'être employées, nous nous sommes définitivement arrêté à celle qui vient d'être annoncée en tant que fournissant la solution la plus commode et la plus expéditive du problème dit des nombres premiers.

Avant d'exposer cette méthode, nous rappellerons que les propriétés de la méthode d'Eratosthène signalées dans notre précédent mémoire fournissent un moyen de reconnaître la divisibilité des nombres. Nous avons démontré en effet que les multiples des différents nombres premiers forment des suites périodiques, la valeur de la période étant, pour le nombre premier p , représentée par le produit $2.3 \dots n.p.$ et le nombre des éléments par le produit $(2-1)(3-1) \dots (n-1)$, n désignant le nombre premier immédiatement inférieur à p . Il suit de là que la liste des multiples du nombre premier p se trouve complètement déterminée quand on connaît l'ensemble des $(2-1)(3-1) \dots (n-1)$ multiples qui forment la première période. Ainsi, en ce qui concerne le nombre 7, pour lequel la période est $2.3.5.7 = 210$, et le nombre des éléments $(2-1)(3-1)(5-1) = 8$, il suffit de former les 8 premiers multiples non encore effacés de 7 à partir de son carré 49, savoir

49 77 91 119 133 161 203 217,

et les multiples suivants s'obtiennent par l'addition aux nombres précédents des divers multiples de 210. Les huit nombres qui vien-

nent d'être écrits sont donc représentatifs de la totalité des multiples de 7, et dès lors, pour savoir si un nombre est divisible par 7, il suffit de le diviser par 210 et de chercher si le reste est un des nombres précédents.

D'une manière générale, pour savoir si un nombre est divisible par le nombre premier p , il suffit de le diviser par le produit $2.3 \dots n. p.$, c'est-à-dire d'y supprimer des multiples de p de la forme $2.3 \dots n. p. \times K$, et de vérifier si le reste figure dans la liste des $(2 - 1)(3 - 1) \dots (n - 1)$ multiples de p formant la première période des multiples p , tels que les fournit la méthode d'Eratosthène.

Cette manière de procéder qui dérive immédiatement de la méthode d'Eratosthène et de ses propriétés, est en réalité la plus logique. Elle présente toutefois deux inconvénients. Le premier consiste en ce que la période destinée à servir de diviseur est variable avec chaque nombre premier. Le second inconvénient, plus grave que le premier, réside dans ce fait que la période est très rapidement croissante, ainsi que le nombre des éléments constituant le premier groupe des multiples à former pour chaque nombre premier. Cette croissance si rapide devient même un obstacle très grand pour l'application de cette méthode, parce que le nombre des multiples à former pour chaque nombre premier devient tellement grand que non seulement leur formation est longue et pénible, mais encore que la plupart d'entre eux se trouvent en dehors des limites fixées, en sorte que l'emploi de la méthode n'apporte aucune simplification.

Pour rendre nos explications plus claires, nous allons donner quelques exemples.

Supposons d'abord que nous ayons à chercher si le nombre 45871, non divisible par 2, 3 et 5, est divisible par 7. Pour le trouver, nous remarquons que la liste des multiples de 7 est amorcée par la suite des huit nombres suivants :

49 77 91 119 133 161 203 217

et que la période correspondante est 210. Nous devons donc diviser 45871 par 210, ce qui donne 91 pour reste. Nous en concluons immédiatement que 45871 est divisible par 7.

Cherchons de la même manière si 36793 est divisible par 7. En faisant la division par 210, nous trouvons le reste 43 : nous en déduisons que le nombre proposé n'est pas divisible par 7.

Nous devons alors chercher la divisibilité par les nombres premiers supérieurs à 7, ce qui nous oblige à faire la division par les périodes correspondantes à ces nombres. Ces périodes sont : 2310

pour 11, et 30030 pour 13 ; pour 17, la période devient 310310, nombre supérieur à 36793. Nous en concluons que le premier groupe des multiples de 17, nombre premier cependant peu élevé, dépasse le nombre proposé 36793. A plus forte raison en est-il de même pour les nombres premiers supérieurs à 17, en sorte que la méthode n'apporte ici aucune simplification.

Il n'y a donc pas lieu d'insister davantage, et cela d'autant moins que le point de départ du procédé consiste à remplacer un diviseur par un autre plus élevé, ce qui complique la division, au lieu de la simplifier. Nous avons dès lors à chercher des méthodes plus simples et surtout plus expéditives.

III

En prenant comme point de départ le fait de la périodicité révélé par la méthode d'Eratosthène, nous avons déjà montré dans le Mémoire rappelé plus haut que ce principe pourrait être appliqué d'une façon plus avantageuse en remplaçant la variabilité par la fixité. Nous ne reviendrons pas sur l'exposition déjà faite et sur les conséquences que nous avons tirées ; nous rappellerons simplement que nous avons été amené à construire des tables de période de base 100, ces tables ayant été calculées jusqu'à permettre la décomposition des nombres depuis 1 jusqu'à 400.000, mais pouvant être continuées bien au-delà ⁽¹⁾. Or précisément en cherchant à étendre ces tables, nous avons été conduit, par notre travail lui-même, à des améliorations de principe et de détail, d'où découlent des modifications d'exposition et de forme, sur lesquelles nous allons donner les explications nécessaires.

Nous ferons remarquer d'abord que les tables de formes diverses que l'on peut construire pour remplir le but proposé doivent, en vue d'être vraiment pratiques et utiles, satisfaire à certaines conditions. En premier lieu, elles ne doivent pas être de trop grande étendue. Il faut en effet presque autant de temps pour construire de longues tables que pour construire directement les listes de multiples qui seraient alors beaucoup plus avantageuses, sans compter que plus les tables sont étendues, plus il est difficile de les vérifier pour les

(1) Par suite d'un défaut de corrections qui s'était produit en dehors de la volonté de l'auteur, un certain nombre d'erreurs existant dans les tables imprimées n'avaient pu être rectifiées. Nous ne relevons pas ces erreurs, parce que nous publions aujourd'hui de nouvelles tables devant remplacer les précédentes.

rendre absolument exactes ; plus aussi il faut de temps pour les feuilleter, lorsqu'on veut s'en servir. Comme il importe avant tout d'être expéditif, il est nécessaire d'avoir des tables d'un maniement matériel facile, et par conséquent de faible étendue, nous ajouterons même, aussi courtes que possible. En second lieu, ces tables doivent exiger, dans leur utilisation, le minimum de calculs et d'écritures, toujours pour cette raison fondamentale que les essais à faire sur un nombre, pouvant être très nombreux, doivent être faits dans le moindre temps, sans quoi l'emploi des tables cesse d'être préférable aux divisions directes dont nous avons déjà parlé.

Il faut en résumé que ces tables aient la plus grande ressemblance avec des tables de multiples dans lesquelles on puisse trouver *presque* directement si le nombre à étudier y figure ou non. Ce sont ces considérations fondamentales qui nous ont conduit à adopter exclusivement les tables de base 100 et de base 1000 sous la forme que nous allons faire connaître. Nous nous contenterons de faire connaître la construction et le mécanisme des tables de base 100 ; les tables de base 1000 sont d'ailleurs absolument semblables.

Construction des tables de base 100. — Laissant de côté toute idée de périodicité et par conséquent toute analogie avec les tables déjà existantes, le principe sur lequel nous nous appuyons est le suivant :

Les deux derniers chiffres à droite des produits obtenus en multipliant un même nombre, non divisible par 2 ou par 5, par des nombres variables, dépendent uniquement des deux derniers chiffres de ces facteurs variables et varient avec eux.

Soit a , un nombre que nous multiplions par deux autres nombres b et b' choisis de telle manière que les produits ab et ab' aient les mêmes chiffres d'unités et de dizaines. En désignant ces chiffres par u et d , et en représentant par c et c' leurs nombres de centaines, on aura les deux identités

$$(1) \quad ab = 100c + 10d + u$$

$$(2) \quad ab' = 100c' + 10d + u,$$

d'où par soustraction

$$(3) \quad a(b - b') = 100(c - c').$$

Le premier nombre de cette égalité étant divisible par 100, et le facteur a étant par hypothèse premier avec 100, le facteur $b - b'$ est alors divisible par 100. Ceci exige que les deux nombres b et b' aient les mêmes chiffres d'unités et de dizaines.

Réciproquement, si les deux facteurs b et b' ont les mêmes chiffres

d'unités et de dizaines, il en est de même des produits ab et ab' , comme il est facile d'ailleurs de le vérifier et même de le démontrer par la règle ordinaire de multiplication.

Nous ajouterons que, par le fait de l'égalité (3), le second membre étant divisible par a , la différence $c - c'$ est nécessairement divisible par a .

D'après cela si nous formons les 99 premiers multiples d'un nombre impair, d'abord deux quelconques de ces produits n'auront pas les mêmes deux derniers chiffres, et par conséquent les deux derniers chiffres de ces divers produits reproduiront l'ensemble des nombres de deux chiffres depuis 01 jusqu'à 99. En second lieu, pour reconnaître si un nombre donné N est divisible par a , il suffira, après avoir cherché celui des multiples de a qui a les mêmes deux derniers chiffres que N (et il y en a toujours un et un seul), de vérifier si la différence $c - c'$ entre les nombres des centaines de N et de a est divisible par a ; en outre, s'il en est ainsi, le quotient de N par a a pour groupe de ses deux derniers chiffres à droite, le nombre de deux chiffres par lequel il a fallu multiplier a pour obtenir le multiple dont on a fait usage.

Pour éclaircir ceci par des exemples, proposons nous de rechercher si le nombre 8143 est divisible par 17. A cet effet, recherchons, parmi les 99 premiers multiples de 17, celui qui est terminé par 43, nous trouvons

$$17 \cdot 49 = 1343 ;$$

d'après ce qui précède, nous devons former la différence entre les nombres de centaines de ce dernier nombre et du nombre proposé, savoir : $81 - 13 = 68$ et rechercher si cette différence est divisible par 17. Comme il en est ainsi, le nombre 8143 est divisible par 7, le quotient étant d'ailleurs terminé par 49.

Il nous reste à ajouter que le nombre des centaines de ce quotient est égal au quotient de 68 par 17, c'est-à-dire à 4. En effet, nous avons, par suite de ce qui a été fait, l'égalité

$$\begin{aligned} 8143 - 1343 &= (81 - 13) \times 100 \\ &= 68 \times 100 \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} 8143 &= 68 \times 100 + 1343 \\ &= 17 \times 400 + 17 \times 49 = 17 \times 449. \end{aligned}$$

Au contraire le nombre 9243 n'est pas divisible par 17, parce que la différence $92 - 13 = 79$ n'est pas divisible par 17.

Considérons maintenant le nombre plus élevé 155397 et cherchons encore s'il est divisible par 17. Comme il a été dit, nous cher-

cherons parmi les 99 premiers multiples de 17 celui qui est terminé par 97, nous trouvons

$$17 \times 41 = 697;$$

nous avons alors à rechercher si la différence $1533 - 6 = 1547$ est ou non divisible par 17. A cause de la grandeur de cette différence, ce cas est loin d'apparaître immédiatement comme dans les deux exemples précédents. Mais nous remarquerons que nous retombons sur le même problème que le problème proposé, mais avec cette simplification que le nouveau nombre a deux chiffres de moins que le premier. La même méthode que plus haut est donc encore ici applicable, et en cherchant dans les 99 premiers multiples de 17 celui qui est terminé par 47, nous trouvons précisément

$$17 \times 91 = 1547.$$

Nous en concluons immédiatement que le nombre proposé 155397 est divisible par 17, et de plus que le quotient de cette division est formé par la juxtaposition des deux quotients 41 et 91 déjà obtenus ; en d'autres termes, on a

$$155397 = 17 \times 9141.$$

Ces exemples suffisent à montrer l'emploi qu'on peut faire de la liste des 99 premiers multiples de 17, pour trouver si un nombre quelconque, si grand qu'il soit, est divisible par 17. L'opération marche très vite et les chiffres du quotient se déterminent par groupes de deux, à condition toutefois que la division soit possible, ce qui est pour nous le seul cas intéressant, puisque, d'après la nature de nos recherches, nous écartons purement et simplement les cas de non-divisibilité.

Il est facile aussi d'après cela de voir comment devront être construites les tables dont nous avons à faire usage ; elles devront contenir les 99 premiers multiples des diviseurs premiers dont nous aurons à faire usage, par exemple des nombres premiers depuis 1 jusqu'à 10.000, si nous voulons analyser complètement tous les nombres depuis 1 jusqu'à 100.000.000. Chose curieuse, pour faire ces divisions à rebours, nous nous trouvons avoir besoin des mêmes tables que pour faire les divisions ordinaires. Notre méthode semblerait donc n'apporter aucune simplification. Cependant, même s'il en était ainsi, nous ne manquerions de faire remarquer que la division à rebours est plus expéditive et plus courte en écriture que la division directe, ce qui est déjà un grand avantage là où l'on doit tenir compte même des plus petites choses.

Mais il y a plus que cela, et l'on peut, par de légers artifices, se dispenser de construire des tables aussi longues. Ainsi qu'on peut

le voir dans les tables qui accompagnent ce mémoire, nous nous sommes contentés de calculer les 99 premiers multiples de tous les nombres impairs non terminés par 5 et inférieurs à 100, ce qui nous permet de faire, comme il a été expliqué, l'essai des diviseurs inférieurs à 100. Or il est facile, avec la table ainsi obtenue, de passer à l'essai des diviseurs supérieurs à 100. Supposons, par exemple, que nous ayons à faire sur un nombre donné l'essai du diviseur premier 131. Les tables déjà construites nous donnent les 99 premiers multiples de 31, sur chacun desquels nous avons isolé les deux derniers chiffres à droite pour mettre en évidence les nombres de centaines qui d'après la méthode, doivent être retranchées des centaines du nombre. C'est ainsi que nous avons

$$31 \times 97 = 3007$$

On déduit de là l'égalité nouvelle

$$\begin{aligned} 131 \times 97 &= (100 + 31) \times 97 = 31 \times 97 + 97 \times 100 \\ &= 3007 + 97 \times 100 \\ &= 3000 + 9700 + 07 \\ &= (30 + 97 \times 1) \times 100 + 07 \end{aligned}$$

Donc dans ce cas le nombre 30 qui figure dans la table comme nombre de centaines à retrancher, doit être augmenté du facteur 97 qui accompagne 31 dans le produit considéré.

De même si l'on avait à essayer le diviseur premier 631, on aurait

$$\begin{aligned} 631 \times 97 &= (600 + 31) \times 97 \\ &= 97 \times 600 + 31 \times 97 \\ &= 97 \times 600 + 3000 + 07 \\ &= (30 + 97 \times 6) \times 100 + 07 \end{aligned}$$

Donc dans ce nouveau cas le nombre 30 de centaines à retrancher doit être augmenté du produit par 6 du facteur conjoint à 31.

D'une manière générale, *quand on a à faire l'essai d'un diviseur supérieur à 100, on prend dans la table le diviseur inférieur à 100 terminé par les mêmes deux derniers chiffres, et l'on augmente le nombre des centaines relatifs à ce nombre du produit du facteur conjoint par le nombre des centaines du diviseur considéré.*

Pour nous faire mieux comprendre, nous allons donner quelques exemples.

1^{er} exemple. — Cherchons si le nombre 43539 est divisible par 631.

Nous nous reportons dans la table au diviseur 31, et nous trouvons

$$31 \times 69 = 2139,$$

ce qui nous donne 21 comme centaines à retrancher. Nous augmen-

terons ces 21 centaines de $69 \times 6 = 414$, ce qui nous donne

$$21 + 414 = 435,$$

c'est-à-dire les centaines du nombre proposé 43539. Ce nombre est donc divisible par 631, le quotient étant d'ailleurs 69.

2^e exemple. — Cherchons si le nombre 306849 est divisible par le nombre prendre. 3527. Nous nous reporterons dans notre table au diviseur 27, et nous y trouvons

$$27 \times 87 = 2349.$$

Nous devons alors ajouter au nombre 23 de centaines, le produit $87 \times 35 = 3045$, ce qui nous donne ici pour centaines à retrancher

$$23 + 3045 = 3068,$$

c'est-à-dire encore précisément les centaines du nombre proposé 306849, lequel se trouve ainsi divisible par 3527, le quotient étant 87.

— On opérerait de la même manière si, au lieu d'un seul essai, on avait plusieurs essais successifs. Par conséquent, dans les cas analogues à ceux qui viennent d'être examinés, les nombres fournis par les tables doivent être augmentés des résultats fournis par une multiplication toujours courte et facile. Nous n'avons pas pensé que ces compléments à former pourraient être un obstacle à l'emploi de la table telle que nous la proposons. Il y a en effet une telle différence entre cette table si simple et celle qui contiendrait les 99 premiers multiples des nombres premiers inférieurs à 10.000 que nous ne croyons pas la moindre hésitation permise.

D'ailleurs, il est possible d'éviter les multiplications accessoires en joignant à notre table celle des 99 premiers multiples des 99 premiers nombres, table que tout le monde peut construire et que nous ne joignons pas à ce mémoire explicatif, pour ne pas l'allonger sans raison. L'ensemble de ces deux tables fournit donc très rapidement tous les résultats demandés, et par conséquent, notre table de base 100 ainsi complétée permet l'analyse aussi rapide que possible des nombres depuis 1 jusqu'à 100.000.000. Elle nous permet même de dépasser cette limite et d'atteindre telle limite qu'on voudra, car on remarquera aisément que, si à la grande rigueur notre table présente une lacune, cette lacune même constitue pour elle un très grand avantage et lui donne une parfaite élasticité, vu que, au lieu d'être une table fermée, elle constitue ainsi une table toujours ouverte et susceptible de la plus grande et la plus commode extension. Quel que soit, en effet, le nombre de centaines qu'un diviseur puisse présenter, la règle à suivre est toujours la même, et de plus, la table des 99 premiers multiples des 99 premiers nombres qui peut y être

jointe, permet d'obtenir rapidement un multiple quelconque de ces mêmes nombres. Cette dernière remarque fait voir d'ailleurs que, à la table des 99 premiers multiples, on peut substituer celle beaucoup plus courte des 9 premiers multiples des 99 premiers nombres, laquelle est en réalité suffisante.

Cette manière de compléter la table que nous présentons justifie ce fait qui a pu paraître étonnant, à savoir que nous avons calculé les 99 premiers multiples de tous les nombres impairs inférieurs à 100, sauf ceux terminés par 5, premiers ou non premiers. Nous avons vu en effet, dans un des exemples ci-dessus, que c'étaient les calculs faits sur le diviseur non premier 27 qui nous avaient permis d'obtenir les résultats relatifs au diviseur premier 627. Nous ajouterons que la conservation de tous les nombres inférieurs à 100 donne à la table une symétrie parfaite qui, non seulement la rend commode à présenter et facile à lire, mais qui fait en outre apparaître dans la succession des multiples des caractères de régularité rendant la construction et la vérification faciles et presque automatiques, ainsi que nous allons l'expliquer.

Avant d'entrer dans les détails concernant la disposition particulière donnée à notre table de base 100, nous ferons remarquer que nous lui avons donné une extension utile, mais non indispensable. Comme les seuls diviseurs premiers à essayer sont terminés par 1, 3, 7 et 9, il était strictement suffisant de former les multiples de ces nombres terminés par les mêmes chiffres 1, 3, 7 et 9, qui figurent en tête de quatre des tableaux qui constituent la table ci-jointe. C'est en réalité à l'un de ces quatre tableaux qu'il faut s'adresser en premier lieu pour faire l'analyse d'un nombre donné, suppression faite des diviseurs 2 et 5 qu'il pouvait primitivement contenir. Mais il peut arriver que l'une des différences obtenues au cours des opérations à exécuter soit elle-même divisible par 2 et par 5. Sans doute il est possible et facile de diviser cette différence par 2 ou par 5, de façon à obtenir un nombre terminé encore par 1, 3, 7 ou 9 ; mais il faut alors avoir la précaution de multiplier le quotient nouveau qu'on obtiendra par tous les facteurs 2 et 5 supprimés dans la différence considérée. Tout cela peut entraîner une perte de temps et des erreurs qui nuisent à la rapidité d'exécution que nous avons en vue. C'est pourquoi, vu la brièveté originelle de notre table, nous avons pensé que ce n'était pas l'allonger d'une façon incommode que de former les tableaux contenant les multiples terminés par 2, 4, 6, 8 et 5, lesquels pourront, le cas échéant, être consultés directement sans division préalable. L'ensemble de la table ainsi complétée reste encore fort

court, puisqu'il ne contient que 9 tableaux, et les opérations à exécuter présentent une simplicité et une régularité remarquables.

Pour nous faire bien comprendre, nous allons appliquer ces remarques à un exemple particulier et chercher si le nombre 130913 est divisible par 31, et dans ce cas quel est le quotient. En nous reportant au tableau portant en tête le nombre 3, nous trouvons comme multiple de 31, terminé par 13.

$$31 \times 23 = 713.$$

En retranchant 7 de 1309, nous trouvons la différence 1302 sur laquelle nous devons vérifier la divisibilité par 31. Si nous n'avons à notre disposition que les tableaux 1, 3, 7 et 9, nous devons diviser cette différence par 2, ce qui nous donne 651, et alors consultant le tableau 1 nous trouvons précisément

$$31 \times 21 = 651.$$

Mais alors, pour obtenir le quotient exact de 130913 par 31, il faut d'abord multiplier par 2 le quotient 21 fourni par le deuxième essai, ce qui nous donne 42; il n'y a plus maintenant qu'à juxtaposer ce quotient au quotient primitif 23, pour avoir le quotient cherché 4223. Si simple que soit cette manière d'opérer, il est plus rapide de se reporter à l'en-tête 2, qui nous donne immédiatement

$$31 \times 42 = 1302.$$

L'accroissement de rapidité serait encore bien plus grand, si l'on avait dû faire plusieurs divisions successives par 2 ou par 5.

Dans le cas où une différence se trouve terminée par un ou plusieurs zéros, il n'y a qu'à supprimer ces zéros et à opérer sur le nombre résultant, quitte à rétablir à la suite du quotient obtenu tous les zéros supprimés. Ainsi, soit à essayer la divisibilité par 43 du nombre 1506763. Le tableau 3 nous donne

$$43 \times 41 = 1763;$$

en retranchant 17 de 15067, il nous reste 15050. Supprimant le dernier zéro et nous reportant au tableau 5, nous y trouvons

$$43 \times 35 = 1505.$$

Le nombre proposé est donc divisible par 43, et nous obtenons le quotient complet par la juxtaposition des deux quotients 43 et 35, mais en mettant à la droite de ce dernier le zéro supprimé, ce qui nous donne 35043.

Les exemples donnés jusqu'ici montrent avec quelle rapidité et quelle commodité on peut analyser même de très grands nombres. Dans le dernier exemple notamment, on voit qu'une seule soustraction très brève a permis, sur un dividende supérieur à un 1 million de trouver un quotient de 5 chiffres. Tout le succès de l'opération

dépend donc ici de l'exactitude des tables, qui, pour être vraiment pratiques, ne doivent pas comporter la moindre erreur. Or il suffit d'en appeler aux calculateurs obligés de faire une longue série de calculs comme ceux qui sont nécessaires pour la construction des tables qui nous occupent, pour rappeler combien il est difficile d'éviter des erreurs même grossières et combien il est pénible et fastidieux de faire les vérifications nécessaires pour rectifier les erreurs qui ont pu se glisser dans les calculs sous une forme quelconque. C'est ce qui nous a amené d'une part à donner à notre table une forme particulière qui, outre une condensation plus grande, leur donne la commodité de construction et de vérification dont nous avons déjà parlé ; d'autre part à imaginer une forme particulière de calcul dont nous parlerons dans le paragraphe suivant.

Disposition des tables. — Après avoir modifié la construction des nos tables, ainsi que nous venons de l'expliquer, nous avons, comme dans notre précédent mémoire, réuni les multiples obtenus en tableaux portant en en-tête les groupes des deux derniers chiffres de chaque multiple. Nous avons ainsi 40 tableaux contenant chacun 40 produits, soit au total 1600 multiples. Ce nombre étant peu élevé, les vérifications n'étaient ni trop difficiles, ni trop longues ; mais lorsque nous avons voulu aborder la construction des tables de base 1000, nous nous sommes heurté à des difficultés vraiment considérables, car nous avions alors à construire 400 tableaux contenant chacun 400 produits, soit au total 160.000 produits à effectuer et à vérifier. Il s'imposait alors de chercher une disposition méthodique permettant de déduire de la façon la plus rapide et la plus commode possible la table de base 1000 de la table 100. C'est la disposition adoptée pour la table de base 1000 que nous avons appliquée à la table de base 100, sur la forme et le principe de laquelle nous allons donner les explications les plus indispensables.

La première colonne de chaque tableau ⁽¹⁾ contient l'indication des produits des 40 premiers nombres impairs de deux chiffres non terminés par 5 ; les seconds facteurs de ces produits sont incomplets et ne contiennent explicitement que le chiffre des unités : le chiffre des dizaines *remplacé par un point* peut être un des chiffres placés sur la même ligne horizontale en regard et à gauche de chacune des barres verticales. Quand on remplace le point par un de ces nombres, on obtient un produit qui, effectué, donne un nombre dont le dernier chiffre à droite commun à tous les produits contenus dans le même

(¹) Consulter la table numérique placée à la fin de ce Mémoire.

tableau est l'en-tête de ce tableau, dont le second chiffre est au-dessous de cet en-tête sur la première ligne horizontale un peu à droite de la barre verticale voisine du chiffre choisi, les deux autres chiffres étant à côté de ce chiffre, mais à droite de la barre verticale. Ainsi, en prenant dans le tableau 1 le premier facteur 43 et le chiffre 8 placé à gauche de la cinquième barre verticale, on devra lire

$$43 \times 87 \doteq 3741$$

Cette disposition très simple fournit un tableau à entrée multiple et permet de réunir dans un même cadre dix tableaux portant autrefois les en-tête 01, 11, 21, jusqu'à 91.

Le problème que nous nous sommes alors proposé de résoudre était celui-ci : *Etant donné le chiffre placé à gauche d'une barre verticale de rang quelconque et le produit correspondant dont le nombre des centaines est à droite de cette barre, tandis que le chiffre des dizaines est en tête de la même colonne verticale, trouver le chiffre placé à gauche de la barre immédiatement suivante et le nombre des centaines du nouveau produit.*

En d'autres termes, et pour le même premier facteur, trouver le second chiffre du second facteur et les centaines du produit correspondant, quand le nombre des dizaines augmente d'une unité.

Ainsi, dans le tableau 1, en prenant dans la ligne horizontale contenant le facteur 17 le chiffre 8 placé à gauche de la deuxième barre verticale, nous trouvons

$$17 \times 83 = 1411 ;$$

il s'agit alors de trouver les deux nombres placés sur la même ligne à droite et à gauche de la troisième barre verticale de façon à former le multiple de 17 terminé par 21.

Pour cela, désignons par d et u les chiffres de dizaines et d'unités du premier facteur qui doit rester fixe, par u' les unités fixes aussi du second facteur et pour d' le nombre des unités choisi ; nous avons l'identité

$$(10d + u)(10d' + u') = 100dd' + 10(du' + ud') + uu'.$$

Les centaines du second nombre peuvent provenir des deux premiers termes, et les dizaines, des deux derniers. Pour faire varier d'une unité le nombre des dizaines du produit, nous devons, d'après l'énoncé du problème, augmenter les dizaines d' du second facteur d'un certain nombre minimum de dizaines d'' , ce qui nous donnera :

$$(10d + u)\{10(d' + d'') + u'\} = 100(dd' + dd'') + 10(du' + ud' + ud'') + uu',$$

égalité dans laquelle les dizaines du second membre proviennent des deux derniers termes, les centaines pouvant encore provenir des

deux premiers termes. Cela exige que le terme ud'' contenu dans la deuxième parenthèse soit terminé par 1. Donc

pour	$u = 1$	on aura	$d'' = 1$
—	$u = 3$	—	$d'' = 7$
—	$u = 7$	—	$d'' = 3$
—	$u = 9$	—	$d'' = 9$.

Quant au nombre des centaines du produit, il augmente d'une part du nombre dd'' d'autre part des dizaines du produit ud'' . Ainsi, dans le cas de $u = 1$, comme on a aussi $d'' = 1$, il en résulte $ud'' = 1$, et par conséquent les centaines du produit augmentent simplement des dizaines d du premier facteur. Dans ce cas qui est le le plus simple, les nombres sont placés sur la même ligne horizontale à gauche de chaque barre verticale, tandis que les nombres placés à droite forment une progression arithmétique ayant pour raison le nombre des dizaines du premier facteur. Les résultats sont un peu moins simples pour les autres cas ; mais le calcul est toujours facile et suffisamment rapide. Il reste à ajouter que lorsque la forme $d' + d''$ atteindra ou dépassera 10, on devra, au lieu des valeurs positives trouvées pour d'' , les remplacer par les compléments à 10 de ces mêmes valeurs prises négativement.

Cette théorie, qui s'applique avec les modifications nécessaires aux tables de base 1000, permet de les construire plus rapidement et plus sûrement que par n'importe quel autre procédé. Par contre, elle est loin d'être indispensable à la construction de la table beaucoup plus courte de base 100 ; elle permet surtout un mode de présentation de cette dernière qui la rend, comme forme, absolument analogue à sa voisine et facilitera, quand il y aura lieu, le passage de l'une à l'autre sans hésitation et sans difficulté.

Mais nous allons trouver bientôt une application curieuse de la théorie précédente, et c'est principalement à cause de cette application que nous l'avons exposée.

Limite d'application de la table de base 100. — Quand on ne se décide pas à appliquer dans son intégrité la méthode d'Eratosthène qui fournirait par une recherche directe dans une série de listes de multiples les renseignements nécessaires relatifs à la composition d'un nombre donné, il faut, comme nous l'avons dit, en commençant, se résigner à faire les essais successifs qui s'imposent. La meilleure méthode est, sans contredit, celle qui rend ces essais aussi semblables que possible à la recherche dont nous parlons et permet d'opérer le plus rapidement, avec le minimum d'écritures et de calculs.

Or la table de base 100, malgré son extrême simplicité, satisfait certainement à ces conditions. D'abord, par sa construction et moyennant un très léger complément que nous lui adjoignons et sur lequel nous nous expliquerons, elle donne, pour ainsi dire par simple lecture, les renseignements relatifs à tous les nombres non supérieurs à 10.000. Pour les nombres jusqu'à un million, une seule soustraction très courte suffit toujours, et deux soustractions au plus conduisent jusqu'à cent millions. Mais là ne s'arrête pas la puissance de la table qui est, comme nous l'avons dit, et qui reste une table *ouverte*. Il est en effet possible, avec son aide, et moyennant des multiplications préalables très simples, d'y faire entrer tous les diviseurs premiers possibles, si grands qu'ils soient. En supposant qu'on ne veuille faire usage que des diviseurs premiers inférieurs à 10.000, on peut faire, à l'aide de deux soustractions au plus, l'analyse complète de tous les nombres jusqu'à cent millions. Mais en introduisant les diviseurs premiers supérieurs à 10.000, on peut analyser, toujours d'après la même méthode, tous les nombres possibles, si grands qu'ils soient. *La division se fait, ainsi que nous l'avons dit, à rebours, beaucoup plus rapidement que par la forme ordinaire de division, avec la détermination par groupes de deux des chiffres du quotient, en commençant par ceux de l'ordre le moins élevé, et cela sans ambiguïté, sans chevauchement de ces nombres les uns sur les autres, ainsi qu'il arrivait dans la méthode que nous avons précédemment exposée.*

La table de base 1000 présente une puissance ou plutôt une rapidité plus grande, car, renseignant directement sur les nombres non supérieurs à 100.000, elle permet d'un seul bond, c'est-à-dire par une seule soustraction, de s'élever jusqu'à cent millions. Mais, par contrepartie, elle présente l'inconvénient d'être beaucoup plus étendue que celle de base 100 et, par conséquent, beaucoup plus longue à feuilleter et à consulter. En outre, pour éviter dans le cours des essais les divisions par 2 et par 5, il faudrait faire les tableaux des nombres terminés par 2, 4, 6, 8 et 5, ce qui donne à la table une étendue plus que double. De toutes façons, la manipulation est rendue plus longue, en sorte que l'avantage de la table disparaît presque tout entier devant cet inconvénient. C'est pourquoi, malgré le nombre d'opérations un peu plus grand nécessaires pour atteindre les très grands nombres, la table de base 100 reste comme la seule vraiment pratique à tous les points de vue, y compris le point de vue économique, qui, dans ces questions, n'a jamais été dédaigné.

IV

Quel que soit le procédé employé, direct ou indirect, pour analyser les nombres, la nécessité de calculer des listes plus ou moins longues de multiples s'impose absolument. C'est ainsi que, dans la table de base 100, nous devons calculer 40 multiples de chacun des diviseurs employés et 400 dans les tables de base 1000. Ces opérations ne vont pas sans quelques difficultés ni longueurs, sans compter les chances d'erreur toujours trop nombreuses. En raison de cela, nous avons songé, pour nous faciliter le travail, à employer la méthode graphique. Cet essai nous a donné des résultats intéressants que nous allons faire connaître.

Principe de la méthode graphique de calcul. — La première nécessité qui s'impose est celle de faire correspondre à un nombre un élément géométrique, point ou droite, de façon que la connaissance de l'un des deux éléments, numérique ou géométrique, entraîne la détermination complète de l'autre. Le procédé que nous employons est le suivant. Nous partageons les nombres impairs non terminés par 5, seuls utiles pour nous à considérer, en quatre groupes d'après le chiffre de leurs unités 1, 3, 7, 9. Considérant alors les nombres d'un même groupe, ceux terminés par 1 par exemple, nous portons les dizaines en abscisses, et les centaines en ordonnées descendantes ; nous obtenons alors des cadres comprenant dix divisions horizontales et un nombre illimité de divisions verticales. Pour chacun des points de division on mène des parallèles aux axes de coordonnées, ce qui donne un quadrillage dont chaque point de rencontre des lignes verticales et horizontales correspond au nombre admettant pour dizaines l'abscisse de ce point et pour centaines l'ordonnée de ce même point. En augmentant indéfiniment la ligne verticale des ordonnées, on peut ainsi représenter dans un même cadre de longueur variable tous les nombres possibles terminés par 1.

On opère de la même manière pour les trois autres groupes de nombres terminés par 3, 7 et 9.

On peut encore, pour obtenir des cadres plus larges, ce qui ne présente que des avantages sans aucun inconvénient, compter en abscisses les dizaines jusqu'à 100, depuis 01 jusqu'à 99, et alors porter en ordonnées les mille du nombre. De la sorte un seul tableau contenant 100 divisions horizontales et 100 divisions verticales repré-

sente l'ensemble des nombres terminés par le même chiffre, 1 par exemple, depuis 1 jusqu'à 100.000, tandis qu'un cadre ne contenant que 10 divisions horizontales et 100 divisions verticales ne représente les mêmes nombres que jusqu'à 10.000.

Pour ne pas donner à nos figures explicatives une trop grande étendue, nous nous placerons dans le cas de dix divisions horizontales, ce qui ne change rien à la nature des résultats.

Cela étant, supposons que le produit d'un certain facteur fixe a composé de d dizaines et de u unités par un autre facteur b , susceptible de varier, mais contenant primitivement d' dizaines et u' unités soit un nombre N terminé par un certain chiffre, tel que 1, et contenant D dizaines et C centaines. Nous nous proposons, comme dans le problème antérieurement traité, de chercher le plus petit nombre de dizaines d'' qu'il faut ajouter aux dizaines d' du second facteur b pour que les dizaines du nouveau produit surpassent d'une unité les dizaines du produit précédent N ; nous nous proposons également de chercher la variation du nombre des centaines de ce même produit.

Nous n'avons pas à reproduire la solution qui a déjà été donnée ; nous n'avons qu'à rappeler et à compléter les résultats obtenus.

La première remarque à faire est celle-ci : le nombre de dizaines cherché d'' et l'augmentation du nombre C de centaines du produit N sont indépendants de la composition du facteur variable b et dépendent uniquement de celle du facteur fixe a . Il en résulte immédiatement cet autre fait que, si l'on résout plusieurs fois de suite le même problème en cherchant les multiples successifs du facteur a qui correspondent à une augmentation constante d'une unité dans le nombre des dizaines de ces multiples correspondant eux-mêmes à une variation minima constante d'' du nombre de dizaines du facteur variable b , le nombre total d'accroissement des centaines des produits N est proportionnel au nombre d'accroissements des dizaines de ces mêmes produits. D'où cette conclusion importante : *Les points qui correspondent à ces produits successifs N sont tous sur une même ligne droite*, et par conséquent la connaissance de deux de ces points suffit pour construire cette droite et connaître par suite, *sans effectuer de calculs*, tous les produits correspondant à ces points en ligne droite.

Les droites qui fournissent ces divers produits sont nécessairement limitées, et, dans le mode particulier que nous adoptons dans cette exposition, chacune d'elles correspond à un total de dix multiples du même facteur a et pas davantage. Or il est possible, étant donnée une de ces droites, d'en déduire toutes les autres.

Soit en effet C le nombre des centaines d'un de ces multiples N correspondant à un certain nombre de dizaines D ; pour obtenir un nouveau multiple N' dont le point représentatif soit sur la même verticale que le point représentatif du produit N , il suffit de faire varier le nombre des centaines de N , en laissant fixe le nombre de ses dizaines D . Le nombre de centaines C' qu'il faut ainsi ajouter à C doit être tel que le produit $100C'$ soit divisible par a , et comme par hypothèse, a est premier avec 100, il faut et il suffit que C' soit divisible par a . Donc, en ajoutant à C , ordonnée du point N , les multiples successifs de a , on obtiendra sur la verticale qui contient le point N autant de points qu'on voudra qui correspondront à des multiples du facteur a , et sur la même verticale il n'y en aura pas d'autres.

Dès lors, en menant par les divers points ainsi obtenus des parallèles à la droite contenant, entre autres multiples de a , le multiple N , chacune de ces droites, qui sont toutes parallèles et équidistantes, fournira dix nouveaux multiples de a .

Nous arrivons ainsi à cette nouvelle conclusion :

Tous les multiples du même facteur premier a , terminés par un même chiffre d'unités, correspondent à une série de points situés sur un réseau de droites parallèles et équidistantes.

On conçoit immédiatement l'importance capitale de ce résultat au point de vue du calcul des multiples successifs d'un nombre premier a . Des calculs, sinon difficiles, du moins fastidieux par leur interminable longueur, et sujets à de si nombreuses causes d'erreurs, sont remplacés par de simples tracés de lignes droites, pour lesquelles une exactitude parfaite ainsi qu'un parallélisme et une équidistance rigoureuse suffisent pour garantir l'exactitude des résultats obtenus. Nous avons ainsi la substitution complète du graphique au calcul, avec tous les avantages de cette substitution, avantages parmi lesquels il faut compter comme l'un des plus importants celui de fournir des résultats directement saisissables et comme tangibles. Un graphique parle aux yeux, tandis que les nombres sont muets et aveugles.

Pour compléter l'exposé de cette méthode graphique, nous rappellerons que, d'après notre analyse, deux points, c'est-à-dire deux multiples, suffisent pour la détermination d'une droite et par conséquent pour la construction complète du réseau de droites correspondant à un même diviseur a . Nous pouvons alors nous demander si le second point nécessaire ne peut pas être remplacé par une relation simple liant ses éléments, ou mieux ses coordonnées, au diviseur considéré. Nous savons déjà que l'abscisse du

point N' diffère d'une unité de celle du point N ; il nous suffirait donc de connaître la différence d'ordonnée de ces deux points, différence correspondant à la différence entre les nombres des centaines des deux nombres correspondants.

Nous n'avons pour cela qu'à nous reporter à la solution du problème déjà rappelé. Il a été trouvé que cette variation est égale au nombre dd' augmenté du nombre des dizaines du produit ud' . Plusieurs cas sont alors à distinguer suivant le nombre u des unités du diviseur a .

1^{er} cas : $u = 1$. — On a alors $d'' = 1$, d'où $ud'' = 1$, et $dd'' = d$. Par conséquent la variation cherchée est égale au nombre de dizaines du diviseur a .

Considérons par exemple le diviseur $a = 31$. D'après ce qui vient d'être trouvé, les ordonnées des points consécutifs correspondant aux multiples de 31, considérés, points qui se trouvent sur une même droite, ces ordonnées, disons-nous, diffèrent de 3 unités. Pour 71, elles diffèreraient de 7, et ainsi de suite.

2^e cas : $u = 3$. — On a alors $d'' = 7$, et par suite $dd'' = 7d$, $ud'' = 3 \times 7 = 21$. La variation cherchée s'obtient en augmentant de 2 unités le produit $7d$.

Ainsi pour $a = 47$, cette variation serait $4 \times 7 + 2 = 30$.

Comme on le voit, cette variation augmente rapidement avec le nombre des dizaines d du diviseur a . Or, il est possible, dans ce cas, d'obtenir un résultat plus simple.

Considérons en effet un premier multiple N de a dont le point représentatif se trouve sur une certaine verticale définie par le nombre de dizaines de N . Dans le voisinage de ce point, se trouvent sur la verticale de rang immédiatement supérieur deux points, l'un au-dessous, l'autre au-dessus du premier point. Le premier, c'est-à-dire celui qui est représentatif du multiple de l'ordre le plus élevé correspond à une variation positive de centaines de N , qui vient d'être calculée ; le second est au contraire représentatif d'un multiple d'ordre moins élevé que n'est N , et correspond par suite à une variation négative de centaines de N . Pour trouver la valeur de cette variation négative, nous rappellerons que, d'après ce qui a été dit, l'ordonnée de ce point le plus élevé diffère de a unités de l'ordonnée du point le plus bas. La variation négative cherchée a donc pour valeur

$$\begin{aligned} 7d + 2 - a &= 7d + 2 - (10d + 3) \\ &= -(3d + 1). \end{aligned}$$

La valeur absolue de cette variation s'obtient donc en augmentant d'une unité le produit par 3 des dizaines du diviseur a .

Il en résulte que le point le plus haut est plus voisin du point représentatif de N , et, par suite, il y a avantage à aller de bas en haut plutôt qu'à aller de haut en bas.

Donc, tandis que, dans le premier cas de $u = 1$, les droites de construction pour le calcul des multiples sont descendantes de gauche à droite, au contraire dans le cas de $u = 3$, il est plus avantageux de prendre ces droites ascendantes et toujours de gauche à droite.

On procéderait de la même manière pour les deux autres cas, et nous nous contentons de mentionner les résultats qui sont les suivants :

pour $u = 7$, la variation est positive et égale à $3d + 2$;

pour $u = 9$, la variation est négative, sa valeur absolue étant égale à $d + 1$.

Donc, sur quatre cas possibles, il y en a deux où les droites de construction sont descendantes, savoir $u = 1$ et $u = 7$; il y en a deux autres où elles sont ascendantes : ce sont les cas $u = 3$, $u = 9$. De toute façon, quel que soit le diviseur considéré, sa forme fait immédiatement connaître le point le plus voisin du point représentatif du premier multiple choisi N . Par conséquent, pour un diviseur donné et par suite de composition connue, le calcul direct d'un seul de ses multiples suffit pour la construction complète du réseau de droites destiné à fournir tous ses multiples.

Les résultats qui viennent d'être trouvés fournissent en définitive les coefficients angulaires positifs ou négatifs des droites correspondant aux divers diviseurs possibles. Il reste à savoir, si réciproquement, un coefficient angulaire de valeur numérique entière détermine le diviseur correspondant : c'est en effet la condition nécessaire pour que la substitution du graphique au calcul soit véritablement complète et n'exige avec elle aucune autre indication, même la plus simple.

Considérons pour cela les deux cas $u = 1, u = 7$, qui correspondent aux directions descendantes, et faisons choix d'un nombre terminé par 7; nous pouvons l'écrire sous la forme $10d + 7$, et nous savons que le coefficient angulaire des droites de construction des multiples de ce nombre ont un coefficient angulaire égal à $3d + 2$. Or le nombre $(3d + 2) \times 10 + 1$, terminé par 1, admet des droites de construction dont le coefficient angulaire égal lui aussi à $3d + 2$. Mais on remarquera que le nombre $(3d + 2) \times 10 + 1$ est

précisément le triple du nombre $10d + 7$, en sorte qu'il n'est pas premier. Donc, en s'en tenant uniquement aux diviseurs premiers, deux nombres terminés l'un par 7, l'autre par 1, admettent des droites de construction à coefficient angulaire différent, en sorte qu'il n'y a pas de confusion possible.

Dès lors si sur un graphique on voit une droite descendante de coefficient angulaire c , elle correspond toujours au nombre $10c + 1$. Toutefois si ce nombre est divisible par 3, on lui substitue le nombre $\frac{c-2}{3} \times 10 + 7$.

On verrait de la même manière que la confusion n'est pas possible entre les coefficients angulaires des droites ascendantes correspondant aux nombres terminés par 3 et par 9, et qu'une direction de coefficient angulaire c correspondrait toujours au nombre $(c-1) \times 10 + 9$. Toutefois, si ce nombre est divisible par 3, on lui substituera le nombre $\frac{c-1}{3} \times 10 + 3$.

Avantages de la méthode graphique. — Il est, nous semble-t-il, superflu d'insister sur les avantages considérables que présente la méthode graphique; nous les avons déjà, en quelques mots, signalés, et cette indication suffit déjà. Nous croyons cependant devoir dire encore que cette méthode paraît être la méthode la plus parfaite et la plus complète concernant la composition des nombres. Quand sur un cadre, ou une série de cadres dont le nombre et les dimensions correspondent aux limites qu'on s'est imposées, on a tracé les lignes de construction correspondant aux divers diviseurs premiers à utiliser, il suffit de jeter les yeux sur ce cadre pour être immédiatement renseigné sur tous les nombres qu'il peut contenir. 1° Quand, par un point représentatif d'un nombre ne passe aucune droite de construction, le nombre représenté est premier; 2° quand par un point passe une droite de construction, le nombre représenté admet pour diviseur le nombre premier correspondant au coefficient angulaire de cette droite, tel que nous avons appris à le calculer; 3° quand plusieurs droites de construction se croisent sur un même point, le nombre représenté par ce point admet pour diviseurs les nombres premiers correspondant aux directions de ces diverses droites.

La solution du problème est donc aussi complète que possible. Toutefois, si les avantages théoriques sont indiscutables, les tables graphiques ne sont pas sans présenter un certain nombre d'inconvénients pratiques. En premier lieu, elles pêcheront toujours par l'étendue en

surface qui devra être au moins aussi grande que pour les tables numériques. En second lieu, quand sur un même cadre on a tracé toutes les lignes de construction correspondant aux divers nombres premiers à employer, il en résulte une confusion qui ôte à la table sa clarté et rend la lecture parfois fort difficile. Enfin, quand on est obligé de faire entrer en ligne de compte des diviseurs premiers élevés, les lignes de construction, en se rapprochant de plus en plus de la verticale, deviennent extrêmement tendues, si bien qu'il devient fort difficile de les construire, surtout, si au lieu d'une feuille continue, on est obligé d'avoir, ce qui serait le cas ordinaire, une série de feuilles séparées. Et même, en supposant que cette construction reste encore possible, les points de rencontre d'une même droite de construction avec les verticales consécutives finissent par être tellement séparés qu'il y a la plus grande difficulté, même à suivre le tracé de la ligne.

Ces difficultés d'ordre pratique sont loin d'être négligeables, parce qu'elles se présentent inévitablement et de la façon la plus apparente, lorsqu'on veut atteindre les très grands nombres. Une table de 1 à 10.000 cesse déjà d'être claire, lorsqu'on veut tout introduire dans les mêmes quatre cadres. C'est pourquoi, au lieu de donner ici ces tables, nous nous contenterons, sur un premier cadre servant pour les nombres terminés par 1, de 1 à 10.000, de construire les droites correspondant aux diviseurs premiers 19 et 31 ; sur un autre cadre servant aux nombres terminés par 3, de construire les lignes correspondant aux diviseurs premiers 13 et 17 ⁽¹⁾.

Correspondance entre les tables numériques et les tables graphiques.

— C'est la longueur des opérations jointe à la difficulté de rectification des nombreuses erreurs toujours commises qui nous ont amené à la substitution au calcul de la méthode graphique, et l'étude de celle-ci nous a conduit aux propriétés intéressantes que nous venons de signaler. Toutefois, les deux méthodes, quoique différentes, ne doivent pas être étrangères l'une à l'autre. Il doit en être ici, comme en géométrie analytique, où l'analyse et la géométrie sont tellement combinées que chacune est l'interprétation de l'autre et qu'elles expriment toutes deux la même pensée dans des langages différents. C'est même cette connexité de pensée qui constitue tout l'intérêt de cette science complexe, car les deux procédés, analytique et géométrique, se suivent, se substituent et se mélangent tellement qu'on ne sait plus où l'un finit et où l'autre commence.

(¹) Voir les planches I et II à la suite du Mémoire.

Il est intéressant de rechercher s'il existe ici une pareille connexité ; car alors les deux procédés de calculs qui seraient la traduction l'un de l'autre, pourraient se prêter un mutuel appui.

Or, après tout ce que nous avons dit, la chose est pour ainsi dire évidente. Rappelons-nous que nous nous sommes préoccupé de donner à nos tables numériques une disposition telle que les multiples juxtaposés d'un même diviseur terminés par le même chiffre aient leurs dizaines croissant par unités, exactement comme dans les tables graphiques. Nous avons eu à résoudre pour cela le même problème fondamental, dont la solution nous a servi dans l'une et l'autre méthode. D'ailleurs les en-têtes de nos tables numériques et de nos cadres graphiques sont absolument identiques ; il n'y a de différence que dans la présence ou l'absence des ordonnées ; mais la ressemblance visuelle se manifeste encore que les multiples d'un même diviseur se trouvaient de part et d'autre sur une même ligne droite, ici inclinée et là horizontale.

Mais en dehors de ces caractères presque extérieurs, l'idée fondamentale qui relie les deux méthodes et les différencie est celle-ci : *Les tables graphiques sont destinées à fournir tous les multiples de tous les diviseurs employés, tandis que les tables numériques ne fournissent pour chaque diviseur que les plus petits parmi tous les multiples situés sur la même verticale, c'est-à-dire ayant le même nombre de dizaines.*

Or, il est facile de voir que, ainsi envisagées, les deux méthodes concourent au même but, et peuvent se substituer l'une à l'autre et se prêter un mutuel appui. Pour rendre la chose sensible, considérons par exemple le calcul par l'une et l'autre méthode des multiples de 17.

Dans la méthode graphique nous nous sommes préoccupé de relier par des lignes les multiples les plus voisins, et nous avons vu que toutes ces lignes sont des droites parallèles, toutes ici descendantes, dont l'ensemble forme tout le réseau correspondant à la totalité des multiples de 17 situés dans notre cadre ⁽¹⁾.

Au contraire dans nos tables numériques, avec la même préoccupation fondamentale de juxtaposer les multiples dont les dizaines diffèrent d'une unité, nous nous sommes imposé cette condition absolue de ne prendre que les multiples de 17 d'ordre inférieur à 100. Cela revient à dire que nous n'avons pris, sur chaque verticale, que le multiple le plus faible. Dans les tables numériques, ces

(1) Voir la planche II à la suite du Mémoire.

multiples, ou plus exactement les nombres de centaines de ces multiples sont inscrits sur la ligne horizontale en tête de laquelle se trouve le facteur 17, tandis que, sur les tables graphiques, ils se trouvent à des hauteurs différentes sur les verticales consécutives et non tous sur les mêmes lignes de construction. Or, faisons pour un instant abstraction de ces lignes tout en conservant les points représentatifs des multiples qu'elles ont servi à former. Nous pouvons, pour grouper ces points, procéder de la manière suivante : d'abord nous réunirons par des droites les multiples les plus faibles se trouvant sur les verticales consécutives, ce qui nous donne une ligne brisée, servant à traduire la ligne horizontale numérique sur laquelle sont inscrits les multiples de 17 de rang inférieur à 100. Nous remarquerons ensuite que, sur chaque verticale de la table graphique, les ordonnées des points figuratifs des multiples de 17 se succèdent de 17 en 17 ; nous pouvons alors considérer en premier lieu les points séparés respectivement de ceux déjà considérés et groupés par un premier intervalle de 17, et réunir par des droites les points consécutifs. Il est clair qu'en opérant ainsi, nous formons une seconde ligne brisée égale et parallèle à celle déjà construite. Nous pouvons continuer de même en descendant toujours de 17 en 17, et, par suite en vertu de ce nouveau mode de groupement, tous les multiples de 17 se trouveront répartis sur une série de lignes brisées parallèles et équidistantes. Les points considérés sont restés les mêmes, bien entendu ; seul le mode d'union, est différent et cela pour mettre le premier groupement en harmonie avec la table numérique et pour l'interpréter⁽¹⁾.

Mais alors, il sera facile de représenter numériquement tous les autres groupements graphiques, car il suffira, après avoir détaché de la table la ligne horizontale des nombres de centaines des multiples de 17, d'augmenter chacun de ces nombres d'une et plusieurs fois 17, pour former de nouvelles lignes horizontales qui seront les traductions numériques des lignes brisées successives que nous avons formées.

Nous obtiendrons ainsi, pour le tableau 3, les lignes suivantes :

(¹) Cette manière d'opérer a été appliquée, non pas au diviseur 17, mais au diviseur 23, dans la planche IV, pour les nombres terminés par 9. Le graphique de la planche III, relatif aux nombres terminés par 7, est analogue à celui de la planche IV, toujours pour le diviseur 23 ; mais il a été fait, à dessein, inexact, pour montrer que la règle suffit à mettre en évidence les erreurs qui peuvent se glisser dans les calculs faits graphiquement. Pour rétablir l'exactitude, il suffit de descendre d'un rang les points situés sur les neuf dernières verticales de la première ligne brisée.

3

17	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	10	15	03	08	13	01	06	11	16	04
	27	32	20	25	30	18	23	28	33	21
	44	49	37	42	47	35	40	45	50	38
	61	66	54	59	64	52	57	62	67	55
	78	83	71	76	81	69	74	79	84	72
	95		88	93	98	86	91	96		89

Ainsi complétée, la méthode numérique fournit exactement les mêmes résultats que la méthode graphique, et cela dans le même ordre et avec la même facilité de lecture, puisque les deux derniers chiffres des nombres sont mis en relief de la même manière. Par exemple, pour s'assurer si le nombre 4573 est ou non divisible par 3, il suffit, en isolant les deux derniers chiffres à droite, de chercher si le nombre restant à gauche, 45, se trouve dans la colonne verticale un peu à droite de laquelle se trouve en tête le nombre des dizaines 7 de ce nombre. Comme le nombre 45 figure dans cette ligne, la divisibilité a lieu ⁽¹⁾.

Au contraire, le nombre 5963 n'est pas divisible par 17, parce que le nombre des centaines 59 n'est pas dans la ligne verticale en tête de laquelle se trouve le nombre des dizaines 6 du nombre.

Or, il est manifeste que, au point de vue de la brièveté, tout l'avantage appartient à la méthode numérique qui prend ainsi sur la méthode graphique une revanche éclatante. L'avantage devient encore plus manifeste si l'on veut dépasser la limite 10.000 pour atteindre des limites plus élevées, et aussi quand on s'adresse à des diviseurs plus élevés : les tables graphiques exigent la manipulation de cadres de plus en plus nombreux, tandis que les tables numériques se contentent de l'addition de quelques nombres. Il est même en outre possible de simplifier encore au moins dans certains cas, le dispositif qui se rattache aux tables numériques.

Supposons par exemple qu'il s'agisse encore du diviseur 17 pour lequel nous avons pu former aussi simplement tous les multiples terminés par 3 et inférieurs à 10.000, et proposons-nous de former de la même manière les multiples de ce nombre inférieurs à la même limite, mais terminés par 1, 7, et 9. En principe il nous faudrait trois autres tableaux analogues au précédent. Or, si l'on remarque que la première ligne qui est extraite des tables ne contient que des nombres inférieurs à 17, il est clair que sur les 40 nombres qui se trouve-

⁽¹⁾ En se reportant à la planche II, on voit que le nombre 4573 se trouve sur une des lignes descendantes de divisibilité du nombre 17.

ront dans les premières lignes des quatre tableaux, un certain nombre se reproduiront et donneront par conséquent naissance aux mêmes lignes de verticales. Rien n'est plus simple que d'éviter ces répétitions ; il suffit pour cela de faire un tableau unique remplaçant les quatre tableaux, dans lequel on mettra en première ligne horizontale les nombres de 0 à 16, pour ajouter ensuite à chacun d'eux dans une même colonne verticale autant de fois qu'on voudra 17, jusqu'à atteindre 100 ou telle autre limite qu'on se fixera. En nous contentant de la limite 100 qui correspond pour les multiples complets à la limite 10.000, on a le tableau suivant :

17	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	1	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
	2	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	3	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
	4	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
	5	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99		

qui nous permettra de reconnaître instantanément par simple lecture si un nombre quelconque, 6341 par exemple, inférieur à 10.000 est divisible par 17. Il suffit de chercher dans le tableau 1 le multiple de 17 terminé par 41 ; on voit que ce nombre contient 12 centaines, et alors il n'y a plus qu'à chercher dans le tableau précédent si le nombre 63 de centaines du nombre proposé se trouve ou non dans la ligne verticale commençant par 12. Comme 63 s'y trouve en effet, le nombre 6341 est divisible par 17. Il est d'ailleurs facile de trouver instantanément le quotient de cette division : en effet, d'une part, le quotient correspondant au multiple 1241 fourni par le tableau 1 est 73 ; d'autre part, le nombre 63 se trouve dans la troisième ligne horizontale, ces lignes horizontales étant numérotées à partir de 0. Il en résulte que le quotient cherché est égal à 373.

C'est en raison de ce dispositif très simple qu'il est possible de reproduire pour chaque nombre premier inférieur à 100 que nous avons pu dire plus haut que la table de base 100 fournit, *presque à simple lecture*, tous les multiples inférieurs à 10.000. Il suffit pour cela de joindre une table accessoire contenant tous les tableaux analogues à celui que nous venons de former pour le diviseur 17. C'est ce que nous avons fait dans les tables accompagnant ces lignes, en écartant toutefois les diviseurs trop simples 3, 7 et 11.

Cela nous conduit à cette remarque qu'il serait possible de dépasser la limite 10.000 pour atteindre la limite plus élevée 100.000. Il suffit d'augmenter l'étendue de chacun des tableaux précédents, en faisant les additions jusqu'à 1000, et en introduisant tous les divi-

seurs premiers inférieurs à 1000. Cela augmentera sans doute assez notablement cette table accessoire, mais si l'on réfléchit qu'alors la table de base 100 ainsi complétée fournit immédiatement tous les multiples inférieurs à 100.000 de tous les diviseurs premiers, que par une seule soustraction on arrive à dix millions, et par deux soustractions jusqu'à un milliard, on se rendra compte qu'il n'est pas inutile de construire ce complément qui augmente si considérablement la puissance de la table.

Les mêmes tables accessoires peuvent être aux tables de base 1000. En poussant les additions seulement jusqu'à 100 pour les diviseurs premiers inférieurs à 100, ces tables fourniront directement par simple lecture tous les multiples inférieurs à 100.000. En poussant au contraire les additions jusqu'à 1000 pour les diviseurs inférieurs à 1000, on aura des tables d'une énorme puissance, puisque : 1° par simple lecture, elle donne les nombres jusqu'à 1 million ; 2° par une seule soustraction, elle permet d'arriver à 1 milliard ; 3° par deux soustractions, elle s'élève jusqu'à mille milliards ou 1 trillion. Est-il vraiment possible de résoudre plus simplement l'analyse des très grands nombres, et ces méthodes si simples n'équivalent-elles pas en réalité à des tables complètes de multiples ?

Quoi qu'il en soit, la supériorité, au point de vue simplicité et brièveté, des tables numériques sur les tables graphiques s'affirme dans toute sa netteté. Mais il n'en est pas moins vrai de dire que les deux méthodes restent intimement unies, puisque par l'une on a pu compléter l'autre, et que chacune exprime les mêmes résultats sous des formes différentes mais concordantes.

V.

Synthèse des tables numériques et graphiques. — Il est temps, semble-t-il, de mettre fin à cette longue exposition. Mais nous ne voulons pas terminer, sans formuler des conclusions qui ne seront qu'un retour à la pensée qui nous est chère et que nous avons formulée au début de ce mémoire, à savoir qu'il serait raisonnable et utile de dresser l'état-civil de tous les nombres inférieurs à des limites beaucoup plus élevées qu'on ne l'a fait jusqu'ici. Pourquoi ne cataloguerait-on les nombres, comme les étoiles, au moins jusqu'à cent millions, en indiquant pour chacun d'eux leur plus petit diviseur premier, et en donnant du même coup la table de tous les nombres premiers jusqu'à cent millions ?

Nous n'avons pas à parler ici des questions de temps et d'argent ; nous n'avons à nous occuper que de la question dominante de construction. Or il est manifeste qu'une des raisons, la plus importante certainement, qui s'oppose à la construction de la table rêvée, c'est la longueur de formation des multiples des nombres premiers successifs et la difficulté qu'il y a à replacer dans leur ordre naturel les divers multiples formés, sans être sûr de n'en avoir omis aucun. A ce point de vue, la double méthode, numérique et graphique, que nous venons d'exposer, nous fournit une manière commode de lever la difficulté.

En premier lieu, au lieu d'écrire tous les nombres jusqu'à cent millions, ce qui représente un premier et considérable travail, nous nous contenterons de construire des tableaux conformément au principe de notre méthode graphique, en ayant soin de classer les nombres d'après leur chiffre d'unités. En supposant que nous portions en abscisses les dizaines jusqu'à 100, et en ordonnées les mille également jusqu'à 100, nous aurons par la simple écriture de 200 nombres formé dans chaque tableau 10.000 points représentant autant de nombres. L'ensemble des 4 tableaux correspondant aux chiffres d'unités 1, 3, 7 et 9 représente les 40.000 nombres impairs, non terminés par 5, inférieurs à 100.000. Avec 400 tableaux pareils, on arrive à la représentation de tous les nombres utiles jusqu'à cent millions. Le travail, jusqu'ici, n'est pas considérable.

Nous ferons immédiatement cette simple remarque que, en déplaçant légèrement les nombre portés en abscisses, on fait correspondre à chaque nombre, non plus *un point*, mais *une case*, ce qui va nous être pour la suite plus commode.

Les nombres successifs étant ainsi représentés, nous formerons, par l'une ou l'autre des méthodes que nous venons d'exposer ou par la combinaison des deux, les multiples successifs des divers diviseurs premiers en commençant par les plus petits. Nous reportant alors pour chaque nombre formé à la case qui le représente, nous inscrirons dans cette case, au fur et à mesure de leur formation, le diviseur premier dont ils sont les multiples. En faisant ainsi, et en passant aux diviseurs premiers successifs, il arrivera souvent qu'on retrouvera un multiple déjà formé, ce qu'on reconnaîtra à un nombre déjà inscrit dans la case correspondante. On se dispensera, dans ce cas, d'écrire le nouveau diviseur, en sorte qu'un multiple commun à plusieurs diviseurs premiers ne portera que la marque de son plus petit diviseur.

Ce travail de formation et d'inscription des divers multiples sera

singulièrement facilité tant par les tables numériques que par les tables graphiques qui sont, nous l'avons vu, la traduction l'une de l'autre, et qui sont de plus en harmonie complète avec les tableaux qu'il s'agit de remplir. Les opérations se font donc méthodiquement et sûrement, et leur complète exécution n'est qu'une question, en principe insignifiante, de temps. Quand le travail sera en entier terminé, les cases vides correspondront aux nombres premiers.

Nous avons le devoir de mentionner que cette manière de faire si simple et si claire à laquelle nous avons été conduit par la suite logique de nos travaux sur cette question, a déjà été signalée par notre collègue, M. LAISANT, au congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences tenu à Marseille en 1901. Son mode de représentation des nombres est analogue au nôtre, avec la différence toutefois que les nombres ne sont pas groupés d'après leur dernier chiffre, ce qui l'oblige à conserver les nombres terminés par 5. M. LAISANT avait déjà fait remarquer que les multiples d'un même nombre, et particulièrement d'un nombre premier, forment une figure représentant « un quinconce formé de parallélogrammes régulièrement distribués sur le tableau » ⁽¹⁾, ce qui revient à dire que, dans la représentation par points, ces multiples sont disposés en lignes droites. Et M. LAISANT ajoutait : « Le procédé que nous « venons d'indiquer exigerait évidemment un certain temps et quelques dépenses matérielles ; mais il semble difficile d'en imaginer « un plus simple et qui donne prise à moins de chances d'erreurs. « Les seuls calculs à effectuer sont ceux qui concernent la construction des réseaux et nous en avons dès à présent préparé « les éléments de telle sorte que ces réseaux eux-mêmes pourraient « immédiatement être construits par une personne absolument « étrangère aux mathématiques.

« Nous joignons, disait-il en terminant, comme spécimen, « le type des réseaux des facteurs premiers 3, 7 et 49 » ⁽¹⁾.

Nous ne savons pas jusqu'à quelles limites M. LAISANT avait poussé son travail de préparation des réseaux ; mais ces réseaux ne sont au fond que les tables graphiques dont nous avons exposé le principe et les propriétés. Nous savons d'ailleurs que notre collègue a

(1) Mémoire de M. Laisant sur le congrès de Marseille (1901) et sur le congrès de Toulouse (1887).

complètement substitué à son idée de réseaux le mode de représentation par points et la construction des multiples par des lignes droites remplaçant ses quinconces.

Quoi qu'il en soit, nous nous autorisons de cette coïncidence d'idées avec un mathématicien de la valeur et de la notoriété de M. LAISANT pour insister avec lui sur la nécessité d'opérer comme nous le disons tous les deux. Et, pour ne pas nous contenter de prêcher de paroles, nous donnons l'exemple simple de construction, seul compatible avec ce mémoire, en appliquant cette méthode à la limite base 10.000, et en ne comptant que jusqu'à 40 les abscisses portées en dizaines, ce qui est en concordance avec nos tables numériques de base 100.

On reconnaîtra aisément la disposition rectiligne occupée par les diviseurs simples 3, 7, 11, 13, par exemple. Pour les diviseurs plus élevés, cette disposition devient moins évidente, d'abord à cause de la tension plus grande des lignes, en second lieu à cause de la suppression d'un grand nombre d'entr'eux, puisqu'on n'écrit pas un nouveau diviseur à côté d'un diviseur plus petit déjà inscrit.

Quant à la manière de se servir de ces nouvelles tables, elle se conçoit sans difficulté. Si, par exemple, on désire être renseigné sur les nombres 8 249 et 9 371, on se reporte au tableau à en-tête 9 pour le premier et à en-tête 1 pour le second. On détermine dans chacun de ces tableaux les cases correspondant à ces nombres d'après leurs abscisses ou dizaines respectives 4 et 7, et leurs ordonnées ou centaines 82 et 93. On trouve ainsi que le premier admet 73 pour plus petit diviseur, tandis que le second est premier.

Il est inutile d'insister davantage sur la commodité de pareilles tables, et nous terminerons en exprimant à nouveau le désir qu'on se décide à donner à la question des nombres premiers la seule solution rationnelle qu'elle comporte, savoir la construction de tables analogues et prolongées aussi loin que possible. En comptant les dizaines abscisses de 0 à 100, quatre volumes de 1 000 pages chacun renseigneraient immédiatement sur tous les nombres jusqu'à cent millions. Le résultat serait beaucoup plus important que tous ceux obtenus jusqu'à ce jour, et présenterait en outre une économie considérable de temps et de travail.

(1) *Loco citato*, pages 23-24.

pour décomposer les nombres en produits de facteurs premiers

3

1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
01X.1	0 00	1 00	2 00	3 00	4 00	5 00	6 00	7 00	8 00	9 00	01X.3	0 00	1 00	2 00	3 00	4 00	5 00	6 00	7 00	8 00	9 00	
03X.7	6 02	3 01	0 00	7 02	4 01	1 00	8 02	5 01	2 00	9 02	03X.9	0 00	7 02	4 01	1 00	8 02	5 01	2 00	9 02	6 01	3 00	
05X.3	8 08	7 05	0 00	3 02	6 04	9 06	2 01	5 03	8 05	4 00	07X.9	0 00	2 02	5 04	8 06	1 01	4 03	7 05	0 00	3 02	6 04	9 06
07X.9	4 08	7 07	6 06	5 05	4 04	3 03	2 02	1 01	0 00	9 18	09X.7	6 06	5 05	4 04	3 03	2 02	1 01	0 00	9 08	8 07	7 06	6 05
11X.1	9 10	0 00	1 01	2 02	3 03	4 04	5 05	6 06	7 07	8 08	13X.3	7 08	8 09	9 00	0 00	1 01	2 02	3 03	4 04	5 05	6 06	7 07
13X.3	7 10	4 06	1 02	8 11	5 07	2 03	9 00	6 08	3 04	0 00	17X.9	13X.1	3 04	0 00	7 09	4 05	1 01	8 10	5 03	2 02	9 11	6 07
17X.3	5 09	8 14	1 02	4 07	7 12	0 00	3 05	6 10	9 15	2 03	19X.7	17X.9	5 10	8 15	1 03	4 08	7 13	0 01	3 06	6 11	9 16	2 04
19X.9	7 15	6 13	5 11	4 09	3 07	2 05	1 03	0 01	9 18	8 16	23X.3	19X.7	3 07	2 05	1 03	0 01	9 18	8 16	7 14	6 12	5 10	4 08
21X.1	8 17	9 19	0 00	1 02	2 04	3 06	4 08	5 10	6 12	7 14	27X.9	23X.1	6 14	3 07	0 00	7 16	4 09	1 02	8 18	5 11	2 04	9 20
23X.7	8 20	5 13	2 06	9 22	6 15	3 08	0 01	7 17	4 10	1 03	29X.7	27X.9	8 24	4 13	7 21	0 02	3 10	6 18	9 26	2 07	5 15	8 21
27X.9	5 17	9 25	2 06	5 14	8 22	1 03	4 11	7 19	0 00	3 08	33X.1	29X.7	1 04	2 07	3 10	4 13	5 16	6 19	7 22	8 25	9 28	0 00
29X.9	6 20	5 23	9 28	0 00	1 03	2 06	3 09	4 12	5 15	2 08	37X.9	33X.1	9 30	6 20	3 10	0 00	7 23	4 13	4 03	8 26	5 16	2 06
31X.1	7 22	8 25	9 28	0 00	1 03	2 06	3 09	4 12	5 15	2 08	39X.7	37X.9	1 07	4 18	7 29	0 01	8 32	5 16	2 10	5 21	8 32	5 27
33X.7	9 32	6 22	3 12	6 23	9 34	2 08	5 19	8 30	1 04	4 15	43X.1	39X.7	7 30	6 26	5 22	4 18	2 10	1 06	0 02	9 37	8 33	7 29
37X.3	7 27	0 01	3 15	2 11	1 07	0 03	9 38	8 34	7 30	4 16	47X.9	43X.1	2 09	9 39	6 26	3 13	0 00	7 30	4 17	5 21	8 34	5 21
39X.9	5 23	4 19	3 15	2 11	1 07	0 03	9 38	8 34	7 30	4 16	51X.3	47X.9	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
41X.1	6 25	7 29	8 33	9 37	0 00	1 04	2 08	3 12	4 16	5 20	55X.9	51X.3	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
43X.7	0 03	7 33	4 20	1 07	8 37	5 24	2 11	9 41	6 28	3 15	59X.7	55X.9	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
47X.3	8 39	1 06	4 20	7 34	0 01	3 15	6 29	9 43	7 38	5 28	63X.1	59X.7	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
49X.9	4 24	3 19	2 14	1 09	0 04	9 46	0 00	1 05	2 10	3 15	67X.9	63X.1	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
53X.7	1 09	8 46	5 30	2 14	9 51	6 35	3 19	0 03	7 40	4 24	71X.3	67X.9	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
57X.3	3 53	2 13	5 30	8 47	1 07	4 24	7 44	0 01	5 34	4 28	75X.3	71X.3	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
59X.9	4 25	5 31	6 37	7 43	8 49	9 55	0 00	1 06	2 12	3 18	79X.7	75X.3	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
61X.1	4 25	5 31	6 37	7 43	8 49	9 55	0 00	1 06	2 12	3 18	83X.1	79X.7	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
63X.7	2 17	9 61	6 42	3 23	0 04	7 48	4 29	1 10	8 54	5 35	87X.9	83X.1	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
67X.3	0 02	3 22	6 42	9 62	2 15	5 35	8 55	1 08	4 28	7 48	91X.7	87X.9	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
69X.9	2 20	1 13	0 06	9 68	8 61	7 54	6 47	5 40	4 33	3 26	95X.3	91X.7	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
71X.1	3 22	4 20	5 36	6 43	7 50	8 57	9 64	0 00	1 07	2 14	99X.7	95X.3	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
73X.7	3 27	0 05	7 56	4 34	1 12	8 63	5 41	2 19	9 70	6 48	01X.3	99X.7	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
77X.3	3 10	4 33	7 56	0 02	3 25	6 48	9 71	2 17	5 40	8 63	03X.9	01X.3	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
79X.9	1 15	0 07	9 78	8 70	7 62	6 54	5 46	4 38	3 30	2 22	07X.9	03X.9	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
83X.1	2 17	3 25	4 33	5 41	6 49	7 57	8 65	9 73	0 00	1 08	09X.7	07X.9	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
87X.7	4 39	1 44	8 72	5 47	2 22	9 80	6 54	4 38	3 30	2 22	13X.3	09X.7	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
89X.9	3 20	5 46	8 72	1 11	4 37	7 63	0 02	3 28	6 54	9 80	17X.9	13X.3	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
91X.1	1 10	2 19	3 28	4 37	5 46	6 55	7 64	8 73	9 82	0 00	19X.7	17X.9	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
93X.7	5 53	2 25	9 90	6 62	3 34	0 06	7 71	4 43	1 15	8 80	23X.3	19X.7	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
97X.3	3 32	6 61	9 90	2 22	5 51	8 80	1 42	4 41	7 70	0 02	27X.9	23X.3	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08
99X.9	8 88	1 88	7 78	6 68	5 58	4 48	3 38	2 28	1 18	0 08	29X.7	27X.9	4 23	7 37	0 04	3 18	0 03	9 46	2 13	5 27	8 41	1 08

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01<.7	0100	2100	3100	4100	5100	6100	7100	8100	9100
03<.9	6102	0100	7102	4101	1100	8102	5101	2100	9102
07<.1	0100	6104	9106	2101	5103	8105	1100	4122	7104
09<.3	2102	1101	0100	9108	3104	5106	4103	3102	3102
11<.7	3104	4105	5106	6107	7108	8109	9110	0100	2102
13<.9	3105	0101	7110	4106	1102	5107	2103	9112	6108
17<.1	5112	0101	6110	9115	2103	3108	8113	1101	4106
19<.3	5110	4108	3106	2104	1103	9107	8115	7113	6111
21<.7	6114	7116	8118	9120	0101	1103	2105	4109	5111
23<.9	0102	7118	4111	1104	8120	5113	2106	6115	3108
27<.1	4141	7121	6118	5119	4112	3109	2106	8121	1102
29<.3	8124	7121	0103	6116	4114	2106	1103	0100	9126
31<.7	9130	0102	1105	2108	3111	5117	6120	7123	8126
33<.9	7126	4116	1106	8129	5119	2109	9132	3121	0102
37<.1	4104	4115	7126	0100	3111	6122	9133	2107	5118
39<.3	1105	4119	5123	6127	7131	8135	9139	0102	1106
41<.7	2141	3145	4149	5153	6157	7161	8165	9169	0103
43<.9	4121	1108	8138	5125	2112	9142	6129	3116	0103
47<.1	8138	4105	1106	0101	9145	8140	7135	6130	5125
49<.3	4121	3116	2111	1106	0101	9145	8140	7135	6130
51<.7	5129	6134	7139	8144	9149	0103	1108	2113	3118
53<.9	1110	8147	5131	2115	9152	6136	3120	0104	7141
57<.1	5129	8146	1106	4123	7140	0100	3117	6134	9151
59<.3	7143	6137	5131	4125	3119	2113	1107	0101	9154
61<.7	9153	9159	0104	1110	2116	3122	4128	5134	6140
63<.9	8156	5137	2118	9162	6143	3124	0105	7149	4130
67<.1	2114	5134	8154	1107	4127	7147	0100	3120	6140
69<.3	0102	9164	8157	7150	6143	5136	4129	3122	2115
71<.7	4112	2119	3126	4133	5140	6147	7154	8161	9168
73<.9	5143	2121	9172	6150	3128	0106	7157	4135	1113
77<.1	9170	2116	5139	8162	1108	4131	7154	0100	3123
79<.3	3126	4118	1110	0102	9173	8165	7157	6149	5141
81<.7	3128	5146	6154	7162	8170	9178	0105	1115	8173
83<.9	2124	9182	6157	3132	0107	7165	4140	1115	8173
87<.1	6153	9179	2118	5144	8170	1109	4135	7161	0100
89<.3	6156	5147	4138	3129	2120	1111	0102	9182	8173
91<.7	7170	8179	9188	0106	1115	2124	3133	4151	6160
93<.9	9192	6164	3136	0108	7173	4145	1117	8182	5154
97<.1	3130	6159	9188	2120	5149	8178	1110	4139	7168
99<.3	9192	8182	7172	6162	4142	3132	2122	1112	0102

04	01	00	100	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
04	01	00	100	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
03	03	04	301	0	00	1	00	702	401	100	802	501	200	900
07	07	06	806	1	01	403	705	000	302	604	503	805	100	002
09	09	08	707	606	505	404	303	202	101	000	908	807	706	405
41	42	809	910	000	101	202	303	404	505	606	707	808	909	505
13	14	507	203	608	304	000	709	405	101	507	203	608	304	803
47	48	601	306	611	916	204	509	814	100	402	904	508	813	304
19	18	511	409	307	205	103	001	418	816	714	612	510	408	204
21	22	613	715	817	919	000	102	204	306	408	510	612	715	813
23	24	717	410	103	819	512	614	307	000	409	511	613	715	813
27	28	207	515	823	412	720	001	921	614	307	000	409	511	612
29	30	311	208	105	002	928	825	722	619	516	413	310	207	824
31	32	413	516	619	722	825	928	000	403	206	309	413	516	622
33	34	931	621	311	001	724	414	104	827	517	207	310	415	105
37	38	417	728	002	313	624	935	209	520	834	105	208	314	622
39	40	107	003	938	834	730	626	522	418	314	210	104	415	105
41	42	209	313	417	521	625	729	833	937	001	406	002	937	833
43	44	106	836	523	210	940	627	314	001	406	002	937	833	834
47	48	631	945	212	526	840	107	421	735	002	316	419	733	000
49	50	948	843	738	633	528	423	318	213	408	003	419	733	000
51	52	001	106	211	316	421	526	631	736	841	946	107	212	422
53	54	318	002	739	423	107	844	528	212	949	633	741	423	527
57	58	849	109	426	743	003	320	637	954	214	531	846	530	214
59	60	746	640	534	428	322	216	110	004	957	851	539	846	106
61	62	850	956	001	407	213	319	425	534	637	743	539	846	106
63	64	534	215	959	640	321	002	746	427	108	852	637	846	106
67	68	004	324	644	964	429	537	857	110	430	750	637	846	106
69	70	440	433	326	219	112	005	967	860	753	646	637	846	106
71	72	644	751	858	965	001	408	215	322	429	536	637	846	106
73	74	754	432	110	861	539	217	968	646	324	002	637	846	106
77	78	230	543	866	112	435	758	004	327	650	973	637	846	106
79	80	330	222	114	006	977	869	761	653	544	437	637	846	106
81	82	434	653	978	866	974	001	109	217	325	419	637	846	106
83	84	978	766	328	003	761	436	111	869	544	219	637	846	106
87	88	440	760	005	331	657	983	222	548	874	113	637	846	106
89	90	116	007	987	878	769	660	551	442	333	224	637	846	106
91	92	220	329	438	547	656	765	874	983	001	410	637	846	106
93	94	413	878	550	222	987	659	331	003	768	440	637	846	106
97	98	664	993	225	554	883	115	444	773	005	334	637	846	106
99	00	997	887	777	667	557	447	337	227	117	007	637	846	106

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
02×.5	0 00	1 00	2 00	3 00	4 00	5 00	6 00	7 00	8 00	9 00
03×.5	3 01	0 00	7 02	4 01	1 00	8 02	5 01	2 00	9 02	6 01
07×.5	1 04	4 03	7 05	0 00	3 02	6 04	9 06	2 01	5 03	8 05
09×.5	4 04	3 03	2 02	1 01	0 00	9 08	8 07	7 06	6 05	5 04
11×.5	5 06	6 07	7 08	8 09	9 10	0 00	1 01	2 02	3 03	4 04
13×.5	8 11	5 07	2 03	9 12	6 08	3 04	0 00	7 09	4 05	1 01
17×.5	6 11	9 16	2 04	5 09	8 14	1 02	4 07	7 12	0 00	3 05
19×.5	9 18	8 16	7 14	6 12	5 10	4 08	3 06	2 04	1 02	0 00
21×.5	0 01	1 03	2 05	3 07	4 09	5 11	6 13	7 15	8 17	9 19
23×.5	3 08	0 01	7 17	4 10	1 03	8 19	5 12	2 05	9 21	6 14
27×.5	1 04	4 12	7 20	0 01	3 09	6 17	9 25	2 06	5 14	8 22
29×.5	4 13	3 10	2 07	1 04	0 01	9 27	8 24	7 21	6 18	5 15
31×.5	5 17	6 20	7 23	8 26	9 29	0 01	1 04	2 07	3 10	4 13
33×.5	8 28	5 18	2 08	9 31	6 21	3 11	0 01	7 24	4 14	1 04
37×.5	6 24	9 35	2 09	5 20	8 31	1 05	4 16	7 27	0 01	3 12
39×.5	9 37	8 33	7 29	6 25	5 21	4 17	3 13	2 09	1 05	0 01
41×.5	0 02	1 06	2 10	3 14	4 18	5 22	6 26	7 30	8 34	9 38
43×.5	3 15	0 02	7 32	4 19	1 06	8 36	5 23	2 10	9 40	6 27
47×.5	1 07	4 21	7 35	0 02	3 16	6 30	9 44	2 11	5 25	8 39
49×.5	4 22	3 17	2 12	1 07	0 02	9 46	8 41	7 36	6 31	5 26
51×.5	5 28	6 33	7 38	8 43	9 48	0 02	1 07	2 12	3 17	4 22
53×.5	8 45	5 29	2 13	9 50	6 34	3 18	0 02	7 39	4 23	1 07
57×.5	6 37	9 54	2 14	5 31	8 48	1 08	4 25	7 42	0 02	3 19
59×.5	9 56	8 50	7 44	6 38	5 32	4 26	3 20	2 14	1 08	0 02
61×.5	0 03	1 09	2 15	3 21	4 27	5 33	6 39	7 45	8 51	9 57
63×.5	3 22	0 03	7 47	4 28	1 09	8 53	5 34	2 15	9 59	6 40
67×.5	1 10	4 30	7 50	0 03	3 23	6 43	9 63	2 16	5 36	8 56
69×.5	4 31	3 24	2 17	1 10	0 03	9 65	8 58	7 51	6 44	5 37
71×.5	5 39	6 46	7 53	8 60	9 67	0 03	1 10	2 17	3 24	4 31
73×.5	8 62	5 40	2 18	9 69	6 47	3 25	0 03	7 54	4 32	1 10
77×.5	6 50	9 73	2 19	5 42	8 65	1 11	4 34	7 57	0 03	3 26
79×.5	9 75	8 67	7 59	6 51	5 43	4 35	3 27	2 19	1 11	0 03
81×.5	0 04	1 12	2 20	3 28	4 36	5 44	6 52	7 60	8 68	9 76
83×.5	3 29	0 04	7 62	4 37	1 12	8 70	5 45	2 20	9 78	6 53
87×.5	1 13	4 39	7 65	0 04	3 30	6 56	9 82	2 21	5 47	8 73
89×.5	4 40	3 31	2 22	1 13	0 04	9 84	8 75	7 66	6 57	5 48
91×.5	5 50	6 59	7 68	8 77	9 86	0 04	1 13	2 22	3 31	4 40
93×.5	8 79	5 51	2 23	9 88	6 60	3 32	0 04	7 69	4 41	1 13
97×.5	6 63	9 92	2 24	5 53	8 82	1 14	4 43	7 72	0 04	3 33
99×.5	9 94	8 84	7 74	6 64	5 54	4 44	3 34	2 24	1 14	0 04
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

13

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 1 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22
 2 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35
 3 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48
 4 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61
 5 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74
 6 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87
 7 91 92 93 94 95 96 97 98 99

10 11 12
 1 23 24 25
 2 36 37 38
 3 49 50 51
 4 62 63 64
 5 75 76 77
 6 88 89 90

17

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 1 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26
 2 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43
 3 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60
 4 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77
 5 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94

10 11 12 13 14 15 16
 1 27 28 29 30 31 32 33
 2 44 45 46 47 48 49 50
 3 61 62 63 64 65 66 67
 4 78 79 80 81 82 83 84
 5 95 96 97 98 99

19

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 1 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28
 2 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47
 3 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66
 4 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85
 5 95 96 97 98 99

10 11 12 13 14 15 16 17 18
 1 29 30 31 32 33 34 35 36 37
 2 48 49 50 51 52 53 54 55 56
 3 67 68 69 70 71 72 73 74 75
 4 86 87 88 89 90 91 92 93 94

23

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 1 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32
 2 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55
 3 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78
 4 92 93 94 95 96 97 98 99

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
 1 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42
 2 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65
 3 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88

20 21 22
 1 43 44 45
 2 66 67 68
 3 89 90 91

29

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 1 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38
 2 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67
 3 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
 1 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48
 2 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77
 3 97 98 99

20 21 22 23 24 25 26 27 28
 1 49 50 51 52 53 54 55 56 57
 2 78 79 80 81 82 83 84 85 86

31

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 1 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
 2 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71
 3 93 94 95 96 97 98 99

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
 1 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
 2 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
 1 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60
 2 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91

30
 1 61
 2 92

37

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 1 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46
 2 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
 1 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56
 2 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
 1 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66
 2 94 95 96 97 98 99

30 31 32 33 34 35 36
 1 67 68 69 70 71 72 73

41

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 1 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
 2 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
 1 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60
 2 92 93 94 95 96 97 98 99

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
 1 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70

30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
 1 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81

43

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 1 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52
 2 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
 1 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62
 2 96 97 98 99

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
 1 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72

30 31 32 33 34 35 36 37 38 39
 1 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82

40 41 42
 1 83 84 85

COMPLÉMENTAIRE

47

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
7 48 49 50 51 52 53 54 55 56
4 95 96 97 98 99

0 11 12 13 14 15 16 17 18 19
7 58 59 60 61 62 63 64 65 66

0 21 22 23 24 25 26 27 28 29
7 68 69 70 71 72 73 74 75 76

0 31 32 33 34 35 36 37 38 39
7 78 79 80 81 82 83 84 85 86

0 41 42 43 44 45 46
7 88 89 90 91 92 93

53

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
3 54 55 56 57 58 59 60 61 62

0 11 12 13 14 15 16 17 18 19
3 64 65 66 67 68 69 70 71 72

0 21 22 23 24 25 26 27 28 29
3 74 75 76 77 78 79 80 81 82

0 31 32 33 34 35 36 37 38 39
3 84 85 86 87 88 89 90 91 92

0 41 42 43 44 45 46
3 94 95 96 97 98 99

59

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
9 60 61 62 63 64 65 66 67 68

0 11 12 13 14 15 16 17 18 19
9 70 71 72 73 74 75 76 77 78

0 21 22 23 24 25 26 27 28 29
9 80 81 82 83 84 85 86 87 88

0 31 32 33 34 35 36 37 38 39
9 90 91 92 93 94 95 96 97 98

61

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
1 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90

30 31 32 33 34 35 36 37 38
1 91 92 93 94 95 96 97 98 99

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
1 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96

30 31 32
1 97 98 99

67

71

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90

20 21 22 23 24 25 26 27 28
1 91 92 93 94 95 96 97 98 99

73

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92

20 21 22 23 24 25 26
1 93 94 95 96 97 98 99

79

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98

20
1 99

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92

10 11 12 13 14 15 16
1 93 94 95 96 97 98 99

83

89

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98

40
1 99

97

0 1 2
1 97 98 99

Sur le *Peripatus brasiliensis* Bouv.

Par M. E.-I. BOUVIER

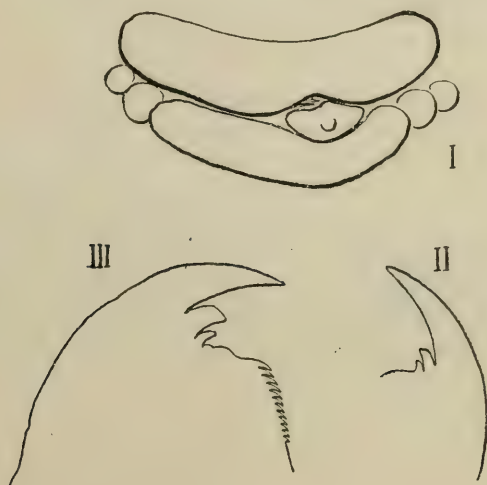
M. F. Jeffrey Bell vient de me soumettre un Péripate femelle récemment acquis par le British Museum et capturé à Mérida (Vénézuéla) par 1500 mètres d'altitude (M. Rosenberg coll.).

Cet exemplaire parfaitement conservé et relativement frais mesure 44 mm. de longueur. Au premier abord, on voit qu'il se rapproche beaucoup du *P. brasiliensis*, mais il en diffère extérieurement par quelques caractères : sa ligne axiale brune ne présente pas de dilatations segmentaires entourées de zones rhombiques, ses téguments dorsaux sont piquetés de petites taches claires dues à des papilles principales faiblement colorées et d'ailleurs assez rares, enfin quelques-uns de ses plis sont incomplets, mais fort allongés et en conjonction à une très faible distance au-dessus de la base des pattes.

J'ai déjà observé des plis incomplets dans quelques représentants typiques du *P. brasiliensis* (Voir *Monographie des Onychophores*, 1^{re} partie, p. 272), mais avec une fréquence un peu moins grande. Etant donné ce caractère et ceux relatifs à la coloration, je crus d'abord que le spécimen de Mérida appartenait à une espèce nouvelle très voisine du *P. brasiliensis*, et je résolus d'en faire l'anatomie pour mettre en évidence ses autres traits distinctifs.

Les résultats de cette étude ont fait mieux que confirmer les affinités du spécimen, il m'ont donné la preuve que celui-ci est, en réalité, un représentant du *P. brasiliensis*. Les tubercules urinaires (Fig. I) présentent les mêmes rapports, les ovaires et leurs funicules occupent la même place, les glandes salivaires se prolongent de même jusqu'au niveau de l'orifice génital et leurs réservoirs jusqu'au niveau des pattes II-III ; bref, il y a identité à absolue pour les caractères anatomiques essentiels. J'ajoute que dans cet exemplaire comme dans ceux du Brésil, les organes frontaux ne sont pas différenciés, et que le 4^e arceau des soles a un développement beaucoup moindre que le précédent. Les mandibules sont identiques à celles du *P. brasiliensis*, mais chacune de leurs lames (Fig. II et III) présente deux dents accessoires, et la scie des lames internes porte 12 denticules au lieu de 11. Ces

deux différences sont bien minimes, d'autant que chez les exemplaires brésiliens on observe parfois une seconde dent accessoire sur les lames



internes. Et d'ailleurs, il convient d'observer que mes recherches se limitent aux mandibules du côté droit seulement.

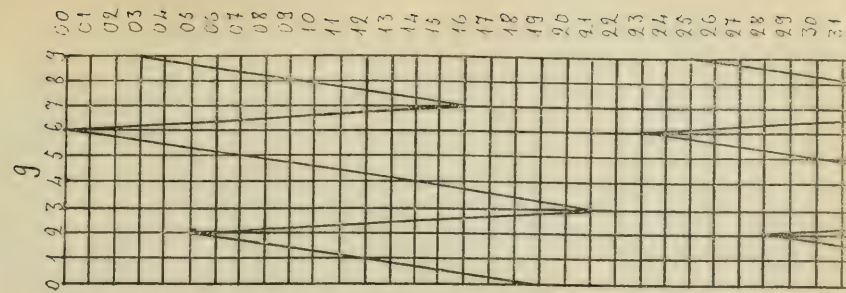
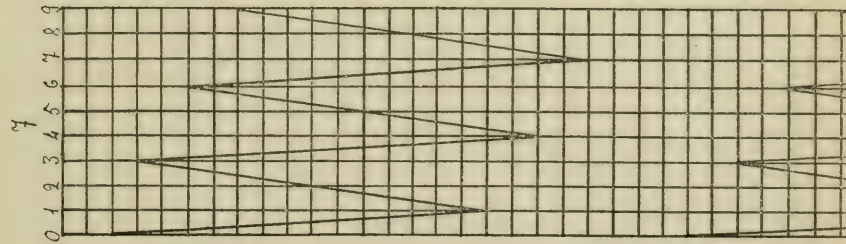
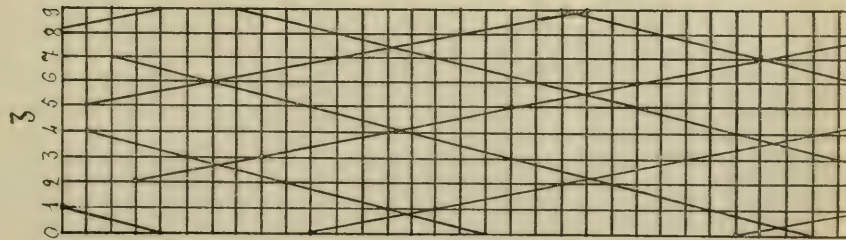
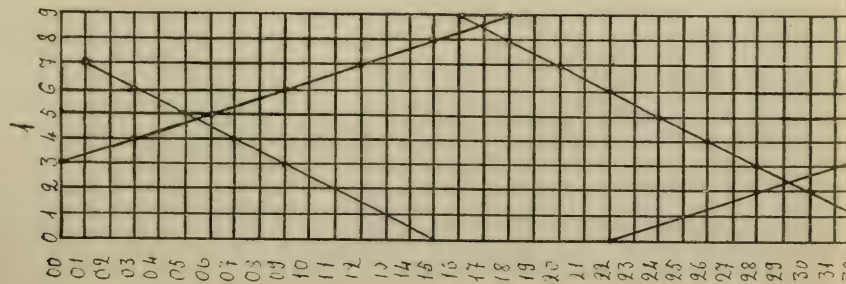
Les pattes sont au nombre de 31 paires, mais il y en avait 32 dans un fœtus femelle sur le point de naître. On sait que les représentants normaux de l'espèce présentent 31 ou 32 paires de pattes, du moins chez les femelles. Les plis du fœtus sont disposés comme ceux de l'adulte, mais rarement incomplets, ils ont également un semis de papilles claires.

Ainsi l'exemplaire de Mérida présente tous les caractères essentiels du *P. brasiliensis* et doit être considéré comme un représentant de cette espèce. A cause de sa coloration assez différente (semis de papilles claires, pas de losanges dorsaux), on pourrait peut-être le considérer comme type d'une variété locale, si des variations tout à fait analogues, n'avaient été signalées dans d'autres espèces (disparition des losanges dans le *P. Trinitatis* Sedgw., apparition de papilles claires dans le *P. Simoni* Bouv. et le *P. Edwardsi* Blanch.). Dans la « Monographie des Onychophores », j'ai rapporté à la même espèce une femelle trouvée à San-Pablo (Panama); mais comme cette détermination avait été faite sans examen anatomique, et comme le *P. brasiliensis* n'était connu alors que dans la région inférieure de l'Amazonie, on pouvait se demander à bon droit si l'identification

avait été correcte. Il me semble que ce doute ne saurait plus subsister aujourd'hui ; le *P. brasiliensis* a une extension géographique au moins égale à celle du *P. Edwardsi*, puisqu'on le connaît maintenant à Santarem sur l'Amazone (localité typique), à Mérida dans la montagne vénézuélienne, et comme je l'ai dit plus haut, dans la région de Panama.

En dehors de son résultat spécial, qui est de fixer la distribution géographique d'une espèce, la présente note me paraît montrer, d'une manière frappante, comment il convient de procéder à la détermination des Péripates. Les caractères morphologiques extérieurs permettent de fixer l'identité spécifique d'un exemplaire (surtout ceux relatifs aux plis, à la disposition des papilles et au nombre des appendices), mais il convient d'asseoir la détermination sur des bases rigoureuses en la corroborant par une étude anatomique (rapports des tubercules urinaires, des glandes génitales et des glandes salivaires avec leurs réservoirs).

MODÈLES DE TABLES GRAPHIQUES DE DIVISIBILITÉ



MODÈLES DE TABLES GRAPHIQUES DE DIVISIBILITÉ

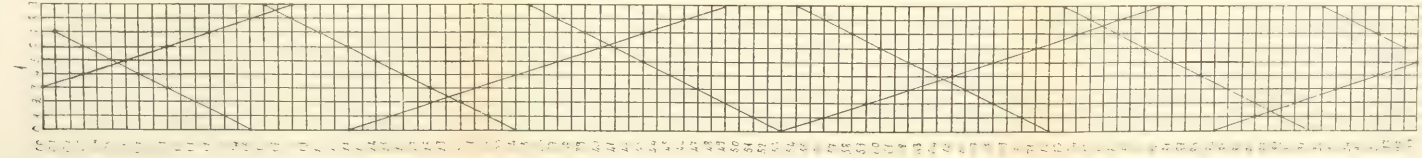


Fig. 1
Modèle de tableau graphique de divisibilité
pour les nombres de 0 à 9.

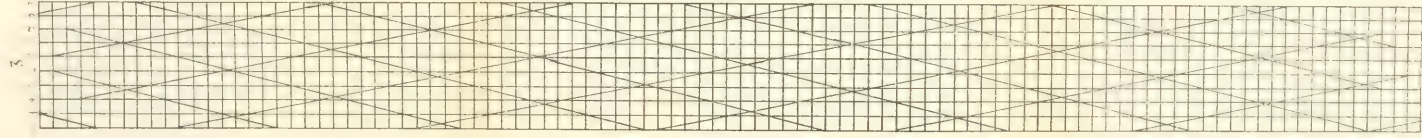


Fig. 2
Modèle de tableau graphique de divisibilité
pour les nombres de 0 à 9.

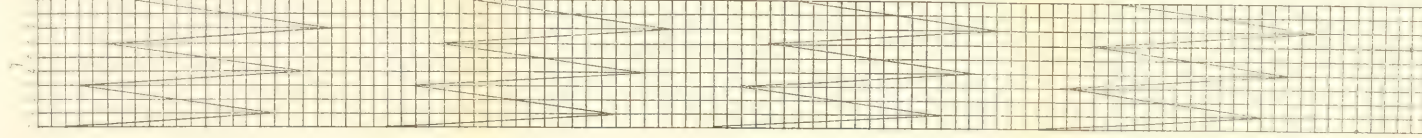


Fig. 3
Modèle de tableau graphique de divisibilité
pour les nombres de 0 à 9.

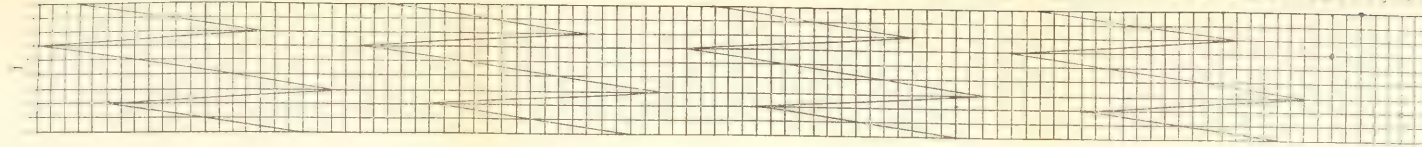


Fig. 4
Modèle de tableau graphique de divisibilité
pour les nombres de 0 à 9.

TABLE DES NOMBRES DE 1 A 10.000

avec l'indication de leur plus petit diviseur premier, α et β exemples,

CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
CC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64																																				

ÉTUDE ET AMITIÉ

LISTE DES MEMBRES

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

Fondée en 1788

État de la Société en Mai 1908

PREMIÈRE SECTION. — SCIENCES MATHÉMATIQUES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1859. (12 fév.) LÉVY (Maurice), M.I., P.C.F., 15, avenue du Trocadéro.
 1860. (2 juin) HATON DE LA GOUPILLIÈRE (J.-Napoléon), M. I., 56, rue de Vaugirard.
 1861. (13 avril) TISSOT (Nic.-Aug.), E.E.P., à Voreppe (Isère).
 1863. (28 mars) ROUCHÉ (Eugène), M.I., 213, boulevard Saint-Germain.
 1871. (23 déc.) COLLIGNON (Édouard), 6, rue de Seine.
 — id. DARBOUX (Gaston), M.I., (Secrétaire perpétuel), Doyen
 Hon. F.S., 36, rue Gay-Lussac.
 1872. (27 janv.) JORDAN (Camille), M.I., P.E.P., P.C.F., 48, rue de
 Varennes.
 1875. (26 juin) FOURET (Georges), E.E.P., 4, avenue Carnot.
 1876. (23 déc.) PICQUET (Henri), E.E.P., 4, rue Monsieur-le-Prince.
 — id. ANDRÉ (Désiré), P.H., 70 bis, rue Bonaparte.
 1878. (26 janv.) LEAUTÉ, (M.I., 20, boulevard de Courcelles.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1878. (9 fév.) LAISANT, E.E.P., 462, avenue Victor-Hugo.
 — id. TANNERY, Dir. des Sc. E.N., 45, rue d'Ulm.

1881. (11 fév.) C. DE POLIGNAC, Radmannsdorf. Carniole (Autriche).
 — id. HUMBERT (Georges), M.I., 10, rue d'Aubigny.
 — (12 nov.) CHEMIN, P.P., C., 33, avenue Montaigne.
 1884. (3 nov.) LÉVY (Lucien), E.E.P., 12, rue du Regard.
 1887. (17 déc.) KOENIGS, P.F. S., 101, boulevard Arago.
 1892. (26 janv.) BIOCHE, Prof. Louis-le-G., 56, rue N.-D.-des-Champs.
 1900. (10 mars) LEAU, Prof. Stanislas, 6, rue Vavin.
 — (22 déc.) LE ROY, Prof. Stanislas, 27, rue N.-D.-des-Champs.
 1902. (27 juin) DESCHAMPS, 14, rue Sarrette.
 1902. (13 déc.) GRÉVY, Prof. Saint-Louis, 62, rue Saint-Placide.
 1904. (20 nov.) PERRIN R., I.G.M., 80, rue de Grenelle.
 1905. (14 janv.) MAILLET, I.P.C. 11, rue de Fontenay, à Bourg-la-Reine (Seine).
 1905. (27 mai) SERVANT, Chef de travaux F.S., 8, rue des Saints-Pères, Paris.
 1906. (24 fév.) LEBON (Ernest), Prof. Hon., 4 bis, rue des Ecoles.
 1906. (12 mai) TARRY (Gaston), 177, Bd. Pereire.
 — (8 déc.) FATOU, astronome adjoint à l'Observatoire, 172, Boulevard du Montparnasse.
 — (22 déc.) HENRI (Victor), M. C. (Htes-Études), 13 rue du Val-de-Grâce.
 1907. (11 mai) CHAPELON (J.-J.), I. au Corps des M., Ecole des Mines.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1903. (28 mars) Lieutenant-Colonel du Génie BROCARD, 75, rue des Ducs, Bar-le-Duc.
 1905. (11 fév.) BERDON Louis, 39, Cadogan Street, Londres. S. W.
 1906. (25 juin) GUCCIA, Palerme.
 1907. (9 fév.) DEMOULIN, Prof. F.S., 10, rue Joseph-Plateau, Gand.

DEUXIÈME SECTION. — SCIENCES PHYSIQUES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1861. (25 mai) GAUDRY (Albert) M.I., P. H. M., 7 bis, rue des Saints-Pères.
 1862. (10 juill.) TROOST (Louis), M.I., P.H.F.S., 84, rue Bonaparte.

1863. (18 juill.) GRANDEAU (Louis), I.G.A., 4, avenue de la Bourdonnais.
1864. (31 janv.) WOLF (Charles), M.I., P.F.S., 1, rue des Feuillantines.
1872. (22 juin) GERNEZ (Désiré), P.E.N., 80, rue d'Assas.
1873. (12 avril) FRON, Météorologiste tit., 19, rue de Sèvres.
1874. (23 mai) BRANLY, Prof. Inst. Catholique, 21, av. de Tourville.
1875. (10 avril) CAILLETET, M.I., 75, boulevard Saint-Michel.
1876. (27 mai) BOUTY, P.F.S., 9, rue du Val-de-Grâce.
1877. (24 fév.) LIPPMANN (Gabriel), M.I., P.F.S., 10, rue de l'Eperon.
1880. (13 nov.) PELLAT (Henri), P.F.S., 23, avenue de l'Observatoire.
- (27 nov.) BECQUEREL (H.), M.I., P.M., 6, rue Dumont-Durville.
1882. (11 fév.) COCHIN, député, 53, rue de Babylone.
1884. (9 avril) BOURGEOIS (Léon), A.M., 1, boulevard Henry IV.
1886. (17 avril) BORDET (Lucien), 181, boulevard Saint-Germain.
1887. (9 juillet) VALLOT (Joseph), Dir. de l'Obs. du Mont-Blanc, 114, avenue des Champs-Élysées.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1901. (26 janv.) VINCENT, Prof. St-Louis, 207, rue de Vaugirard.
- (14 déc.) BENOIST, Profess. Henri IV, 26, rue des Ecoles.
- (28 déc.) DONGIER, Météor. tit. Obs. de Paris, 87 bis, Grande-Rue, à Bourg-la-Reine (Seine).
- (13 déc.) MATIGNON, P.C.F., 17, boul. Carnot, Bourg-la-Reine.
1903. (28 fév.) WINTER, 44, rue Sainte-Placide.
- (14 mars) BERTHELOT (Daniel), P.E. Ph., 31, rue de Tournon.
- id. DESGREZ, P.A.F.M., 240, rue Saint-Jacques.
- (12 déc.) DARZENS, Répét. E.P., 22, avenue Ledru-Rollin.
1904. (23 janv.) CHAUVEAU, Météor. adj. Obs. de Paris, 32, avenue Rapp.
- (29 mai) MOUREU, M.A.M., P.E. Ph., 15, rue Soufflot.
- id. MAHLER, Ingénieur civil des Mines, 2, rue Decamps.
1904. (9 juillet) MARAGE, 14, rue Duphot.
1905. (14 janv.) HALLION, chef de Lab. C.F., 54, Faub. Saint-Honoré.
1905. (11 mars) VALEUR, 142, boulevard Montparnasse.
- (1^{er} avril) GOUTAL, P. suppl. E. M., 60, boulevard Saint-Michel.
- (13 mai) MOUNEYRAT, 20, rue Godot-de-Mauroi.
1906. (13 janv.) MAYER, M.C. (Hautes-Études), 33, rue du Faubourg Poissonnière.
1906. (24 fév.) JOANNIS, P.F.S., rue des Imbergères, Sceaux.

1907. (14 déc.) BECQUEREL (Jean), I.P.C., A.M., 15, Boulevard St-Germain.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1905. (13 mai) MATHIAS, P.F.S., 44, allées Lafayette, à Toulouse.

— (22 juil.) MONPILLARD, 22, boulevard Saint-Marcel.

TROISIÈME SECTION. — SCIENCES NATURELLES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1856. (20 déc.) PRILLIEUX (Ed.), M.I., Sénateur, 14, rue Cambacérès.

1862. (7 mai) BUREAU (Ed.), P.H.M., M.A.M., 24, quai de Béthune.

1863. (31 janv.) VAILLANT (L.-L.), P.M., 36, rue Geoff.-Saint-Hilaire.

1871. (9 déc.) DE SEYNES (Jules), P.-A.F.M., 15, rue Chanaleilles.

— (23 déc.) GRANDIDIER (A), M.I., 71 bis, rue du Ranelagh.

— (23 déc.) VAN TIEGHEM (Philippe), M.I., P.M., 22, rue Vauquelin.

1871. (26 déc.) CHATIN (J.), M.I., P.F.S., 174, boul. Saint-Germain.

1879. (10 mai) HENNEGUY (Louis-Félix), M.A.M., P.C.F., 9, rue Thénard.

1883. (26 mai) MOCQUART, A.M., 4, rue du Banquier.

1886. (13 fév.) BOUVIER (E.L.), M.I., P.M., 7, boul. Arago.

1888. (11 fév.) MOROT, A.M., 9, rue du Regard.

1890. (21 fév.) ROCHÉ (Georges), 4, rue Dante.

1893. (11 mars) HUA, Direct. adj. de Lab. (H^{tes}-Etudes), 254, boulevard Saint-Germain.

— (10 juin) JOUSSEAUME, 29, rue Gergovie.

1893. (27 oct.) DE GUERNE, 6, rue de Tournon.

1894. (17 mars) ROLAND BONAPARTE, M.I., 10, avenue d'Iéna.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1899. MENEGAUX, A.M., 55, rue de Buffon (réintégré le 23 avril 1904).

1899. (14 janv.) LECAILLON, Prép. C.F., 28, rue Berthollet.

1899. (25 mars) NEUVILLE, Prép. Mus., 55, rue de Buffon.
 1901. (12 janv.) PELLEGRIN, Prép., Museum, 143, rue de Rennes.
 — (18 mai) GUIEYSSÉ, Chef de Lab. F.M. 7, rue de Cluny.
 1902. (11 janv.) CHAUVEAU, Direct. adj. de Lab. (Hautes-Études),
 9, avenue de l'Observatoire.
 — (8 fév.) RABAUD, M.C.F.S., 3, rue Vauquelin.
 — (27 juin) LESAGE, Méd. des Hôp. 226, Bd St-Germain.
 — (22 nov.) ANTHONY, Prép. Muséum, 12, rue Chevert.
 1903. (28 févr.) COUTIÈRE, P.E.Ph., 12, rue Notre-Dame-des-Champs.
 — (11 avril) LANGERON, Prép. F.M., 11, rue Férou.
 — (27 juin) NOÉ, Prép. F.M., 51, boulevard Montparnasse.
 1904. (9 janv.) GRANDIDIER (G.), 2, rue Goethe.
 1904. (23 janv.) DE BOISSIEU, 80, avenue d'Iéna.
 — (id.) JOUBIN, P.M., 88, boulevard Saint-Germain.
 — (26 mars) GRAVIER, A. M., 55, rue de Buffon.
 — (29 mai) MICHEL (Auguste), Prof. lycée Michelet, 7, rue Nicole.
 — (9 juillet) LAUNOY (L.), Ph., 93, rue Thiers, Le Vésinet (S.-et-O.)
 1905. (28 janv.) CAYEUX, P.E.M., P.I.A., 6, place Denfert-Rochereau.
 1905. (8 juillet) LEMOINE (Paul), Prép. F.S., à la Sorbonne.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1903. (27 juin) L. PETIT, 27 bis, rue d'Elbeuf, Rouen.
 — (28 nov.) DEVEZ, Cayenne.
 1904. (23 avril) BULL, Prép. à l'Institut MAREY, 1, avenue Malakoff.
 — (id.) TUR, Ass. à l'Univ. de Varsovie.
 — (id.) MALARD, Chef de travaux, Lab. de Zool. marit.,
 St-Waast-la-Hougue (Manche).
 — (29 mai) MARCEAU, P.E.M., Besançon.
 1905. (26 nov.) MAIGNON, Chef des trav. de Physiol., E. Vét. de Lyon.
 1905. (11 mars) NEVEU-LEMAIRE, Agrégé F.M. de Lyon.
 1905. (15 avril) DIGUET (L.), 16, rue Lacuée.
 1906. (24 fév.) OSMAN GALEB BEY, Le Caire (Égypte).
 1908. (23 mai) RIVET, 61, rue de Buffon.
-

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 14 mars 1908.

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

M. Anthony présente la candidature de M. le Dr Rivet, comme membre correspondant dans la troisième section. La commission chargée d'examiner cette candidature comprend MM. Anthony, Rabaud et Gravier.

M. Laisant fait une communication sur un nouveau théorème d'arithmétique qui avait déjà été énoncé par M. Tarry.

M. Chapelon fait connaître une nouvelle méthode pour calculer les racines des équations numériques.

Séance du 28 Mars 1908.

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

M. Coutière fait une communication sur la formule branchiale d'un Thalassinidé du genre *Eiconaxius*, où l'on rencontre une podobranchie et une sétobranchie à insertion commune.

M. Pellegrin fait hommage à la Société de son travail sur les poissons d'eau douce de Madagascar.

Séance du 11 Avril 1908.

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

MM. Rabaud et Maignon présentent la candidature de M. Jarricot, de Lyon, comme correspondant dans la troisième section. MM. Rabaud, Lécaillon, Lemoine sont chargés d'examiner cette candidature.

M. André démontre le théorème suivant : Dans l'hyperbole équilatère, la portion de la normale en M, comprise entre les axes de

symétrie de la courbe, a pour milieu le point M, et cette propriété n'appartient qu'à cette courbe.

Séance du 25 Avril 1908.

PRÉSIDENCE de M. ANDRÉ.

Après lecture du rapport de M. Rabaud, le vote sur la candidature de M. Jarricot est renvoyé à la prochaine séance. M. André présente la candidature de M. Rouvier comme membre titulaire dans la première section. MM. André, Lebon, Perrin, sont chargés d'examiner cette candidature.

M. Lebon fait une communication sur une table d'éléments donnant les facteurs premiers d'un nombre inférieur à 100 millions.

M. Rabaud entretient la Société des prétendues pierres-figures, dont il présente un curieux spécimen trouvé par lui au bord de la mer.

BANQUET ANNUEL

Le banquet annuel de la Société Philomathique a eu lieu le 24 février, au restaurant Champeaux.

Etaient présents : MM. André (D.), Berthelot (D.), Bouvier, Chapelon, Coutière, Dongier, Grandidier (G.), Guieysse, Hallion, Henneguy, Laisant, Launoy, Lebon, Lécaillon, Lesage, Marage, Mahler, Mayer, Michel, Mocquart, Moureu, Roché, Perrin, Tarry, Vaillant.

S'étaient excusés : MM. Bourgeois, Cayeux, Deschamps, Leau, Lemoine, Matignon, Rabaud, Winter.

Au dessert, le Président prononce l'allocution suivante :

MESSIEURS ET CHERS CONFRÈRES,

Parmi d'autres titres dont elle pourrait être fière, la Société Philomathique mériterait peut-être celui de Société des traditions. Ils ne me contrediront certes pas, ceux de nos confrères qui, pour des raisons sans

aucun doute valables, ou peut être aussi — car on ne peut jamais savoir — poussés par quelque démon révolutionnaire, veulent de temps à autre modifier telle ou telle de nos habitudes dont l'origine se perd dans le passé. En quelques mots aussi fermes que courtois, ceux des membres de l'assemblée qui sont les plus qualifiés pour parler au nom de notre Société, ont bientôt rappelé les novateurs malencontreux — dont je suis parfois, je l'avoue humblement — au respect de la tradition. Assurément nos sages confrères ont raison, car la tradition, surtout dans une Société plus que centenaire, est une force considérable qu'il faut se garder de briser à la légère. Du reste, ces sages confrères sont aimés de tous, ce qui leur assure toujours la victoire à l'unanimité des voix, y compris celles des révolutionnaires d'un moment.

Mais, en tout cas, une tradition dont personne ici ne médiera, surtout après les soins délicats dont nous sommes l'objet ce soir, est celle de notre banquet annuel. Je ne sais pas d'ailleurs si cette tradition est très ancienne à la Société Philomathique. Elle fut, tout au moins, interrompue pendant de longues périodes. Dans sa « notice sur les origines et l'histoire de la Société Philomathique », notre illustre et regretté confrère, M. Marcelin Berthelot, ne nous dit pas si autrefois les membres de la Société se réunissaient en un banquet. Mais plusieurs de nos confrères ici présents ont, je crois, assisté tout au moins au banquet déjà vieux de près de 20 ans qui fut donné, le 10 décembre 1888, dans la salle même où nous sommes en ce moment, à l'occasion du centenaire de la Société Philomathique. Cependant la tradition du banquet annuel ne fut reprise qu'en 1903, grâce à l'initiative de notre si dévoué confrère, M. André, que l'on trouve toujours au premier rang lorsqu'il s'agit de défendre nos intérêts. M. André, alors président de la Société Philomathique, fut, par là même, le président du banquet qui eut lieu, cette année-là, le 9 février. Depuis lors, la tradition du banquet annuel resta populaire à la Société Philomathique, et, si j'en juge d'après notre réunion de ce soir, elle n'est pas à la veille d'être de nouveau interrompue.

Et véritablement, mes chers confrères, de telles réunions ne sauraient être taxées ni de frivolité ni d'inutilité. Sans doute nous éprouvons tous grand plaisir à nous trouver rassemblés autour d'une vaste table chargée des mets les plus délicats et des vins les mieux choisis, et décorée des fleurs les plus attrayantes. Mais il y a davantage : dans les réunions semblables à celles d'aujourd'hui, plus encore que dans nos assemblées du samedi, l'atmosphère de véritable amitié et de cordiale simplicité que l'on rencontre toujours à la Société Philomathique, s'épanouit plus complètement encore, et s'il en était de moroses parmi nous, ils seraient vite rassérénés en entrant dans cette salle. Et puis n'est-il pas juste, et même indispensable, qu'après avoir vécu pendant une année en tête à tête avec les tables des nombres premiers, avec les substances colloïdes, avec les rayons X, avec les éléments histologiques, les membres de notre Société, qui ont appris à s'estimer au milieu des discussions scientifiques, aient la possibilité de se mieux connaître, si tel est leur bon plaisir, en s'adonnant, au moins une fois l'an, à des causeries à la fois moins ardues et plus récréatives ?

Mes chers confrères, tous mes prédécesseurs à la présidence de la Société Philomathique ont déjà, je crois, montré l'importance qu'il y a à

maintenir notre Société dans sa forme traditionnelle, malgré le grand nombre de sociétés scientifiques spéciales qui ont été créées depuis un certain nombre d'années. Je me joindrai à eux pour souligner cette importance, laquelle semble n'avoir pas encore suffisamment séduit un certain nombre de nos confrères qui, il me semble, délaissent un peu nos réunions du samedi. Lorsqu'on jouit encore de l'heureux privilège d'être compté au nombre des jeunes, il y a grand danger à se spécialiser trop vite et trop complètement, et des réunions comme les nôtres, où l'on parle des questions les plus diverses, sont bien faites pour parer à ce danger. Lorsqu'au contraire l'on est déjà obligé de consacrer à peu près tout son temps à l'étude de problèmes scientifiques bien délimités et nécessairement très restreints, l'on doit plus que jamais, si l'on veut avoir notion de l'évolution générale des connaissances humaines, éviter de se tenir tout à fait en dehors du mouvement scientifique général. Dans ce cas encore les réunions de la Société Philomathique peuvent rendre les plus grands services.

Mais, Messieurs et chers confrères, le moment serait mal choisi de garder la parole plus longtemps et d'abuser de la bienveillante attention que vous voulez bien m'accorder ; aussi je terminerai en vous proposant de boire tous à la prospérité toujours croissante de notre vieille Société Philomathique.

M. Vaillant, invité à répondre comme doyen des membres présents, l'a fait en ces termes :

MES CHERS COLLÈGUES,

Grâce à mon ancienneté dans la Société Philomathique, le périlleux honneur de répondre au discours de notre Président m'échoit cette année. Je ne sais toutefois si l'épithète usuelle de périlleux est juste ici, tant la confraternité qui ne cesse jamais de régner entre nous tous, assure à chacun une sympathie bienveillante qui doit le rassurer, dès l'instant surtout où il fait preuve de bonne volonté dans l'exécution d'un mandat reçu à l'improviste.

Comme l'a dit notre Président, on ne saurait trop reconnaître l'heureuse influence du banquet annuel pour resserrer les liens qui nous unissent et, depuis longues années, il m'a été permis de l'apprécier. A cette réunion on voyait en effet apparaître autrefois des membres illustres qui, empêchés par leurs occupations et leur haute situation, d'assister à nos séances, alors hebdomadaires, se faisaient un véritable devoir d'y venir régulièrement. C'est ainsi qu'Elie de Beaumont, Decaisne, de Quatrefages et tant d'autres venaient se joindre à nos jeunes membres pour nous encourager et nous servir d'exemples.

Il faut, nous le savons, dans l'heureux succès de cette fête faire grande part à ceux qui se chargent de l'organiser. A l'époque où j'eus l'honneur d'entrer dans notre Société, elle était sous ce rapport merveilleusement servie. Un mathématicien connu, Catalan, qui plus tard nous quitta pour occuper un poste élevé à l'Université de Bruxelles, prenait son rôle à cœur et s'y adonnait tout entier. Un mois, six semaines avant la date

fixée on le trouvait embusqué dans la salle des pas perdus de l'Académie des Sciences et, dès qu'il apercevait un membre faisant partie de la Société philomathique, — le nombre en était grand, — il sautait littéralement sur lui, sa liste de souscription au banquet à la main, cherchant de gré ou de force à la lui faire signer. Son départ fut, à ce point de vue, des plus fâcheux, quelques membres s'efforcèrent de continuer la tradition, moi-même à un certain moment, mais je fus sur ces entrefaites éloigné de Paris par diverses circonstances, d'autres se trouvèrent dans le même cas.

Vers cette époque, d'ailleurs, la Société philomathique subissait une crise, comme elle en a éprouvé à divers intervalles et se trouvait dans une situation si critique, que plusieurs membres des plus dévoués, tel Armand Moreau, lequel nous entretenait si souvent de ses expériences sur l'électricité de la Torpille, sur la vessie natatoire des Poissons, savantes recherches dont on eut toujours la primeur, que ces membres, dis-je, perdaient tout espoir et ne parlaient rien moins que d'une liquidation définitive.

Pour résister à la mauvaise fortune, nous abandonnions le local de la rue de Nesles, où depuis un temps difficile à déterminer mais certainement très-long s'étaient tenues les séances, nous nous transportions rue des Grands-Augustins, dans le local de la Société géologique de France, nous supprimions notre Agent et, grâce à ces héroïques et économiques résolutions, le Bulletin continuait de paraître, la vitalité de la Société était conservée et s'affirmait de jour en jour par des progrès lents mais continus.

Le banquet se ressentit naturellement de ce malaise ; il n'eut pas lieu de temps à autre pour reprendre ensuite avec plus ou moins de succès. Il y a 20 ou 25 ans, époque où d'Almeida s'occupait avec grand zèle de la Société, alors que Champeaux, auquel nous étions restés toujours invinciblement attachés, pour modifier son organisation et réaliser cette installation princière dans laquelle nous nous trouvons aujourd'hui, s'était provisoirement transporté au Palais-Royal dans une des maisons du côté de la rue de Valois, nous n'étions que six ou sept autour de la table, malgré cela résolus de lutter et confiants dans l'avenir. On se sentait soutenu en ce que peu d'années nous séparaient de l'époque de notre centenaire, qu'on ne pouvait pas ne pas chercher à atteindre à tout prix, et, grâce au zèle, au dévouement de tous, le succès couronna nos efforts.

Lorsqu'arriva le 10 Décembre 1888, le banquet, tenu dans cette même salle où nous nous trouvons aujourd'hui, réunissait près de cinquante membres anciens et nouveaux, sans compter l'expression d'aussi nombreux regrets d'absents ou empêchés, qui tenaient à témoigner de leur attachement à la Société philomathique.

Dans cette réunion, avec la franche cordialité qui ne cesse de régner entre nous, des détails étaient donnés sur la tenue ancienne de ces fêtes gastronomiques. Le regretté Joseph Bertrand nous racontait qu'à une époque, éloignée de l'antialcoolisme actuel, où l'on ne craignait guère la chaleur engendrée par les vins généreux, certains membres, et non des moins célèbres, égayaient par leurs chants la fin du repas. C'est ainsi que l'illustre physicien Savart, qu'ont immortalisé ses magistrales recherches en acoustique, affectionnait d'entonner une chanson interminable, au dire du savant secrétaire perpétuel qui nous contait la chose, dans laquelle

l'eau faisait boire le vin, où il était question du déluge. C'est assez désigner l'ÉLOGE DE L'EAU d'Armand Gouffé :

Il pleut, il pleut enfin !
Et la vigne altérée
Va se voir restaurée
Par ce bienfait divin.
De l'eau chantons la gloire ;
On la méprise en vain,
C'est l'eau qui nous fait boire
Du vin, du vin, du vin !

délicate poésie qui a charmé nos aïeux pendant de longues années.

Ces souvenirs sont bons et agréables à rappeler comme témoignant qu'à toute époque la confraternité la plus sincère n'a cessé de régner dans la Société philomathique, combien elle est toujours restée fidèle à sa devise :

Etude et Amitié.

En la rappelant, je vous propose, Messieurs et chers Collègues, de lever nos verres dans un sentiment d'union et de concorde.

RAPPORT SUR LES COMPTES DE 1907

Par G. TARRY

MESSIEURS,

Au nom de la Commission que vous avez nommée, j'ai l'honneur de vous soumettre l'Etat comparatif des recettes et des dépenses pour les années 1906 et 1907.

Etat comparatif des Recettes :

	1906	1907	Augmentation	Diminution
Subvention ministérielle	1.000 »	1.000 »	»	»
Cotisations Membres titulaires	980 »	900 »	»	80 »
Cotisations Membres correspondants. .	140 »	170 »	30 »	»
Abonnements et vente du <i>Bulletin</i>	177 50	157 »	»	20 50
Intérêts de fonds placés	252 90	259 68	6 78	»
Recettes accidentelles.	2 60	»	»	2 60
	<u>2.553 »</u>	<u>2.486 68</u>	<u>36 78</u>	<u>103 10</u>
Diminution des Recettes.				66 32

Etat comparatif des Dépenses :

	1906	1907	Augmentation	Diminution
<i>Bulletin</i> : impression de tirages à part, déduction faite d'un remboursement de 38 fr. 50.	973 »	1.362 10	389 10	»
<i>Bulletin</i> : photographures	113 35	109 70	296 35	»
Frais de bureau (affranchissements, imprimés, etc). .	252 52	281 35	29 03	»
Allocation à M. Reykaert	200 »	200 »	»	»
Appointements à M. Vézinaud	300 »	300 »	»	»
Étrennes à divers. .	30 »	20 »	»	10 »
	<u>1.868 87</u>	<u>2.573 35</u>	<u>714 48</u>	<u>10 »</u>
Augmentation des Dépenses.			708 44	

En 1907, les dépenses (2.573 fr. 35) ont excédé les recettes (2.486 fr. 68) de 86 fr. 67 ; le solde en caisse de 1.676 fr. 10 au 1^{er} janvier 1907, se trouve diminué de cet excédent au 1^{er} janvier 1908, et par conséquent égal à 1.589 fr. 43, somme ainsi répartie :

Aux mains du trésorier.	4.535 fr. 39
Aux mains de l'agent.	54 fr. 04
TOTAL ÉGAL.	<u>4.589 fr. 43</u>

Notre actif comprend encore des fonds placés, dont les titres d'un prix d'achat de 7.513 fr. 05 représentent une valeur actuellement supérieure d'environ mille francs, ce qui porte le total de l'actif à près de dix mille francs.

Passons à l'examen des états comparatifs.

Les recettes ont subi une baisse de 66 fr. 32, mais nos recettes par leur nature, ne peuvent éprouver que de légères fluctuations, et tout l'intérêt se porte sur les dépenses.

Les dépenses de 1907 ont excédé de 70 $\frac{1}{2}$ fr. 48 celles de 1906, et portent presque entièrement sur les dépenses du *Bulletin* (685 fr. 45), parce qu'il n'y a pas de dépenses extraordinaires et que les autres dépenses ne peuvent guère varier.

Mais nous venons de voir que le solde en caisse est resté à peu près stationnaire, de sorte que nos dépenses ont équilibré nos recettes en 1907.

La Commission des comptes pour 1905 avait constaté que les dépenses dépassaient notablement les recettes à cette époque, et faisait justement observer qu'il serait prudent, au point de vue financier, de ne pas exagérer le développement du *Bulletin*, malgré les avantages que la Société peut en attendre à d'autres points de vue. D'autre part, il serait déplorable de sacrifier tous ces autres avantages à un intérêt financier. Aussi le mieux paraît être de donner au *Bulletin* un développement tel que les dépenses équilibrent les recettes, comme il est arrivé pour l'année 1907.

C'est cet heureux résultat que nous vous avons fait constater.

Votre Commission vous propose d'approuver les comptes, et de voter des remerciements à notre excellent trésorier, M. Rabaud, dont elle a pu apprécier la parfaite exactitude et le soin consciencieux, ainsi qu'à M. Vézinaud, dont le zèle et la ponctualité n'ont rien laissé à désirer.

SUR UNE

TABLE D'ÉLÉMENTS

DONNANT LES

FACTEURS PREMIERS DES NOMBRES

JUSQU'À CENT MILLIONS

PAR

ERNEST LEBON

Société Philomathique de Paris, séance du 25 avril 1908.

PRÉLIMINAIRES ⁽¹⁾.

1. — Je me propose d'indiquer comment on peut résoudre rapidement, pour les grands nombres, au moyen d'une nouvelle Table relativement peu étendue, le double problème suivant : Un nombre étant donné, trouver ses facteurs premiers s'il est composé ou reconnaître qu'il est premier.

Considérons des nombres N non divisibles par les nombres premiers premiers 2, 3, . . . , 17 dont le produit égale 510510. Je nomme *base* ce produit. La base sera désignée par B .

En divisant un nombre N par la base 510510, on a un quotient K et un reste I , que je nomme *indicateur*. La limite des nombres N auxquels la Table est applicable étant exactement 100059959, les facteurs premiers qu'il faut employer sont 19, 23, 29, . . . , 9973. Il y en a 1222. Cette limite est choisie de telle sorte que la Table ne contienne pas de nombres ayant plus de quatre chiffres. La limite de N étant 100059959, la limite de K est 195.

La base B étant égale à 510510, le nombre des indicateurs est de 92460 ; ce sont 19, 23, 29, . . . , 510509.

1. J'ai exposé dans les Périodiques suivants la théorie de la méthode dont je vais donner une application :

Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris, tome CXXI, n° 1, 1905. — *Jornal de Sciencias mathematicas, physicas e naturaes*, de l'Académie Royale des Sciences de Lisbonne, 2^e série, tome VII, n° 27, 1906. — *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, vol. XV, 1^o sem. serie 5^a, fasc. 8^e, Roma, 1906. — *Bulletin of the american mathematical Society*, 2^d series, vol. XIII, n° 2, New-York, 1906.

Je désigne par k les valeurs du quotient K qui correspondent à l'un des facteurs premiers D de N , lorsque D est supérieur à k et inférieur à 9973. J'appelle *caractéristiques* les nombres k .

Je nomme *éléments* d'un nombre N la caractéristique k , l'indicateur I et le facteur premier D relatifs à ce nombre, et *Table d'Éléments* la Table qui les contient.

Les nombres premiers supérieurs à B et les multiples de D n'ont pas de caractéristiques; par suite ils ne figurent pas dans la Table d'Éléments. Il sera expliqué comment, au moyen de celle-ci, on trouve ces nombres premiers ou quels sont les facteurs premiers des multiples de D .

Grâce à cette suppression et à celle des nombres divisibles par les facteurs premiers de B , une Table d'Éléments occupera beaucoup moins de place qu'une Table donnant les diviseurs des nombres jusqu'à cent millions et ayant la disposition jusqu'ici adoptée.

2. — Un nombre N sera souvent représenté par le symbole $K; I$, qui équivaut à $510510 K + I$. Comme nous prenons K inférieur à B , cette représentation de N suppose que la base du système de numération est 510510, que I et K représentent respectivement les unités du premier ordre et du second ordre.

3. — Pour avoir les caractéristiques, les indicateurs et les facteurs premiers qui leur correspondent, j'ai indiqué une méthode ⁽²⁾. En voici une autre.

Connaissant l'indicateur et la caractéristique d'un nombre N , l'emploi simultané des Tables des Restes ρ et des Restes R ⁽³⁾, permet de former rapidement le Tableau qui contient: 1° sur la première ligne horizontale tous les indicateurs I en ordre croissant, relatifs à la base 510510; 2° dans la première colonne verticale toutes les valeurs de K de 0 à 195 compris; 3° dans les rectangles communs à une colonne, ayant en tête un indicateur I , et à une bande, ayant en tête une valeur de K , les facteurs premiers des nombres $K; I$.

Après avoir inscrit tous les facteurs premiers des nombres composés $K; I$ jusqu'à la valeur 18 de K , on inscrit le moindre facteur premier des nombres $K; I$ multiples des nombres premiers, de 19 à 193 com-

2. *Comptes rendus de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences*, Congrès de Lyon, 1906.

3. *Bulletin de la Société Philomathique*, 9^e série, tome X, n° 1, 1908. — M. Luis de Alba y Clares, Capitaine de l'Armée Espagnole, collabore à la construction de ces Tables des restes ρ et R .

pris, qui sont contenus dans les nombres composés précédents, en faisant usage de la formule

$$(1) \quad K = k + nD,$$

n étant un entier ⁽¹⁾. Cette inscription se fait très vite si l'on a sous les yeux le tableau des multiples utiles des nombres premiers de 19 à 193 compris.

Au-dessus de la valeur 18 de K , on peut encore trouver des nombres composés qui admettent des facteurs premiers auxquels la formule (1) est applicable.

Dans ce Tableau, la décomposition complète en facteurs premiers des nombres composés K ; l peut n'être inscrite que jusqu'à la valeur 97 de K . En effet, quand K égale 96, il peut exister une valeur de D égale à 97; or la somme $96 + 97$ est inférieure à 193; donc il y a une valeur de K supérieure à 96 à laquelle correspond un multiple de 97. Quand la valeur de K est 97 la somme $97 + 97$ est aussi plus petite que 193; mais ce fait ne se présente que s'il y a le diviseur 97 à la valeur 0 de K ; si alors ce diviseur 97 est multiplié par un nombre premier p supérieur à 97 et ne dépassant pas 193, il n'y a pas de multiple de p entre 97 et 193, car la somme $97 + p$ est supérieure à 193. La même chose a lieu pour les valeurs de K supérieures à 97.

4. — On remarquera que, si l'on fait en même temps la recherche des facteurs premiers des nombres ayant deux indicateurs *supplémentaires* I et I' , c'est-à-dire deux indicateurs dont la somme égale B , on obtient ces facteurs premiers plus rapidement que si l'on fait cette recherche sans associer ces indicateurs. Cela résulte de ce que ⁽¹⁾, quand deux indicateurs I et I' sont supplémentaires, à un même diviseur premier D , il correspond des caractéristiques k et k' , pour ces indicateurs I et I' , telles que

$$k + k' = D - 1.$$

CONSTRUCTION DE LA TABLE D'ÉLÉMENTS.

5. — Supposons que le Tableau précédent soit formé. Voici comment on en déduit les 92 160 Tableaux de la Table d'Éléments relatifs à la base 510510, ces derniers Tableaux ayant en tête les valeurs, en ordre croissant, des indicateurs I . Ils seront désignés en faisant suivre le mot Tableau de la valeur de l'indicateur.

Dans la colonne à gauche d'un Tableau **I** est inscrite, en caractères gras, chaque caractéristique k , en ordre croissant; dans la colonne à

droite est inscrit, en caractères maigres, le diviseur premier D du nombre k ; **I**.

Tous les Tableaux **I** se forment comme il va être expliqué pour le Tableau **1**.

1	
k	D
1	49
1	97
2	181
3	43
5	29
7	37
7	59
9	101
11	23
12	47
15	31
28	41
32	157
33	113
34	53
36	151
38	67
39	71
40	173
46	79
54	193
60	61
64	109
65	83
66	73
74	89
74	107
76	103

1	
k	D
4	1429
6	1451
13	677
14	1091
19	347
22	2647
23	3209
24	1693
30	509
31	421
35	227
41	991
47	373
48	4397
50	4217
51	3307
53	1367
56	811
61	3167
67	521
68	349
70	2087
72	127
73	229
78	457
83	1093
86	547
90	1669
94	211
95	331
99	1163

1	
k	D
102	1021
111	571
113	1061
114	4177
117	137
119	269
120	149
124	139
128	7517
130	167
131	2027
133	233
136	163
137	4637
138	4231
141	659
143	1667
144	433
145	5023
152	479
159	4447
160	6361
162	1327
164	241
165	1193
169	3631
171	2399
174	691
178	197
180	6449
186	5209
190	8447
194	409

6. — Examinons les cas qui peuvent se présenter.

1° Soit un nombre composé k : **1** dont le moindre facteur premier D est compris entre 193 et 9973. Un tel nombre a une caractéristique k , égale à K , que l'on inscrit dans la Table des Eléments en mettant sur la même ligne, à droite, le facteur premier D .

Exemple. Les nombres 13 ; **1**, 14 ; **1**, 22 ; **1**, qui admettent comme moindres facteurs premiers respectivement 677, 1091, 2647, donneront les caractéristiques 13, 14, 22, placées respectivement en avant des diviseurs premiers 677, 1091, 2647.

2° Soit un nombre composé K ; **1** admettant un ou plusieurs facteurs premiers p , supérieurs à K et ne dépassant pas 193. Il peut

alors exister des multiples de p , jusqu'à la valeur 195 de K . Au plus petit p' de ces facteurs premiers p , il correspond une caractéristique k , égale à K . La même caractéristique k correspondra aussi aux facteurs premiers $p'', p''', \dots$, qui suivent p' , si les sommes $k + p'', k + p''', \dots$ ne dépassent pas 195, en vertu de la formule (1).

Exemple. — Les nombres 1 ; 1 et 74 ; 1 sont respectivement les produits des facteurs premiers 19, 97, 237 et 89, 107, 3967. Les caractéristiques 1 et 74 correspondront respectivement aux facteurs premiers 19 et 97 d'une part, 89 et 107 d'autre part.

3° Soit un nombre K ; 1 admettant un ou plusieurs facteurs premiers inférieurs à K et un autre p supérieur à K et ne dépassant pas 193 : on adjoindra à p une caractéristique k , égale à K , lorsque la somme $K + p$ ne dépassera pas 195 ; lorsque la somme $K + p$ dépassera 195, on ne mettra ni le diviseur p , ni de caractéristique.

Exemple I. — Soit 46 ; 1 = 31.43.79.223. Comme $46 + 79 < 195$, on devra adjoindre au diviseur 79 la caractéristique 46.

Exemple II. — Soit 87, 1 = 53.131.6397. On ne mettra ni le diviseur 131, ni de caractéristique, car $87 + 131 > 195$.

4° Les nombres premiers K ; 1 n'ont pas de caractéristiques.

7. — J'ai divisé les caractéristiques de la Table d'Éléments en deux groupes dans chacun desquels elles vont en croissant : le premier groupe comprend celles qui ne dépassent pas 96, le second comprend toutes les autres. Cette disposition rend les recherches plus rapides, parce qu'elle sépare, de 0 à la limite 195, les caractéristiques des nombres premiers ayant des multiples de celle des nombres premiers qui n'ont pas de multiples.

DISPOSITION DE LA TABLE DE RESTES r .

8. — Lorsque K ne se trouve pas parmi les caractéristiques k , on résout, avec la Table d'Éléments, rapidement le double problème en question, en employant une petite *Table de Restes r* , obtenus en divisant les entiers de 19 à 195 compris par les nombres premiers de 19 à 193 compris. Dans cette Table, les restes r , qui doivent être comparés aux caractéristiques k , sont, comme celles-ci, rangés en ordre croissant, de sorte que la comparaison que l'on doit faire est très rapide.

Cette Table de Restes r se trouve à la fin du Mémoire (page 77).

9. — Il me semble important d'insister sur cette remarque que la petite Table de Restes r doit servir pour toute la Table d'Éléments.

MODE D'EMPLOI DE LA TABLE D'ÉLÉMENTS.

10. — Soit N un nombre non divisible par les nombres premiers de 2 à 17, dont le produit égale la base 510510, N étant au plus égal à 100 059 959.

En divisant N par 510510, on obtient un quotient K et un reste I , qui est l'indicateur.

Table d'Éléments.

1	
k	D
1	19
1	97
2	181
3	43
5	29
7	37
7	59
9	101
11	23
12	47
15	31
28	41
32	157
33	113
34	53
36	151
38	67
39	71
40	173
46	79
54	193
60	61
64	109
65	83
66	73
74	89
74	107
76	103

1	
k	D
4	1429
6	1451
13	677
14	1091
19	347
22	2647
23	3209
24	1693
30	509
31	421
35	227
41	991
47	373
48	4397
50	4217
51	3307
53	1367
56	811
61	3167
67	521
68	349
70	2087
72	127
73	229
78	457
83	1093
88	547
90	1669
94	211
95	331
99	1163

Table de restes r .

139	D
0	139
1	23
2	137
5	67
6	19
8	131
10	43
12	127
15	31
16	41
17	61
21	59
23	29
26	113
28	37
30	109
32	107
33	53
36	103
38	101
42	97
45	47
50	89
56	83
60	79
66	73
68	71

147	D
1	73
2	29
5	71
6	47
8	139
9	23
10	137
13	67
14	19
16	131
18	43
20	127
23	31
24	41
25	61
29	59
34	113
36	37
38	109
40	107
41	53
44	103
46	101
50	97
58	89
64	83
68	79

149	D
0	149
1	37
3	73
4	29
7	71
8	47
10	139
11	23
12	137
15	67
16	19
18	131
20	43
22	127
25	31
26	41
27	61
31	59
36	113
40	109
42	107
43	53
46	103
48	101
52	97
60	89
66	83
70	79

1° Lorsque K est égal à une caractéristique k d'un Tableau **I** de la Table d'Éléments, N admet le facteur premier D inscrit à droite de k .

Exemple. — Soit $N = 24504481$. On trouve $K = 48$ et $I = 1$. Comme le Tableau **1** contient la caractéristique 48, N admet le facteur premier 4397, à droite de la caractéristique 48. En divisant N par

4397 on trouve pour quotient 5573. Ce nombre, étant inférieur à la base, est parmi les indicateurs de la Table d'Éléments. Il est premier.

2° Lorsque K ne se trouve pas parmi les caractéristiques k d'un Tableau I de la Table d'Éléments, on cherche K dans la Table de Restes r parmi les nombres inscrits dans la première ligne horizontale de ses Tableaux. On descend verticalement dans la colonne k de la Table d'Éléments et dans la colonne K de la Table de Restes r , en

Table d'Éléments.

1	
k	D
1	19
1	97
2	181
3	43
5	29
7	37
7	59
9	101
11	23
12	47
15	31
28	41
32	157
33	113
34	53
36	151
38	67
39	71
40	173
46	79
54	193
60	61
64	109
65	83
66	73
74	89
74	107
76	103

1	
k	D
4	1429
6	1451
13	677
14	1091
19	347
22	2647
23	3209
24	1693
30	509
31	421
35	227
41	991
47	373
48	4397
50	4217
51	3307
53	1367
56	811
61	3167
67	521
68	349
70	2087
72	127
73	229
78	457
83	1093
86	547
90	1669
94	211
95	331
99	1163

Table de Restes r .

139	D
0	139
1	23
2	137
5	67
6	19
8	131
10	43
12	127
15	31
16	41
17	61
21	59
23	29
26	113
28	37
30	109
32	107
33	53
36	103
38	101
42	97
45	47
50	89
56	83
60	79
66	73
68	71

147	D
1	73
2	29
5	71
6	47
8	139
9	23
10	137
13	67
14	19
16	131
18	43
20	127
23	31
24	41
25	61
29	59
34	113
36	37
38	109
40	107
41	53
44	103
46	101
50	97
58	89
64	83
68	79

149	D
0	149
1	37
3	73
4	29
7	71
8	47
10	139
11	23
12	137
15	67
16	19
18	131
20	43
22	127
25	31
26	41
27	61
31	59
36	113
40	109
42	107
43	53
46	103
48	101
52	97
60	89
66	83
70	79

regardant à la fois le couple k D formé par une caractéristique k et le diviseur premier D qui lui correspond, et le couple r D, formé par un reste r et le diviseur premier D qui lui correspond.

Si l'on trouve un couple k D de la Table d'Éléments identique à un groupe r D de la Table de Restes r , on en conclut que N admet le diviseur premier D.

Si une telle identité ne se présente pas, on en conclut que le nombre N est premier.

Grâce aux dispositions adoptées dans les deux Tables, cette comparaison est très rapide.

Exemple I. — Soit $N = 70\,960\,891$. On trouve $K = 139$ et $I = 1$. Le Tableau 1 ne contient pas de caractéristique égale à 139. En descendant, comme il vient d'être expliqué, dans le premier groupe du Tableau 1 de la Table d'Éléments et dans la colonne 139 de la Table de Restes r , on y trouve les deux couples 15 31 et 66 73. On en conclut que N admet les diviseurs premiers 31 et 73. En divisant N par 31 et le quotient obtenu par 73, on trouve pour quotient final 31 357. Ce nombre, étant inférieur à la base, est parmi les indicateurs de la Table d'Éléments. Ce nombre est premier.

Exemple II. — Soit $N = 76\,065\,991$. On trouve $K = 149$ et $I = 1$. Le Tableau 1 ne contient pas de caractéristique égale à 149. En descendant, comme il vient d'être expliqué, dans le Tableau 1 de la Table d'Éléments et dans la colonne 149 de la Table de Restes r , on y trouve le couple 11 23. On en conclut que N admet le diviseur premier 23. En divisant N par 23, on trouve pour quotient 3 307 217.

Comme ce nombre est supérieur à la base, il faut le diviser par celle-ci. On trouve $K = 6$ et $I = 244\,157$. Au moyen du Tableau 244157 de la Table d'Éléments, on voit que 3 307 217 admet le diviseur premier 487. Le quotient obtenu en divisant 3 307 217 par 487 est l'indicateur premier 6 791.

Par suite $N = 23 \cdot 487 \cdot 6\,791$.

Exemple III. — Soit $N = 75\,044\,971$. On trouve $K = 147$ et $I = 1$. Le Tableau 1 ne contient pas de caractéristique égale à 147. En descendant, comme il vient d'être expliqué, dans le premier groupe du Tableau 1 de la Table d'Éléments et dans la colonne 147 de la Table de Restes r , on n'y trouve pas de couples identiques. On en conclut que N est premier.

41. — Le Tableau 1 donne la solution du double problème en question pour les 196 premiers termes de la progression arithmétique dont la raison est 510510, dont le premier terme est 1. Dans cette partie de progression, il y a, à partir de son second terme, 54 nombres premiers pour lesquels K a les valeurs suivantes :

8	10	16	17	18	21	25	26	27	29	37	42	43	45
49	52	55	62	71	75	79	82	84	85	88	91	93	97
100	101	104	107	109	112	116	122	123	127	129	135	142	147
154	156	157	158	161	166	167	168	176	177	185	188		

TABLE D'ÉLÉMENTS AVEC DES TABLEAUX CONTENANT CHACUN
DEUX INDICATEURS SUPPLÉMENTAIRES.

12. — Pour faire la Table d'Éléments, on peut associer les indicateurs supplémentaires ⁽⁴⁾.

Soient k et k' les caractéristiques relatives respectivement à un indicateur I inférieur à $\frac{1}{2} B$ et à l'indicateur I' , supplémentaire de I .

Les diviseurs premiers D seraient rangés en ordre croissant et formeraient trois groupes (page 75).

1

Dans le premier groupe, **510509**, on mettrait les diviseurs premiers D auxquels correspondent des caractéristiques k et k' ne dépassant pas chacune 194. On aurait alors

$$k + k' = D - 1.$$

En allant de gauche à droite, on aurait une première colonne renfermant les caractéristiques k , une seconde colonne renfermant les caractéristiques k' , une troisième colonne renfermant les diviseurs premiers D rangés en ordre croissant.

Dans le deuxième groupe, **1**, on mettrait les diviseurs premiers D auxquels correspondent les autres caractéristiques k .

Dans le troisième groupe, **510509**, on mettrait les diviseurs premiers D auxquels correspondent les autres caractéristiques k' .

Ces deux derniers groupes n'auraient chacun que deux colonnes, à gauche celle des caractéristiques k ou k' , à droite celle des diviseurs premiers D .

13. — Il serait mieux de donner alors à la Table de Restes r la disposition indiquée dans un autre Mémoire ⁽⁵⁾.

14. — Le premier groupe et le troisième groupe donnent la solution du double problème en question pour les 196 premiers termes de la progression arithmétique dont la raison est 510510, dont le premier terme est 1. Dans cette partie de progression, il y a, à partir de son

4. Voir la *Table de Caractéristiques relatives à la base 2310 des facteurs premiers d'un nombre inférieur à 30 030*; Paris, Delalain Frères, 1^{er} mars 1906.

5. *Comptes rendus de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences*, Congrès de Reims, 1907.

1		
510509		
k	k'	D
1	17	19
11	11	23
5	23	29
15	15	31
7	29	37
28	12	41
3	39	43
1 2	34	47
34	18	53
7	51	59
60	0	61
38	28	67
39	31	71
66	6	73
46	32	79
65	17	83
74	14	89
1	95	97
9	91	101
76	26	103
74	32	107
64	44	109
33	79	113
72	54	127
87	43	131
117	19	137
124	14	139
120	28	149
36	114	151
32	124	157
136	26	163
130	36	167
40	132	173
89	89	179
2	178	181
54	138	193
178	18	197
130	68	199
94	116	211
35	191	227
73	155	229
133	99	233
164	76	241
69	187	257
119	149	269

1	
k	D
95	331
19	347
68	349
47	373
194	409
31	421
144	433
78	457
152	479
30	509
67	521
86	547
111	571
141	659
13	677
174	691
56	811
41	991
102	1021
113	1061
14	1091
83	1093
99	1163
165	1193
162	1327
53	1367
4	1429
6	1451
143	1667
90	1669
24	1693
131	2027
70	2087
171	2399
22	2647
61	3167
23	3209
51	3307
169	3631
114	4177
50	4217
138	4231
48	4397
159	4447
137	4637
145	5023
186	5209
160	6361
180	6449
128	7517
190	8447

510509	
k'	D
38	263
4	271
30	293
98	307
151	353
65	383
27	439
130	461
120	499
106	569
159	593
158	599
58	617
41	683
35	719
69	757
143	971
24	1031
2	1109
115	1123
25	1181
9	1237
107	1301
161	1319
144	1571
83	1627
85	1699
97	1801
121	1889
109	2039
49	2063
180	2557
123	3083
86	3221
142	4783
113	5297
134	7039
136	7481

second terme, 68 nombres premiers pour lesquels K a les valeurs suivantes :

1	3	5	7	8	10	13	16	20	21	22	30	33	37
40	42	45	47	48	50	56	59	60	62	63	64	67	70
72	73	75	78	84	87	88	90	92	96	101	104	105	117
118	119	127	133	137	141	145	146	147	148	154	157	160	163
164	165	166	167	171	179	182	184	185	186	193	194		

45. — Cette disposition ne présente d'avantage, au point de vue du moindre espace occupé, que si l'on représente symboliquement les caractéristiques k et k' et les diviseurs premiers D du premier groupe. On peut faire la représentation symbolique d'une manière telle que l'écriture ordinaire des nombres, dans le système décimal, soit si peu altérée qu'il ne faudrait qu'une faible attention pour lire le vrai nombre. Pour les nombres de 0 à 99, il n'y aurait aucun changement. Pour les nombres de 100 à 199, on écrirait les chiffres des unités et des dizaines en employant un caractère couvert pour le chiffre des dizaines. Pour les quelques nombres de la seconde centaine, on écrirait les chiffres des unités et des dizaines en employant des caractères couverts pour ces deux chiffres.

Table de Restes r .

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	D
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	0	37
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	0	1	2	3	4	5	6	31
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	29
.	.	.	.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	23
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

38	39	40	41	42	43	44	45	D
.	.	.	.	.	0	1	2	43
.	.	.	0	1	2	3	4	41
0	1	2	3	4	5	6	7	19
1	2	3	4	5	6	7	8	37
7	8	9	10	11	12	13	14	31
9	10	11	12	13	14	15	16	29
15	16	17	18	19	20	21	22	23

46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	D
.	.	.	.	.	.	.	0	1	2	3	53
.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	47
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	23
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	43
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	41
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	37
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	31
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	29

57	D
0	19
4	53
10	47
11	23
14	43
16	41
20	37
26	31
28	29

58	59	60	61	D
.	.	.	0	61
.	0	1	2	59
0	1	2	3	29
1	2	3	4	19
5	6	7	8	53
11	12	13	14	47
12	13	14	15	23
15	16	17	18	43
17	18	19	20	41
21	22	23	24	37
27	28	29	30	31

62	63	64	65	66	67	68	D
.	.	.	.	.	0	1	67
0	1	2	3	4	5	6	31
1	2	3	4	5	6	7	61
3	4	5	6	7	8	9	59
4	5	6	7	8	9	10	29
5	6	7	8	9	10	11	19
9	10	11	12	13	14	15	53
15	16	17	18	19	20	21	47
16	17	18	19	20	21	22	23
19	20	21	22	23	24	25	43
21	22	23	24	25	26	27	41
25	26	27	28	29	30	31	37

69	70	71	72	73	D
.	.	.	.	0	73
.	.	0	1	2	71
0	1	2	3	4	23
2	3	4	5	6	67
7	8	9	10	11	31
8	9	10	11	12	61
10	11	12	13	14	59
11	12	13	14	15	29
12	13	14	15	16	19
16	17	18	19	20	53
22	23	24	25	26	47
26	27	28	29	30	43
28	29	30	31	32	41
32	33	34	35	36	37

74	75	D
0	1	37
1	2	73
3	4	71
5	6	23
7	8	67
12	13	31
13	14	61
15	16	59
16	17	29
17	18	19
21	22	53
27	28	47
31	32	43
33	34	41

76	77	78	79	80	81	D
.	.	.	0	1	2	79
0	1	2	3	4	5	19
2	3	4	5	6	7	37
3	4	5	6	7	8	73
5	6	7	8	9	10	71
7	8	9	10	11	12	23
9	10	11	12	13	14	67
14	15	16	17	18	19	31
15	16	17	18	19	20	61
17	18	19	20	21	22	59
18	19	20	21	22	23	29
23	24	25	26	27	28	53
29	30	31	32	33	34	47
33	34	35	36	37	38	43
35	36	37	38	39	40	41

82	83	84	85	D
.	0	1	2	83
0	1	2	3	41
3	4	5	6	79
6	7	8	9	19
8	9	10	11	37
9	10	11	12	73
11	12	13	14	71
13	14	15	16	23
15	16	17	18	67
20	21	22	23	31
21	22	23	24	61
23	24	25	26	59
24	25	26	27	29
29	30	31	32	53
35	36	37	38	47
39	40	41	42	43

86	D
0	43
3	83
4	41
7	79
10	19
12	37
13	73
15	71
17	23
19	67
24	31
25	61
27	59
28	29
33	53
39	47

87	88	89	90	91	D
.	.	0	1	2	89
0	1	2	3	4	29
1	2	3	4	5	43
4	5	6	7	8	83
5	6	7	8	9	41
8	9	10	11	12	79
11	12	13	14	15	19
13	14	15	16	17	37
14	15	16	17	18	73
16	17	18	19	20	71
18	19	20	21	22	23
20	21	22	23	24	67
25	26	27	28	29	31
26	27	28	29	30	61
28	29	30	31	32	59
34	35	36	37	38	53
40	41	42	43	44	47

92	D
0	23
3	89
5	29
6	43
9	83
10	41
13	79
16	19
18	37
19	73
21	71
25	67
30	31
31	61
33	59
39	53
45	47

93	D
0	31
1	23
4	89
6	29
7	43
10	83
11	41
14	79
17	19
19	37
20	73
22	71
26	67
32	61
34	59
40	53
46	47

94	D
0	47
1	31
2	23
5	89
7	29
8	43
11	83
12	41
15	79
18	19
20	37
21	73
23	71
27	67
33	61
35	59
41	53

95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	D
.	.	.	.	.	.	0	.	0	1	2	103
.	.	.	.	.	.	0	1	2	3	4	101
.	.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	97
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	19
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	47
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	31
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	23
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	89
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	29
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	43
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	83
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	41
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	79
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	37
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	73
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	71
28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	67
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	61
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	59
42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53

106	107	108	109	110	D
.	.	.	0	1	109
.	0	1	2	3	107
0	1	2	3	4	53
3	4	5	6	7	103
5	6	7	8	9	101
9	10	11	12	13	97
11	12	13	14	15	19
12	13	14	15	16	47
13	14	15	16	17	31
14	15	16	17	18	23
17	18	19	20	21	89
19	20	21	22	23	29
20	21	22	23	24	43
23	24	25	26	27	83
24	25	26	27	28	41
27	28	29	30	31	79
32	33	34	35	36	37
33	34	35	36	37	73
35	36	37	38	39	71
39	40	41	42	43	67
45	46	47	48	49	61
47	48	49	50	51	59

111	112	113	D
.	.	0	113
0	1	2	37
2	3	4	109
4	5	6	107
5	6	7	53
8	9	10	103
10	11	12	101
14	15	16	97
16	17	18	19
17	18	19	47
18	19	20	31
19	20	21	23
22	23	24	89
24	25	26	29
25	26	27	43
28	29	30	83
29	30	31	41
32	33	34	79
38	39	40	73
40	41	42	71
44	45	46	67
50	51	52	61
52	53	54	59

114	D
0	19
1	113
3	37
5	109
7	107
8	53
11	103
13	101
17	97
20	47
21	31
22	23
25	89
27	29
28	43
31	83
32	41
35	79
41	73
43	71
47	67
53	61
55	59

115	D
0	23
1	19
2	113
4	37
6	109
8	107
9	53
12	103
14	101
18	97
21	47
22	31
26	89
28	29
29	43
32	83
33	41
36	79
42	73
44	71
48	67
54	61
56	59

116	117	D
0	1	29
1	2	23
2	3	19
3	4	113
5	6	37
7	8	109
9	10	107
10	11	53
13	14	103
15	16	101
19	20	97
22	23	47
23	24	31
27	28	89
30	31	43
33	34	83
34	35	41
37	38	79
43	44	73
45	46	71
49	50	67
51	56	61
57	58	59

118	119	120	121	D
0	1	2	3	59
2	3	4	5	29
3	4	5	6	23
4	5	6	7	19
5	6	7	8	113
7	8	9	10	37
9	10	11	12	109
11	12	13	14	107
12	13	14	15	53
15	16	17	18	103
17	18	19	20	101
21	22	23	24	97
24	25	26	27	47
25	26	27	28	31
29	30	31	32	89
32	33	34	35	43
35	36	37	38	83
36	37	38	39	41
39	40	41	42	79
45	46	47	48	73
47	48	49	50	71
51	52	53	54	67
57	58	59	60	61

122	D
0	61
4	59
6	29
7	23
8	19
9	113
11	37
13	109
15	107
16	53
19	103
21	101
25	97
28	47
29	31
33	89
36	43
39	83
40	41
43	79
49	73
51	71
55	67

123	D
0	41
1	61
5	59
7	29
8	23
9	19
10	113
12	37
14	109
16	107
17	53
20	103
22	101
26	97
29	47
30	31
34	89
37	43
40	83
44	79
50	73
52	71
56	67

124	125	126	127	128	D
.	.	.	0	1	127
0	1	2	3	4	31
1	2	3	4	5	41
2	3	4	5	6	61
6	7	8	9	10	59
8	9	10	11	12	29
9	10	11	12	13	23
10	11	12	13	14	19
11	12	13	14	15	113
13	14	15	16	17	37
15	16	17	18	19	109
17	18	19	20	21	107
18	19	20	21	22	53
21	22	23	24	25	103
23	24	25	26	27	101
27	28	29	30	31	97
30	31	32	33	34	47
35	36	37	38	39	89
38	39	40	41	42	43
41	42	43	44	45	83
45	46	47	48	49	79
51	52	53	54	55	73
53	54	55	56	57	71
57	58	59	60	61	67

129	130	131	132	D
.	.	0	1	131
0	1	2	3	43
2	3	4	5	127
5	6	7	8	31
6	7	8	9	41
7	8	9	10	61
11	12	13	14	59
13	14	15	16	29
14	15	16	17	23
15	16	17	18	19
16	17	18	19	113
18	19	20	21	37
20	21	22	23	109
22	23	24	25	107
23	24	25	26	53
26	27	28	29	103
28	29	30	31	101
32	33	34	35	97
35	36	37	38	47
40	41	42	43	89
46	47	48	49	83
50	51	52	53	79
56	57	58	59	73
58	59	60	61	71
62	63	64	65	67

133	D
0	19
2	131
4	43
6	127
9	31
10	41
11	61
15	59
17	29
18	23
20	113
22	37
24	109
26	107
27	53
30	103
32	101
36	97
39	47
44	89
50	83
54	79
60	73
62	71
66	67

134	135	136	137	D
.	.	.	0	137
0	1	2	3	67
1	2	3	4	19
3	4	5	6	131
5	6	7	8	43
7	8	9	10	127
10	11	12	13	31
11	12	13	14	41
12	13	14	15	61
16	17	18	19	59
18	19	20	21	29
19	20	21	22	23
21	22	23	24	113
23	24	25	26	37
25	26	27	28	109
27	28	29	30	107
28	29	30	31	53
31	32	33	34	103
33	34	35	36	101
37	38	39	40	97
40	41	42	43	47
45	46	47	48	89
51	52	53	54	83
55	56	57	58	79
61	62	63	64	73
63	64	65	66	71

138	139	140	D
.	0	1	139
0	1	2	23
1	2	3	137
4	5	6	67
5	6	7	19
7	8	9	131
9	10	11	43
11	12	13	127
14	15	16	31
15	16	17	41
16	17	18	61
20	21	22	59
22	23	24	29
25	26	27	113
27	28	29	37
29	30	31	109
31	32	33	107
32	33	34	53
35	36	37	103
37	38	39	101
41	42	43	97
44	45	46	47
49	50	51	89
55	53	57	83
59	60	61	79
65	66	67	73
67	68	69	71

141	D
0	47
2	139
3	23
4	137
7	67
8	19
10	131
12	43
14	127
17	31
18	41
19	61
23	59
25	29
28	113
30	27
32	109
34	107
35	53
38	103
40	101
44	97
52	89
58	83
62	79
68	73
70	71

142	143	144	D
0	1	2	71
1	2	3	47
3	4	5	139
4	5	6	23
5	6	7	137
8	9	10	67
9	10	11	19
11	12	13	131
13	14	15	43
15	16	17	127
18	19	20	31
19	20	21	41
20	21	22	61
24	25	26	59
26	27	28	29
29	30	31	113
31	32	33	37
33	34	35	109
35	36	37	107
36	37	38	53
39	40	41	103
41	42	43	101
45	46	47	97
53	54	55	89
59	60	61	83
63	64	65	79
69	70	71	73

145	D
0	29
3	71
4	47
6	139
7	23
8	137
11	67
12	19
14	131
16	43
18	127
21	31
22	41
23	61
27	59
32	113
34	37
36	109
38	107
39	53
42	103
44	101
48	97
56	89
62	83
66	79
72	73

146	147	D
0	1	73
1	2	29
4	5	71
5	6	47
7	8	139
8	9	23
9	10	137
12	13	67
13	14	19
15	16	131
17	18	43
19	20	127
22	23	31
23	24	41
24	25	61
28	29	59
33	34	113
35	36	37
37	38	109
39	40	107
40	41	53
43	44	103
45	46	101
49	50	97
57	58	89
63	64	83
67	68	79

148	149	150	151	D
.	.	.	0	151
.	0	1	2	149
0	1	2	3	37
2	3	4	5	73
3	4	5	6	29
6	7	8	9	71
7	8	9	10	47
9	10	11	12	139
10	11	12	13	23
11	12	13	14	137
14	15	16	17	67
15	16	17	18	19
17	18	19	20	131
19	20	21	22	43
21	22	23	24	127
24	25	26	27	31
25	26	27	28	41
26	27	28	29	61
30	31	32	33	39
35	36	37	38	113
39	40	41	42	109
41	42	43	44	107
42	43	44	45	53
45	46	47	48	103
47	48	49	50	101
51	52	53	54	97
59	60	61	62	89
65	66	67	68	83
69	70	71	72	79

152	153	154	D
0	1	2	19
1	2	3	151
3	4	5	149
4	5	6	37
6	7	8	73
7	8	9	29
10	11	12	71
11	12	13	47
13	14	15	139
14	15	16	23
15	16	17	137
18	19	20	67
21	22	23	131
23	24	25	43
25	26	27	127
28	29	30	31
29	30	31	41
30	31	32	61
34	35	36	59
39	40	41	113
43	44	45	109
45	46	47	107
46	47	48	53
49	50	51	103
51	52	53	101
55	56	57	97
63	64	65	89
69	70	71	83
73	74	75	79

155	156	157	D
.	.	0	157
0	1	2	31
3	4	5	19
4	5	6	151
6	7	8	149
7	8	9	37
9	10	11	73
10	11	12	29
13	14	15	71
14	15	16	47
16	17	18	139
17	18	19	23
18	19	20	137
21	22	23	67
24	25	26	131
26	27	28	43
28	29	30	127
32	33	34	41
33	34	35	61
37	38	39	59
42	43	44	113
46	47	48	109
48	49	50	107
49	50	51	53
52	53	54	103
54	55	56	101
58	59	60	97
66	67	68	89
72	73	74	83
76	77	78	79

158	D
0	79
1	157
3	31
6	19
7	131
9	149
10	37
12	73
13	29
16	71
17	47
19	139
20	23
21	137
24	67
27	131
29	43
31	127
35	41
36	61
40	59
45	113
49	109
51	107
52	53
55	103
57	101
61	97
69	89
75	83

159	160	D
0	1	53
1	2	79
2	3	157
4	5	31
7	8	19
8	9	151
10	11	149
11	12	37
13	14	73
14	15	29
17	18	71
18	19	47
20	21	139
21	22	23
22	23	137
25	26	67
28	29	131
30	31	43
32	33	127
36	37	41
37	38	61
41	42	59
46	47	113
50	51	109
52	53	107
56	57	103
58	59	101
62	63	97
70	71	89
76	77	83

161	162	163	D
.	.	0	163
0	1	2	23
2	3	4	53
3	4	5	79
4	5	6	157
6	7	8	31
9	10	11	19
10	11	12	151
12	13	14	149
13	14	15	37
15	16	17	73
16	17	18	29
19	20	21	71
20	21	22	47
22	23	24	139
24	25	26	137
27	28	29	67
30	31	32	131
32	33	34	43
34	35	36	127
38	39	40	41
39	40	41	61
43	44	45	59
48	49	50	113
52	53	54	109
54	55	56	107
58	59	60	103
60	61	62	101
64	65	66	97
72	73	74	89
78	79	80	83

164	165	D
0	1	44
1	2	163
3	4	23
5	6	53
6	7	79
7	8	157
9	10	31
12	13	19
13	14	151
15	16	149
16	17	37
18	19	73
19	20	29
22	23	71
23	24	47
25	26	139
27	28	137
30	31	67
33	34	131
35	36	43
37	38	127
42	43	61
46	47	59
51	52	113
55	56	109
57	58	107
61	62	103
63	64	101
67	68	97
75	76	89
81	82	83

166	167	168	169	170	D
.	0	1	2	3	167
0	1	2	3	4	83
2	3	4	5	6	41
3	4	5	6	7	163
5	6	7	8	9	23
7	8	9	10	11	53
8	9	10	11	12	79
9	10	11	12	13	157
11	12	13	14	15	31
14	15	16	17	18	19
15	16	17	18	19	151
17	18	19	20	21	149
18	19	20	21	22	37
20	21	22	23	24	73
21	22	23	24	25	29
24	25	26	27	28	71
25	26	27	28	29	47
27	28	29	30	31	139
29	30	31	32	33	137
32	33	34	35	36	67
35	36	37	38	39	131
37	38	39	40	41	43
39	40	41	42	43	127
44	45	46	47	48	61
48	49	50	51	52	59
53	54	55	56	57	113
57	58	59	60	61	109
59	60	61	62	63	107
63	64	65	66	67	103
65	66	67	68	69	101
69	70	71	72	73	97
77	78	79	80	81	89

171	D
0	19
4	167
5	83
7	41
8	163
10	23
12	53
13	79
14	157
16	31
20	151
22	149
23	37
25	73
26	29
29	71
30	47
32	139
34	137
37	67
40	131
42	43
44	127
49	61
53	59
58	113
62	109
64	107
68	103
70	101
74	97
82	89

172	173	D
.	0	173
0	1	43
1	2	19
5	6	167
6	7	83
8	9	41
9	10	163
11	12	23
13	14	53
14	15	79
15	16	157
17	18	31
21	22	151
23	24	149
24	25	37
26	27	73
27	28	29
30	31	71
31	32	47
33	34	139
35	36	137
38	39	67
41	42	131
45	46	127
50	51	61
54	55	59
59	60	113
63	64	109
65	66	107
69	70	103
71	72	101
75	76	97
83	84	89

174	175	176	D
0	1	2	29
1	2	3	173
2	3	4	43
3	4	5	19
7	8	9	167
8	9	10	83
10	11	12	41
11	12	13	163
13	14	15	23
15	16	17	53
16	17	18	79
17	18	19	157
19	20	21	31
23	24	25	151
25	26	27	149
26	27	28	37
29	30	31	73
32	33	34	71
33	34	35	47
35	36	37	139
37	38	39	137
40	41	42	67
43	44	45	131
47	48	49	127
52	53	54	61
56	57	58	59
61	62	63	113
65	66	67	109
67	68	69	107
71	72	73	103
73	74	75	101
77	78	79	97
85	86	87	89

177	D
0	59
3	29
4	173
5	43
6	19
10	167
11	83
13	41
14	163
16	23
18	53
19	79
20	157
22	31
26	151
28	149
29	37
31	73
35	71
36	47
33	139
40	137
43	67
46	131
50	127
55	61
64	113
68	109
70	107
74	103
76	101
80	97
83	89

178	179	180	181	182	D
.	.	.	0	1	181
.	0	1	2	3	179
0	1	2	3	4	89
1	2	3	4	5	59
4	5	6	7	8	29
5	6	7	8	9	173
6	7	8	9	10	43
7	8	9	10	11	19
11	12	13	14	15	167
12	13	14	15	16	83
14	15	16	17	18	41
15	16	17	18	19	163
17	18	19	20	21	23
19	20	21	22	23	53
20	21	22	23	24	79
21	22	23	24	25	157
23	24	25	26	27	31
27	28	29	30	31	151
29	30	31	32	33	149
30	31	32	33	34	37
32	33	34	35	36	73
36	37	38	39	40	71
37	38	39	40	41	47
39	40	41	42	43	139
41	42	43	44	45	137
44	45	46	47	48	67
47	48	49	50	51	131
51	52	53	54	55	127
56	57	58	59	60	61
65	66	67	68	69	113
69	70	71	72	73	109
71	72	73	74	75	107
75	76	77	78	79	103
77	78	79	80	81	101
81	82	83	84	85	97

183	D
0	61
2	181
4	179
5	89
6	59
9	29
10	173
11	43
12	19
16	167
17	83
19	41
20	163
22	23
24	53
25	79
26	157
28	31
32	151
34	149
35	37
37	73
41	71
42	47
44	139
46	137
49	67
52	131
56	127
70	113
74	109
76	107
80	103
82	101
86	97

184	D
0	23
1	61
3	181
5	179
6	89
7	59
10	29
11	173
12	43
13	19
17	167
18	83
20	41
21	163
25	53
26	79
27	157
29	31
33	151
35	149
36	37
38	73
42	71
43	47
45	139
47	137
50	67
53	131
57	127
71	113
75	109
77	107
81	103
83	101
87	97

185	D
0	37
1	23
2	61
4	181
6	179
7	89
8	59
11	29
12	173
13	43
14	19
18	167
19	83
21	41
22	163
26	53
27	79
28	157
30	31
34	151
38	149
39	73
43	71
44	47
46	139
48	137
51	67
54	131
53	127
72	113
76	109
73	107
82	103
84	101
88	97

186	187	D
0	1	31
1	2	37
2	3	23
3	4	61
5	6	181
7	8	179
8	9	89
9	10	59
12	13	29
13	14	173
14	15	43
15	16	19
19	20	167
20	21	83
22	23	41
23	24	163
27	28	53
28	29	79
29	30	157
35	36	151
37	38	149
40	41	73
44	45	71
45	46	47
47	48	139
49	50	137
52	53	67
55	56	131
59	60	127
73	74	113
77	78	109
79	80	107
83	84	103
85	86	101
89	90	97

188	189	D
0	1	47
2	3	31
3	4	37
4	5	23
5	6	61
7	8	181
9	10	179
10	11	89
11	12	59
14	15	29
15	16	173
16	17	43
17	18	19
21	22	167
22	23	83
24	25	41
25	26	163
29	30	53
30	31	79
31	32	157
37	38	151
39	40	149
42	43	73
46	47	71
49	50	139
51	52	137
54	55	67
57	58	131
61	62	127
75	76	113
79	80	109
81	82	107
85	86	103
87	88	101
91	92	97

190	191	192	193	D
.	.	.	0	193
.	0	1	2	191
0	1	2	3	19
2	3	4	5	47
4	5	6	7	31
5	6	7	8	37
6	7	8	9	23
7	8	9	10	61
9	10	11	12	181
11	12	13	14	179
12	13	14	15	89
13	14	15	16	59
16	17	18	19	29
17	18	19	20	173
18	19	20	21	43
23	24	25	26	167
24	25	26	27	83
26	27	28	29	41
27	28	29	30	163
31	32	33	34	53
32	33	34	35	79
33	34	35	36	157
39	40	41	42	151
41	42	43	44	149
44	45	46	47	73
48	49	50	51	71
51	52	53	54	139
53	54	55	56	137
56	57	58	59	67
59	60	61	62	131
63	64	65	66	127
77	78	79	80	113
81	82	83	84	109
83	84	85	86	107
87	88	89	90	103
89	90	91	92	101
93	94	95	96	97

194	195	D
0	1	97
1	2	193
3	4	191
4	5	19
6	7	47
8	9	31
9	10	37
10	11	23
11	12	61
13	14	181
15	16	179
16	17	89
17	18	59
20	21	29
21	22	173
22	23	43
27	28	167
28	29	83
30	31	41
31	32	163
35	36	53
36	37	79
37	38	157
43	44	151
45	46	149
48	49	73
52	53	71
55	56	139
57	58	137
60	61	67
63	64	131
67	68	127
81	82	113
85	86	109
87	88	107
91	92	103
93	94	101

FIN

ÉTUDE

D'UNE COLLECTION D'OISEAUX DE L'ÉQUATEUR

donnée au Muséum d'Histoire naturelle

par A. MENEGAUX.

M. Gonessiat, ancien directeur de l'observatoire de Quito, à son retour en France, a bien voulu rapporter pour le Muséum une collection d'oiseaux provenant des doubles du Musée de Quito.

Cette collection, comprenant plus de 60 spécimens, répartis en 47 espèces et sous-espèces, est une heureuse acquisition, car divers spécimens très rares et nouveaux pour les collections du Muséum viennent s'ajouter heureusement aux belles collections reçues depuis quelques années de la région des Andes par MM. Rivet, Baer, de Créqui-Montfort.

Etant données les différences qu'on observe entre les oiseaux qui habitent l'est et l'ouest de l'immense barrière formée par les Andes, l'Equateur présente le plus haut intérêt au point de vue de la différenciation des formes, et la géographie des animaux mérite d'y être étudiée avec la plus grande précision. Aussi ai-je indiqué toutes les localités où les spécimens dont je parle ont été signalés. Il m'a paru intéressant d'ajouter un tableau donnant l'altitude des principales localités dont il est fait mention⁽¹⁾.

Falconidés.

1. MICRASTUR PELZELNI Ridgw.

Mic. pelz. Ridgway, *Ibis* (1876), p. 4. (Sarayacu.)

Un ♂ du Haut Napo.

Les parties supérieures sont d'un noir mat. Le menton et la gorge sont gris pâle, mais le bout des barbes est légèrement teinté de brunâtre, les tempes sont presque aussi foncées que le dos. Les raies des parties inférieures sont si foncées qu'elles paraissent noires.

(1) Voir un résumé de cette étude in *Bull. Mus.* (1908), N° 2, p. 107-112.

Sur le jugulum et le haut de la poitrine, elles sont aussi larges que l'intervalle blanc qui les sépare, tandis qu'à l'abdomen elles sont à peine le quart aussi large que cet intervalle. Elles sont particulièrement fines et rapprochées sur les culottes. Les plumes du milieu du bas ventre sont blanches avec leur base plombée.

Les sous-caudales sont finement striées, excepté celles qui touchent les rectrices dont les stries sont plus larges, plus espacées et moins distinctes.

La mandibule inférieure porte une large tache blanche, mais le bout en est noir.

Dimensions : aile 180^{mm}, queue 160, culmen 16, tarse 62; celles indiquées par Ridgway sont respectivement 162, 5; 157, 5; 13, et 58. Le doigt interne est sensiblement plus court que l'externe.

La queue, visiblement plus courte que les ailes, n'est traversée que par deux bandes claires, ce qui distingue cette espèce de la forme foncée de *M. guerilla* Cass. et de *M. gilvicolis* (Vieill.).

Déjà signalé à Sarayacu sur le Haut Ucayali par Ridgway. Paraît très rare. Nouveau pour les collections du Muséum.

Il faut rapporter à cette espèce la femelle recueillie par Siemiradski et signalée par Berlepsch et Taczanowski (P. Z. S, 1886, p. 310) sous le nom de *M. guerilla* Cass. et qui provient de Surupata, versant occidental des Andes.

Psittacidés.

2. PIONUS CORALLINUS Bp.

P. cor. Bonaparte, *Rev. Mag. Zool.* (1854) p. 148, 152, n. 118. (Ex Amér. mérid.)

Un adulte de l'ouest de l'Equateur.

Equateur occidental et Colombie.

Signalé à Pallatanga par Selater; par Berlepsch et Taczanowski à Mapoto (janv.) et à Pedregal.

3. PIONOPSITTA AMAZONINA (Des Murs).

Psittacus am. Des Murs, *Rev. Zool.* (1845) p. 207.

Un jeune du Haut Napo.

Ce jeune oiseau diffère du type auquel je l'ai comparé. Ainsi il porte au front un fin liséré rouge, les lores sont rouge cinabre, et se continuent par un fin trait sourcilier qui rejoint les joues en arrière. Les joues sont rouges. Le piléum est brun noir, et les plumes de l'occiput sont bordées de jaunâtre, de plus en plus largement

jusqu'au demi collier. Le jugulum jaune brun se relie au demi collier supérieur, moins jaune et un peu teinté de verdâtre. L'abdomen est vert. Seules les petites couvertures alaires sont rouges et au bord de l'aile il se trouve quelques plumes de cette couleur. Les rémiges bâtardes et les tectrices primaires sont d'un noir légèrement lavé de bleu foncé. Le bord interne des rémiges primaires est vert et non bleu. Les rectrices ont la pointe verdâtre en dessous et à peine bleutée en dessus. Cette forme se relie donc à *P. haematotis* Schl. et Salv.

Colombie. Son aire d'habitat s'étend donc jusqu'à l'Equateur.

4. BROTOGERYS DEVILLEI (nec Gray) Salvad.

B. dev. Salvadori, *Cat. B. Brit. Mus.*, vol. XX, p. 261 (1891); Gray, *Handlist*, II p. 130. (1870, nom. nud.)

Un adulte du Haut Napo.

Haut bassin du Rio Negro et de l'Amazone. — Signalé à Sarayacu.

Capitonidés.

5. CAPITO SQUAMATUS Salv.

C. sq. Salvin, *Ibis* (1876) p. 494. pl. XIV (Santa Rita).

Un adulte du versant occidental des Andes.

Cet animal est très rare dans les collections. C'est une femelle, car le menton, la gorge, le jugulum et la poitrine antérieure sont d'un beau noir plus mat que sur les joues et le demi collier supérieur. Ce sont les barbes *externes* des rémiges tertiaires qui sont blanches et non les *internes* (*V. Cat. B. Brit. Mus.* vol. XIX, p. 112).

Equateur. Signalé par Salvin et par Taczanowski et Berlepsch à Santa Rita (Eq. occ.).

6. CAPITO AURATUS (Dumont).

Bucco aur. Dumont. *Dict. Sc. Nat.*, 1 v., p. 54 (1816) (Pérou).

Bucco punctatus Lesson, *Traité Orn.* p. 165 (1831); *Cat. B. Brit. Mus.*, t. XIX, p. 112 (1891); Dalmas, *Soc. Zool. Fr.* (1900), p. 178.

Une ♀ du Haut Napo.

De la Colombie à la Bolivie.

7. CAPITO AMAZONICUS Dev. et Des M.

C. am. Deville et des Murs, *Rev. Zool.* (1849), p. 171.

Un jeune ♂ du Haut Napo.

Le rouge apparaît déjà nettement sur les barbes terminales des plumes du front et du vertex.

Haut Amazone et Rio Negro.

8. CAPITO RICHARDSONI Gray.

C. rich. Gray, *Gen. B.*, II, p. 430, pl. 106 (1846).

Deux ♂ et deux ♀ du Haut Napo.

Cette espèce est spéciale à l'Equateur.

Récolté au Rio Napo, à Sarayacu et à Intac.

9. CAPITO BOURCIERI BOURCIERI (Lafr.).

Micropogon b. Lafresnaye, *Rev. Zool.* (1845), p. 179 et (1849), p. 116, pl. IV (Bogota).

Un ♂ adulte du Haut Napo.

Ce spécimen, quoique provenant de l'Equateur, appartient bien à la forme *C. bourcierii*, car le rouge de la poitrine, interrompu par place, se prolonge en s'atténuant un peu jusqu'au milieu de l'abdomen. Il est pourtant moins intense que sur le type de l'espèce provenant de Bogota et conservé aux Galeries de Zoologie. Donc il ne s'arrête pas brusquement suivant une ligne transversale comme sur la forme occidentale *C. æquatorialis* Salvad. et Festa et *C. schelleyi* Dalmas, qui doivent être regardés par suite comme une seule et même forme de *C. bourcierii*. Il est probable que ces diverses formes vivent côte à côte dans certaines régions de l'Equateur.

Dans la collection montée j'ai trouvé un spécimen appartenant à la forme typique et qui a été rapporté « de la province de Napo » et donné au Muséum en 1864 par Richard de Prulay.

Dimensions de ces deux spécimens : aile 76, 77 ; queue 55, 56 ; culmen 17, 16 ; tarse 19, 20.

La forme de la Colombie se retrouve donc dans la région orientale des Andes. Le Dr Rivet a rapporté de Guala un mâle de *C. b. æquatorialis* Salvad. et Festa et une femelle qui ne se distingue pas d'ailleurs de celles de ses congénères.

Colombie et la partie orientale de l'Equateur : Rio Napo. Sarayacu. Signalé à Pallatanga, Nanegal, Esmeraldas par Selater ; à Chimbo, à Machay par Berlepsch et Taczanowski.

Picidés.

10. MELANERPES PUCHERANI (Malh.).

Zebrapicus p. Malherbe, *Rev. Zool.* (1849), p. 542, (Tabago.) (M. S. Ste-Marthe, Nouvelle-Grenade.)

Un ♂ du Quito.

De Guayaquil vers le nord à travers la région la plus occidentale de la Colombie jusqu'au Mexique.

Signalé à Yaguachi par Taczanowski et Berlepsch.

11. MELANERPES CRUENTATUS (Bodd.).

Picus cru. Boddaert, *Tabl. Pl. enl.*, p. 43, 694, 2 (1783).

Un ♂ du Haut Napo.

Nord de l'Amérique méridionale jusqu'au Pérou central, à la Bolivie, à la province de Matto grasso et à Pernambuco.

Galbulidés.

12. GALBULA MELANOGENIA Scl.

G. mel. Sclater, *Contr. Orn.* (1852), p. 61, pl. 90.

Une ♀ de l'ouest de l'Equateur.

Depuis l'Equateur jusqu'au Mexique.

Signalé à Chimbo par Berlepsch et Taczanowski, par le Cat. B. Brit. Mus. dans l'ouest de l'Equateur, à Balzar; à Cachavi par Hartert; dans la forêt du Rio Peripa (nov.) par Salvadori et Festa.

Rhamphastidés.

13. PTEROGLOSSUS ERYTHROPYGUS Gould.

Pt. er. Gould, *P. Z. S.* (1843), p. 15.

Un adulte du versant occidental des Andes.

Equateur occidental. Signalé à Pallatanga, Santa Rita, Intac, Babahoyo par Sclater; à Chimbo par Berlepsch et Taczanowski; dans la forêt del Rio Peripa (oct. et nov.) et à Intac (juin) par Salvadori et Festa.

14. AULACORHAMPUS HAEMATOPYGIUS (Gould).

Pteroglossus haem. Gould, *P. Z. S.* (1834), p. 147 (Amér. mérid.)

Un spécimen de la petite forme provenant de l'ouest de l'Equateur. Colombie et Equateur.

Déjà signalé à Pallatanga, Quito, Jima par Sclater; à Pedregal, Cayandedel par Berlepsch et Taczanowski; à Paramba par Hartert; à Intac (juin), Gualea (juillet) et dans la forêt del Rio Peripa (nov.) par Salvadori et Festa.

15. RHAMPHASTOS TOCARD Vieill.

Rh. t. Vieillot, *Nouv. Dict.*, XXXIV, p. 281.

Un adulte et un jeune dont le bec plus court (2 cm. au moins) est

encore tout entier noir, sauf à l'extrémité du culmen; mais il est plus foncé au dessous de la ligne oblique déjà marquée sur la mandibule supérieure.

De l'Equateur occidental jusqu'au Costa Rica et au Nicaragua.

Signalé à Pallatanga, Nanegal, Equateur occidental et oriental par Selater; à Mapoto, Chimbo par Berlepsch et Taczanowski; à Paramba par Hartert; vallée de Mendez (Eq. or.) en avril, San José (mai), Intac (juin), forêt del Rio Peripa (oct., nov.) par Salvadori et Festa.

16. RAMPHASTOS CUVIERI Wagl.

Rh. c. Wagler, *Syst. av.*, sp. 5.

2 spécimens du Haut Napo.

Colombie, haut Amazone, Equateur.

Signalé à Sarayacu, Rio Napo, Gualaquiza, San José par Selater, a Gualaquiza (nov.) et vallée del Rio Santiago (Eq. or.), en février et mars, par Salvadori et Festa.

Trogonidés.

17. PHAROMACRUS ANTISIENSIS (d'Orb.).

Trogon ant. d'Orbigny, *Voy. Amer.*, p. 381, pl. 66, fig. 1 (1835 à 1844).

Un jeune ♂ du Quito.

Hautes forêts du Vénézuéla à la Bolivie.

Signalé à San José et Sarayacu par Sharpe; à Cayanded (fév.) (Versant occ.) par Berlepsch et Taczanowski; Urabi, San José de Minas, Milligalli par Hartert.

Cuculidés.

18. PIAYA CAYANA NIGRICRISSE Scl.

[*P. cay.* Linné, *Syst. Nat.*]

P. nigricrissa Selater, *P. Z. S.* (1860), p. 285.

Deux spécimens de l'ouest de l'Equateur.

Les plumes anales et les sous-caudales sont d'un noir mat qui contraste avec la couleur grise de l'abdomen. Sous-espèce nouvelle pour les collections.

Panama, Colombie, Equateur et Pérou.

Signalé à Sarayacu par Selater et Salvin; à Babahoyo, Esmeraldas par Selater, Shelley, Cat. B. Brit. Mus. Salvadori et Festa identifient cette sous-espèce avec *P. c. cayana* (L.).

19. *TAPERA NAEVIA* (L.).

Cuculus naevius, Linné, *Syst. nat.*, I (1766), p. 170.

Diplopterus n. auct.

Un adulte du Haut Napo.

Amérique centrale et méridionale; Equateur, Shelley, Cat. B. Brit. Mus.

Signalé à Babahoyo, à Chimbo, à Yaguaci par Berlepsch et Taczanowski; à Babahoyo (août), Vinces (sept.) par Salvadori et Festa.

20. *CROTOPHAGA ANI* L.

Crot. ani, Linné, *Syst. N.*, X^e (1758), p. 105.

Un spécimen du Haut Napo.

Les barbes externes des rémiges primaires ont un reflet verdâtre assez accentué.

Sud des Etats-Unis, Amér. centrale, Antilles, nord de l'Amér. mérid.

Signalé à Babahoyo, à Santa-Rita par Shelley, Cat. B. Brit. Mus.; à Yaguachi par Berlepsch et Taczanowski; à San Pedro par Hartert; à La Concepcion (valle del Chota, avril), Vinces (sept.) par Salvadori et Festa.

Momotidés.21. *PRIONIRHYNCHUS PLATYRHYNCHUS* (Leadb.).

Momotus plat. Leadberg, *Trans. L. Soc.* (1833), XVI, p. 92.

Un spécimen de Quito.

Amazonie supérieure et Equateur, jusqu'au Costa-Rica.

Signalé à Sarayacu et à Yauayacu par Sharpe in Cat. B. Brit. Mus.; à Paramba par Hartert.

Cotingidés.22. *RUPICOLA PERUVIANA PERUVIANA* (Lath.).

Pipra per. Latham, *Ind Ornith.* II, p. 655.

Un ♂ en brillant plumage, du Haut Napo. Le nom indigène est Gallo de Peña.

De la Colombie à la Bolivie, Amazonie.

Signalé au Rio Napo par Sclater; à Mapoto, Machay (nov. à janv.) par Berlepsch et Taczanowski; à S. Lucas, Chiquinda par Sclater, Cat. Birds Brit. Mus.; à Cuchipamba (Equat. or., nov.), basse vallée del Rio Zamora (janv.), vallée del Rio Santiago (fév.), à San José (mai) par Salvadori et Festa; à Baeza par Goodfellow.

23. *RUPICOLA SANGUINOLENTA* Gould.

R. sang. Gould. *P. Z. S.* (1859), p. 100 (Equateur).

Une femelle du versant occidental des Andes.

La couleur d'un rouge foncé est à reflets carminés et violacés brillants suivant l'incidence. Les rémiges et les rectrices sont d'un brun plus foncé que chez la femelle de *R. p. peruviana* (Lath.). Cette femelle diffère donc du mâle dans le même rapport que la femelle de *R. p. peruviana* diffère du mâle de l'espèce.

Cette forme appartenant au versant occidental des Andes y représente la forme orientale *R. peruviana*. Sa distribution y paraît tout à fait locale et jusqu'à maintenant discontinue; nom indigène : femelle de Gallo de Peña.

Colombie et Equateur occidental.

Signalé dans l'Equateur par Gould ; à Nanegal par Selater, Berlepsch et Taczanowski ; dans l'Equat. occid. par Cat. Birds Brit. Mus. ; à Milligalli par Hartert ; dans l'Equateur occid. à Intac (juin), Gualea (juillet) par Salvadori et Festa ; à Gualea et Milligalli par Goodfellow.

Alcédinidés.

24. *CERYLE AMERICANA AMERICANA* (Gm.).

Alcedo am. Gmelin, *Syst. Nat.* (1788), p. 451.

Un ♂ du Haut Napo

Le blanc de la gorge descend très bas et la couleur passe brusquement au marron foncé du jugulum.

Nord de l'Amérique méridionale.

Signalé à Babahoyo, Esmeraldas par Selater ; Equateur par Sharpe, Cat. Birds B. Mus. ; à Guayaquil, Yaguachi par Berlepsch et Taczanowski ; à Cachavi par Hartert ; à Vincés (sept.), forêt del Rio Peripa (oct.) par Salvadori et Festa.

Ictéridés.

25. *XANTHORNIS CHRYSOCEPHALUS* (L.).

Oriolus ch. Linné, *Syst. Nat.* I, p. 164.

Icterus ch. auct.

Un ♂ et une ♀ du Haut Napo.

Guyanes, Vénézuéla, Amazonie, Colombie et Equateur.

Signalé à Sarayacu par Selater.

26. *CACICUS CELA* (L.).

Parus cela, Linné, *Syst. Nat.* X^e (1758), p. 191.

Oriolus persicus, Linné, *Syst. Nat.* XII^e (1766), p. 161.

Une ♀ du Haut Napo.

De la Colombie au sud du Brésil et à la Bolivie.

Signalé à Sarayacu par Sclater.

27. *CASSIDIX ORYZIVORUS* (Gm.).

Oriolus or. Gmelin, *Syst. nat.* I (1758), p. 386. (Cayenne ex Latham.)

Une ♀ du Haut Napo.

Du Mexique au Pérou et au Paraguay.

Signalé à Pallatanga par Sclater, Taczanowski et Berlepsch ; Equateur par Sclater, Cat. Birds. B. Mus. ; Paramba, Chimbo par Hartert ; forêt del Rio Peripa (nov.), Sponde del Rio Daule (déc.) par Salvadori et Festa ; à San Domingo et à San Nicolas (Eq. occ.) par Goodfellow.

Coérébidés.28. *DACNIS ANGELICA* (de Fil.).

Dacnis ang. de Filippi, *Atti sesta Riun. Sc. It.*, p. 404 (1845).

Un ♂ adulte du Haut Napo.

La couleur du piléum se prolonge en arrière moins loin que chez les autres spécimens de l'Equateur que j'ai examinés, et la couleur blanche de l'abdomen n'apparaît qu'indistinctement et par taches, car toutes les plumes ont leurs barbes terminales bleues.

Guyanes et Colombie jusqu'au Pérou et à la Bolivie orientale.

Signalé à Gualaquiza par Sclater ; Equateur, Cat. Birds Brit. Mus., Vol. XI ; vallée del Zamora (déc.) par Salvadori et Festa.

29. *CHLOROPHANES SPIZA COERULESCENS* Cassin.

Ch. coerulescens, Cassin, *Pr. Ac. Sc. Phil.* (1864), p. 267, 268 (Bolivie).

Deux ♂ adultes du Haut Napo.

Les nombreux échantillons que j'ai examinés me permettent d'affirmer que cette forme des Andes se différencie par ses reflets bleu foncé assez nettement des formes voisines : *C. s. guatemalensis* (Scl.) et *C. s. spiza* (L.) de la Guyane et de Trinidad. Chez le jeune mâle, le noir apparaît sur le milieu de la tête, puis sur les joues et le pourtour des yeux. Le bleu se dessine ensuite sur les rémiges et par endroits sur le manteau.

De la Colombie à la Bolivie.

Signalé en Bolivie par Cassin ; Rio Napo, Gualaquiza, Pallatanga, Sarayacu par Selater ; vallée del Zamora (juin et décembre) par Salvadori et Festa.

Tanagridés.

30. EUPHONIA XANTHOGASTRA Sund.

E. x. Sundewall, *Vet. Ak. Handl.* (1833), p. 310, pl. 10, fig. 1.

Deux ♂ ad. du Haut Napo. Bec fort.

Tout le Nord de l'Amérique méridionale.

Signalé au Rio Napo, à Gualaquiza, Pallatanga, Nanegal, Babahoya par Selater ; à Chimbo, Cayanded, Pedregal, Machay par Berlepsch et Taczanowski ; à Cachavi, Chimbo par Hartert ; Vallée del Zamora (décembre), Guala (mai), Intac (juin), par Salvadori et Festa ; à San Domingo et Guala par Goodfellow.

31. TANAGRELIA CALOPHRYS (Cah.).

Hypothlypis callophrys, Cabanis in *Schomb. Guian.* III, p. 668 (note).

Un ♂ juv. du Haut Napo.

Haut Amazone.

Signalé à Sarayacu par Selater, Cat. B. Brit. Mus. et à l'embouchure du Rio Coca, sur le Haut Napo par Goodfellow.

32. CHLOROCHRYSA BOURCIERI (Bp.).

Calliste b. Bonaparte, *Comptes Rendus Ac. Sciences.* Janvier 1851, p. 76 (Banos) et *Rev. zool.* (mars 1851), p. 129.

Un ♂ juv. et une ♀ du Haut Napo.

Chez le jeune mâle la tache jaune du vertex et de l'occiput existe déjà, mais la tache auriculaire orangée commence à peine à se dessiner de même que la couleur orangée du croupion.

Colombie et Equateur oriental.

Signalé à Machay et Mapoto (décembre et janvier) par Berlepsch et Taczanowski ; à Baeza, Equateur oriental, par Goodfellow (1700 m.).

33. CALOSPIZA CHILENSIS (Vig.).

Aglaia ch. Vigors, *P. Z. S.* (1832), p. 3.

Calliste yeni auct.

Un ♂ du Haut Napo.

Equateur, Pérou, Bolivie.

Signalé à Gualaquiza et à Machay par Selater ; est Equateur par Cat. Birds B. Mus. ; Machay par Berlepsch et Taczanowski ; à Gualaquiza

(nov., avril), Vallée del Zamora (déc.) par Salvadori et Festa ; Rios Coca, Napo et Iquitos par Goodfellow.

34. CALOSPIZA SCHRANKI (Spix).

Tanagra sch. Spix, *Aves Bus.* II, p. 38.

Deux ♂ ad. et une ♀ du Haut Napo.

Est des Andes : Equateur, Pérou, Bolivie.

Signalé ; Rio Napo, Gualaquiza, Zamora par Sclater ; Equateur oriental par Cat. Birds B. Mus. ; Vallée del Zamora (déc.) par Salvadori et Festa.

35. CALOSPIZA XANTHOASTRA (Scl.).

Calliste x. Sclater, *Contr. Orn.* (1851), p. 22, 55.

Deux ♂ et une ♀ adultes du Haut Napo.

Est des Andes jusqu'à la Guyane anglaise.

Signalé : Equateur or. par Sclater, Cat. Birds B. Mus. ; Vallée del Zamora (déc.), V. del Santiago (mars), Gualaquiza (nov., juillet) par Salvadori et Festa.

36. CALOSPIZA PUNCTULATA (Scl. et Salv.).

Calliste p. Sclater and Salvin, *P. Z. S.* (1876), p. 353 (Tilotilo).

Un ♂ ad. du Haut Napo.

Cette forme très rare, nouvelle pour les collections, diffère très peu de *C. punctata* (L.) de la Guyane. Pourtant on remarque que les taches noires du ventre et de l'occiput sont plus grandes, de même que celles des joues. La gorge et la poitrine sont teintées d'un bleuté verdâtre plus foncé.

Longueur totale 85 mm., aile 60, queue 45, culmen 9,5.

Bolivie et Equateur.

Signalé à San José par Sclater, Cat. Birds. Brit. Mus.

37. CALOSPIZA AURULENTA (Lafr.).

Tanagra (Aglaia) aur. Lafresnaye, *Rev. zool.* (1843), p. 290 (Colombie).

Deux adultes du versant occidental des Andes.

Par leur tache noire auriculaire allongée, par la couleur plus claire du croupion et par une teinte chataine à la gorge, ils se rapprochent de la forme du Napo *C. pulchra* (Tsch.).

Colombie et Equateur.

Signalé à Pallatanga, Nanegal par Sclater ; Cayandedel par Berlepsch et Taczanowski ; à Intac (juin), Gualea (mai) par Salvadori et

Festa; à San Domingo et à Intaj (Equateur occ.) de 200 à 500 m., par Goodfellow.

38. CALOSPIZA GYROLOÏDES (Lafr.).

Aglaia g. Lafresnaye, *Rev. zool.* (1847), p. 277.

Un ♂ ad. et deux ♀ juv.

Chez le mâle adulte les tectrices sous alaires ont les barbes terminales verdâtres. Ce caractère est encore plus accentué chez divers spécimens de la région que j'ai examinés.

Du Costa-Rica au Pérou oriental.

Signalé sur le Rio Napo, Zamora, à Pallatanga, Nanegal, Esmeraldas par Sclater; à Chimbo, Mapoto par Berlepsch et Taczanowski; Equateur par Cat. Birds Brit. Mus.; à Chimbo par Hartert; à San José (Eq. or.) (mai), vallée del Zamora (juin), Guala (mai) par Salvadori et Festa.

39. CALOSPIZA LUNIGERA (Scl.).

Calliste l. Sclater, *Contr. Orn.* (1851), p. 65, pl. 70.

1 adulte de l'Ouest de l'Equateur.

Equateur occidental. — Signalé à Nanegal par Sclater; à Cayandede par Berlepsch et Taczanowski; Equateur par Cat. Birds. B. Mus.; à Guala (mai, juillet), Nanegal (juin), Intac (juin) par Salvadori et Festa; à Canzacota, Guala, ouest du Pichincha par Goodfellow.

40. CALOSPIZA CYANICOLLIS CAERULEOCEPHALA (Sw.).

[*Aglaia cya.* Lafresnaye et d'Orbigny, *Syn. Av.*, I, p. 33].

Aglaia caerul. Swainson, *An. in Menag.*, p. 356.

Deux ♂ ad. du Haut Napo.

Cette forme du Pérou et de l'Equateur oriental est bien caractérisée par sa gorge plus violacée que chez *C. c. granadensis* (Berl.) et par les teintes plus ou moins violacées que prend le bleu de la tête en faisant varier l'incidence.

Versant oriental des Andes de l'Equateur et nord du Pérou.

Signalé à Machay, Mapoto par Berlepsch et Taczanowski; vallée del Zamora (déc.) par Salvadori et Festa.

41. TACHYPHONUS CRISTATUS CRISTATUS (L.).

Tanagra cr. Linné, *Syst. nat.* I, p. 317.

Un ♂ du Haut Napo.

Les sous alaires sont d'un blanc pur et les rémiges ne sont bordées de blanchâtre que près de leur base.

Guyane, Amazonie, Colombie, Equateur, Pérou.

Signalé à Sarayacu par Sclater ; vallée del Zamora (déc.) par Salvadori et Festa.

42. TACHYPHONUS LUCTUOSUS Lafr. et d'Orb.

Tach. luct. Lafresnaye et d'Orbigny, *Syn. Av.*, I, 29.

Un ♂ du versant occidental des Andes.

Du Costa-Rica à la frontière de la Bolivie.

Signalé à Babahoyo, Esmeraldas par Sclater ; à Chimbo par Berlepsch et Taczanowski ; à Chimbo par Hartert ; forêt del Rio Peripa (nov.) par Salvadori et Festa ; à S. Nicolas (Eq. occ.) et Rios Coca, Napo (Eq. or.) par Goodfellow.

Tyrannidés.

43. CISSOPIS LEVERIANA (Gm.)

Lanius leverianus Gmelin, *S. Nat.* I, p. 302, (1788).

Un ♂ du Haut Napo.

Guyanes, Vénézuéla jusqu'à la Bolivie.

Signalé à Gualaquiza, dans l'Equateur par Sclater, *Cat. Birds B. Mus.* ; à Gualaquiza (janv., avril) par Salvadori et Festa ; embouchure du Rio Coca dans le Haut Napo par Goodfellow.

44. PYROCEPHALUS RUBINUS (Bodd.).

Muscicapa rub. Boddaert, *Tabl. Pl. enl.*, p. 42.

Un ♂ du Haut Napo.

Colombie à Buenos-Ayres.

Signalé à Quiyos par Sclater ; à Guyaquil, Chimbo par Berlepsch et Taczanowski ; à Ibarra par Hartert ; à Ibarra (mars), la Concepcion (avril), Tombaco (Quito, juillet), Savano del Guayaquil (août), Vincés (sept.), Balzar (déc.) par Salvadori et Festa ; à Ibarra et vallée du Chillo par Goodfellow.

Pipridés.

45. MASIUS CORONULATUS Sclat.

M. cor. Sclater, *P. Z. S.* (1860), p. 91 (Equateur).

Un ♂ du versant occidental.

Colombie, Equateur.

Signalé à Nanegal par Sclater; à Gualea (mai), Intac (Equat. occ., juin) par Salvadori et Festa; à Canzacota, Gualea, Intac par Goodfellow.

46. *PIPPA ERYTHROCEPHALA* L.

Parus er. Linné, *Syst. Nat.*, X^e (1758), p. 191.

Pippa auricapilla anct.

Un ♂ du Haut Napo.

Ce spécimen a la tête d'un jaune d'or plus pâle et tirant beaucoup plus sur le rougeâtre que les spécimens du Panama et de Cayenne. Ceux de Colombie paraissent faire le passage entre ces deux formes. En outre sur les types de Cayenne le jaune se termine sur le demi-collier par une bordure rouge qui faisait défaut sur les spécimens des Andes examinés.

Nord de l'Amérique méridionale.

Signalé à Gualaquiza, au Rio Napo par Sclater; Coca, Haut Napo par Goodfellow; Vallée del Zamora (déc.), Gualaquiza (oct.) par Salvadori et Festa.

Hylactidés (Pteroptochidés).

47. *ACROPTERNIS ORTHONYX INFUSCATUS* Salvad. et Festa.

[*A. orth.* Lafresnaye, *Rev. Zool.* (1843) p. 131.]

A. infuscatus Salvadori et Festa, *Bull. Mus. Torino*, vol. XV n° 362, p. 34, publié le 17 nov. 1899.

Un spécimen du Haut Napo.

Cette forme est très voisine de *A. orthonix* Lafr. de la Colombie. Elle n'en diffère que par une couleur plus foncée et par des taches blanches arrondies plus nettes. Ces caractères paraissent constants sur les spécimens provenant de l'Equateur.

Sous-Espèce spéciale à l'Equateur.

Forme signalée dans l'Equateur par Sclater (Cat. Am. B.); part. Equateur, Cat. Birds B. Mus.; à Frutillas (juillet), Llosa (juillet) par Salvadori et Festa.

**Altitude des principales localités citées (d'après le Dr Rivet
et Taczanowski).**

Yaguachi.	5 ^m	Babahoyo.	5 ^m
Chimbo (Puente de) . .	345	Mapoto (près Baños). .	1.237
Copalillo	330	Machai.	1.521
Pedregal	850	Baños	1.800
Surupata	1.230	Riobamba	2.798
Cayandeled.	1.377	Quito	2.850
Chahuarpata	1.833	Balzar	100
Tribulpata	2.194	Intac.	1.200
Cerro de Margareta . .	3.131	Gualea	1.200
Allpachaco	3.136	Nanegal	1.200
Bugnac (près Alausi). .	1.987	Lloa	2.070
Hoyaxi.	2.829	Ibarra	2.225
Shical	3.037	Cotopaxi	5.943
Tixay	2.925	Tumbaco.	2.390

Liste des principaux ouvrages et mémoires consultés.

SCLATER, P. L. — List of a Collection of Birds received by Mr. Gould from the province of Quijos in the Republic of Ecuador.

Proc. Zool. Soc. (1854), p. 109-115, 2 pl.

— Notes on a Collection of Birds received by. M. Verreaux, of Paris, from the Rio Napo in the Republic of Ecuador.

P. Z. S. (1858), p. 59-77, 1 pl.

— List of Birds collected by Mr. Louis Fraser in Cuenca, Gualaquiza and Zamora in the Republic of Ecuador.

P. Z. S. (1858), p. 449-461, 1 pl.

— On the Birds collected by Mr. Louis Fraser in the vicinity of Riobamba, in the Republic of Ecuador.

P. Z. S., p. 549-556, 1 pl.

— List of the first collection of Birds made by Mr. Louis Fraser at Pallatanga, Ecuador, with notes and description of New Species.

P. Z. S. (1859), p. 135-147, 1 pl.

— On some new or little known Birds from the Rio Napo.

P. Z. S. (1859), p. 440 et 441.

- SCLATER, P. L. — List of additional Species of Birds collected by Mr. Louis Fraser at Pallatanga, Ecuador ; with Notes and Description of new Species.
P. Z. S. (1860), p. 63-73.
- List of Birds collected by Mr. Fraser in the vicinity of Quito, and during excursions to Pichincha and Chimborazo ; with Notes and Descriptions of new Species.
P. Z. S. (1860), p. 73-83, 1 pl.
- List of Birds collected by Mr. Fraser in Ecuador, at Nanegal, Calacali, Perucho, and Puellaro ; with Notes and Description of New Species.
P. Z. S. (1860), p. 83-97, 1 pl.
- List of Birds collected by Mr. Fraser at Babahoyo in Ecuador, with Notes and Descriptions of New Species.
P. Z. S. (1860), p. 272-290, 1 pl.
- List of Birds collected by M. Fraser at Esmeraldas, Ecuador, with Descriptions of New Species.
P. Z. S. (1860), p. 291-298.
- SCLATER. — *Catal. of collection Amer. Birds* (1862).
- SCLATER and SALVIN. — *Exotic Ornithology* (1869).
- *Nomencl. Aves Netrop. part.* (1873).
- SEEBOHM. — *Catal. Birds* (1881).
- BERLEPSCH, Comte H. v., et TACZANOWSKI, L. — Liste des oiseaux recueillis par Stolzmann et Siemiradzki dans l'Equateur occidental.
P. Z. S. (1883), p. 536-577, 1 pl.
- Deuxième liste des Oiseaux recueillis dans l'Equateur occidental par Stolzmann et Siemiradzki.
P. Z. S. (1884), p. 281-313, 1 pl.
- TACZANOWSKI, L., et Comte HANS VON BERLEPSCH. — Troisième liste des Oiseaux recueillis par Stolzmann dans l'Equateur.
P. Z. S. (1885), p. 67-114, 2 pl. avec appendices.
- BERLEPSCH, Hans von. — Appendice II (du précédent) : Considérations générales sur la faune ornithologique de l'Equateur occidental.
P. Z. S. (1885), p. 114-124.
- HARTERT Ernst. — On a collection of Birds from North Western Ecuador collected bei Mr. W.-F.-H. Rosenberg.
Nov. Zool. (1898), p. 477.

- SALVADORI T. et E. FESTA. — Viaggio del Dr Enrico Festa nell Ecuador. — *Ucelli Boll. Musei d. Zool. ed Anat. Comp.*
Torino vol. XV N° 337 publié le 10 août 1899 (p. 1 à 31);
— N° 362 — 17 nov. 1899 (p. 1 à 34);
— N° 368 — 19 fév. 1900 (p. 1 à 54).
- GOODFELLOW, W. — Results of an Ornithological Journey through Colombie and Ecuador.
Ibis (1900), p. 300-349; p. 458-484; p. 699-716.
- HELLMAYR, C.-E. — A Revision of the Species of the Genus *Pipra*,
Ibis (Janv. 1906), p. 1 à 32, 1 pl.
- Catalogue Birds of Brit. Mus. : vol. I, XI, XIV, XV, XVII, XVIII, XIX, XX.
-

Extraits des Comptes-rendus des séances

Séance du 9 mai 1908.

PRÉSIDENTE DE M. LÉCAILLON

Il est procédé à l'élection de M. Jean Jarricot, comme correspondant dans la troisième section. M. Jarricot est élu à l'unanimité.

M. André présente le rapport sur la candidature de M. Rousier, comme membre de la première section. Il est procédé aussitôt au vote. M. Rousier est élu à l'unanimité.

Le rapport sur la candidature de M. Rivet est renvoyé à la prochaine séance.

M. Victor Henry fait une conférence sur le mouvement brownien. Il expose l'origine, l'évolution, l'état actuel de cette question.

M. Mahler présente une étude d'échantillons de houille de Meurthe-et-Moselle.

Séance du 23 mai 1908.

PRÉSIDENTE DE M. LAISANT.

M. Laisant dépose, au nom de M. Gabriel Arnoux, une brochure sur les espaces arithmétiques et leurs transformations.

M. Anthony lit son rapport sur la candidature de M. Rivet.

M. Gravier fait une causerie sur les récifs de coraux, dans laquelle il expose l'état actuel de nos connaissances sur cette question et les problèmes qu'elle soulève.

Séance du 13 juin 1908.

PRÉSIDENTE DE M. LÉCAILLON

Il est procédé à l'élection de M. Rivet, comme correspondant de la troisième section. M. Rivet est élu à l'unanimité.

M. Monpillard expose l'histoire et l'état actuel de la photographie des couleurs, avec de nombreux et très beaux exemples personnels à l'appui.

Séance du 27 juin 1908.

PRÉSIDENTE DE M. ANDRÉ

M. Rabaud fait une communication sur l'influence de l'air et des actions mécaniques sur le développement de l'embryon. Il

fait notamment ressortir l'autonomie, dans ce développement, des diverses parties de l'embryon.

M. Tur, correspondant de Varsovie, présent à la séance, présente quelques observations personnelles, corroborant les conclusions de M. Rabaud.

M. J. Pellegrin dépose le mémoire qu'il a publié sur l'incubation buccale chez deux *Arius* de la Guyane.

M. Coutière fait une communication sur un nouvel Entoniscien parasite d'une Synalphée. C'est le premier exemple connu de ces Epicarides infestant un Décapode macroure.

Séance du 14 juillet 1908.

PRÉSIDENCE DE M. ANDRÉ

M. Chapelon fait une communication sur un nouveau procédé pour résoudre le problème de Dirichlet, quand on sait résoudre celui de la distribution de l'électricité sur un conducteur isolé.

M. Rabaud fait connaître une particularité observée par lui chez un *Triton helveticus* et consistant en une queue surnuméraire avec commencement d'atrophie de l'appendice primitif.

Notice sur Aimé LAUSSEDAT

Par G. PERRIN

Le 18 mars 1907 est mort, à l'âge de 88 ans, Aimé Laussedat, qui faisait partie de la Société Philomathique de Paris, depuis le 24 novembre 1860. Pendant le cours de sa longue existence, notre regretté confrère, aussi modeste que laborieux, a rendu à la science et à la patrie, des services éminents qui sont certainement moins connus, en France surtout, qu'ils ne mériteraient de l'être. Il appartient d'autant plus à notre Société de les rappeler et de les mettre en lumière, que Laussedat l'a tenue constamment au courant, par de nombreuses communications, dont plusieurs ont laissé leur trace dans le Bulletin, du progrès de ses recherches et du résultat de ses travaux.

Né à Moulins, le 19 avril 1819, et entré à l'Ecole Polytechnique en 1838, Laussedat en sortit en 1840 dans l'arme du génie ; il fut appelé à s'occuper des projets et de l'exécution des fortifications de Paris, puis chargé de reconnaissances topographiques dans les Pyrénées occidentales. Ce dernier travail, conforme à ses goûts et à ses aptitudes et dont les résultats lui valurent d'ailleurs l'approbation flatteuse du général (depuis maréchal) Vaillant, paraît avoir déterminé l'orientation de sa carrière scientifique ; dès 1846, en effet, ayant reconnu le grand avantage des procédés expéditifs pour l'étude du terrain, il perfectionna la chambre claire de Wollaston, pour la transformer en un instrument précis, simple et commode ; en 1851, il perfectionna de même la chambre obscure, et posa les premières bases de cette méthode de levé des plans par la photographie, qu'il devait plus tard amener à un degré de perfection qu'à l'origine beaucoup de praticiens croyaient absolument impossible.

Ces travaux attirèrent l'attention sur le jeune officier, qui fut appelé en 1851, sans l'avoir demandé, au comité des fortifications pour y diriger le service topographique et cartographique, et à l'Ecole Polytechnique comme répétiteur d'astronomie et de géométrie ; dès 1856, il y devint titulaire du cours, sur la présentation unanime du Conseil d'initiative et du Conseil de perfection-

nement de l'Ecole, et le conserva jusqu'en 1871. C'est pendant cette période qu'il créa à l'Ecole Polytechnique un observatoire où venaient travailler les élèves passionnés pour la science ; on peut citer parmi eux, Alfred Cornu, qui abordait dès cette époque (1860-1862), les beaux travaux auxquels il dut sa célébrité comme physicien et comme astronome. Entre temps, Laussedat organisa et présida l'expédition envoyée à Batna, en Algérie, pour observer l'éclipse totale de soleil de 1860 ; à cette occasion, il inventa un nouvel appareil, héliographe horizontal, qui fut employé aussi pour l'observation des passages de Mercure sur le soleil, et qui a servi plus tard aux astronomes américains, pour l'observation des passages de Vénus en 1874 et 1882.

Dès 1859, Laussedat avait encore fait construire un autre appareil, le photo-théodolite, destiné à faire passer dans la pratique l'idée qu'il poursuivait depuis plusieurs années ; savoir : l'utilisation de la photographie pour l'exécution de toutes les opérations topographiques, quelles qu'elles soient. Cet appareil, qui a servi de type à beaucoup d'autres, employés depuis à l'étranger, fut essayé de 1859 à 1861 entre Paris et Buc, en présence de Commissions officielles ; il fut ensuite utilisé avec succès de 1864 à 1869, par une brigade topographique, pour le levé d'une étendue de terrain de 75.000 hectares.

Mais la guerre et l'invasion de 1870 vinrent interrompre brusquement ces travaux pacifiques, et toute l'activité de Laussedat fut mise au service de la défense nationale. Comme chef du Génie sur la rive gauche de la Seine, il organisa la surveillance défensive des carrières souterraines, si nombreuses dans cette région, en même temps que la reconnaissance des travaux de l'assiégeant, au moyen de 12 observatoires, pourvus par ses soins d'un personnel d'élite et d'un instrument (le télémétopgraphe), imaginé par lui dès 1850 ; comme président de la Commission des communications diverses, il prit l'initiative de l'emploi des pigeons voyageurs et fit préparer le parc aérostatique de Chalais, où il choisit, pour son adjoint, le capitaine Renard, qui devait plus tard s'illustrer par ses remarquables expériences et par la création du premier dirigeable.

En 1871, Laussedat fut nommé membre de la Commission

de délimitation de la nouvelle frontière franco-allemande. Dans cette tâche pénible, où il s'agissait de discuter pied à pied avec des officiers prussiens, usant et abusant de la victoire, il réussit par sa ténacité et son énergie, à conserver à la France 50.000 bons Français, et de grandes richesses minérales qu'on voulait lui ravir par le tracé de la nouvelle frontière.

Une fois la paix rétablie, Laussedat put revenir aux études qui l'avaient occupé depuis les débuts de sa carrière, et y consacrer tout le temps que lui laissaient libre ses fonctions officielles, professeur, d'abord suppléant (en 1864), puis titulaire (1873) du cours de géométrie appliquée aux arts du Conservatoire des Arts et Métiers ; directeur des études à l'Ecole Polytechnique de 1879 à 1881 ; directeur du Conservatoire des Arts et Métiers de 1881 à 1900, époque à laquelle il reçut le titre de directeur honoraire. Pendant toute cette période, il ne cessa de perfectionner la méthode et les instruments de cette nouvelle science appliquée, la métrophotographie, qu'il avait inventée et dont il eut la satisfaction de voir les applications se répandre dans le monde entier, entre les mains d'habiles opérateurs, qui tous, le reconnaissaient pour leur maître : Deville, au Canada ; Pio Paganini, en Italie ; Meydenbauer, en Allemagne ; Von Hübl, Dolezal, Eder, en Autriche ; tandis qu'en France, le commandant Javary, MM. H. et J. Vallot entraient dans la même voie. Cette méthode est d'ailleurs si souple, qu'elle s'applique aux cas les plus divers ; levés terrestres, levés en ballons ou en cerf-volant, levés de côtes, reconnaissances militaires, levés réguliers et plans de terrains ou d'édifices. L'Allemagne a formé un Institut photogrammétrique pour les levés d'architecture, et, par ses encouragements, provoqué l'invention récente de la Stéréophotographie, nouveau progrès dont les conséquences peuvent être immenses. On voit quelle est la portée de l'œuvre principale à laquelle Laussedat a attaché son nom.

Mais tout en s'y consacrant avec une prédilection marquée, notre regretté confrère ne se désintéressait nullement des autres progrès ou manifestations de la science, pure ou appliquée. Il fut membre et président de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale, à laquelle il donna plusieurs rapports et où

il fit des conférences; il suivit assidûment, pendant de longues années, les Congrès annuels de l'Association française pour l'Avancement des Sciences, qu'il présida même en 1888, au Congrès d'Oran. Enfin élu, en 1894, membre libre de l'Académie des Sciences, il y apportait de temps en temps le résultat de ses travaux, poursuivis jusqu'à sa mort avec une activité véritablement étonnante; dans une des dernières séances auxquelles il ait assisté, il présentait encore à l'Académie, un appareil destiné à la projection directe des plans sans opérations graphiques, ainsi que le rappelait avec émotion M. Ad. Carnot, dans le discours prononcé le 21 mars 1907, aux funérailles de son confrère et ami.

En résumé, Laussedat a été essentiellement un homme de devoir et de science, et sa vie si bien remplie et si féconde en résultats utiles, est une de celles qui méritent d'être proposées en exemple aux jeunes générations.

Les Constellations Arithmétiques

Par Gaston TARRY

Ce sont des grilles d'une certaine espèce, et faites quelque peu pour surprendre l'observateur, s'il n'a pas réfléchi à ce genre de questions.

Sur un carré de module m , comprenant m^2 cases, et répété au besoin à droite et à gauche, au-dessus et au-dessous, autant qu'il sera nécessaire, on applique un carton dans lequel sont découpées m fenêtres ayant les dimensions des cases. Elles laissent alors apercevoir m cases du carré. Si l'on fait la somme des m nombres qui apparaissent, cette somme est la constante magique. Si, au lieu de nombres, on a placé m^2 objets définis par des couples de la forme $A\alpha$, on voit les m objets A et les m objets α tous différents les uns des autres.

Si l'on transporte la grille parallèlement à elle-même, où l'on voudra, la même circonstance se constate, en lisant les cases visibles sur le carré lui-même ou sur les voisins qui la reproduisent. Et comme l'apparence de la *constellation* formée par les cases générales (*les étoiles*) est souvent désordonnée, sans aucune symétrie, ni régularité, on se demande comment ce résultat est possible.

Cette conception généralise *extraordinairement* la notion de magie.

Le nombre des constellations magiques, en y comprenant bien entendu les $m-1$ droites magiques, est de $(m-1)!$ Les lignes magiques n'en sont plus qu'une partie négligeable. Dans l'espace à n dimensions, le nombre des constellations serait :

$$[(m-1)!]^{n-1}$$

Pour $m = 13$, le nombre des constellations est 479.001.600, en y comprenant les 12 droites magiques.

La constellation donnée en exemple est applicable dans ses 8 orientations (4 par face).

Quand le module premier m n'est pas de la forme $4a + 1$, la constellation ne peut être applicable que dans 4 orientations, au

plus, mais une constellation quelconque reste toujours applicable après rotation de deux angles droits, c'est-à-dire dans deux orientations au moins.

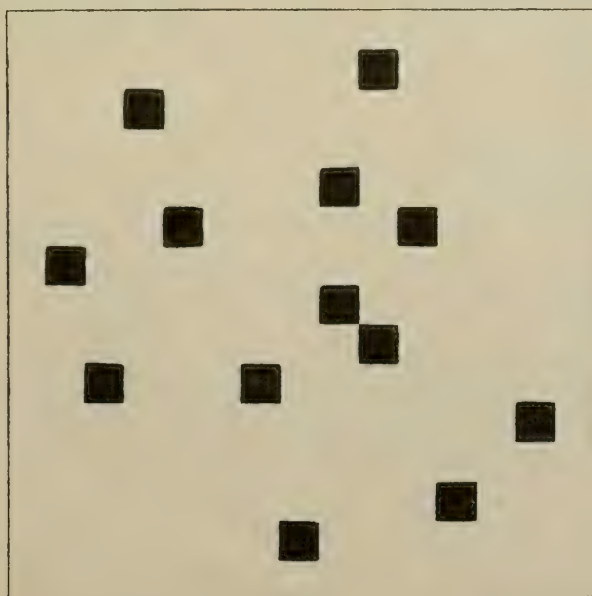
Ainsi, que l'on jette la grille suivant l'une quelconque de ces 8 orientations, de manière à découvrir 13 cases de notre carré magique répété 4 fois, on verra par les lucarnes 13 nombres dont la somme sera toujours la même.

Comme les nombres ont été écrits dans le système de numération de base 13, pour éviter l'addition des 13 nombres, on constatera que les premiers chiffres de ces nombres, ainsi que les seconds, sont tous différents, et par conséquent successivement égaux à

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,

Ce qu'il y a de plus extraordinaire, c'est que le nombre des constellations différentes, pour le carré dont la base est seulement 13, dépasse 479 millions.

0.0	1.6	12.7	5.12	4.1	8.11	2.2	10.9	3.10	6.8	7.5	11.3	9.4	0.0	1.6	12.7	5.12	4.1	8.11	2.2	.	
3.11	6.2	7.9	11.10	9.8	0.5	1.3	12.4	5.0	4.6	8.7	2.12	10.1	3.11	6.2	7.9	11.10	9.8	0.5	1.3	.	
5.5	4.3	8.4	2.0	10.6	3.7	6.12	7.1	11.11	9.2	0.9	1.10	12.8	5.5	4.3	8.4	2.0	10.6	3.7	6.12	..	
11.7	9.12	0.1	1.11	12.2	5.9	4.10	8.8	2.5	10.3	3.4	6.0	7.6	11.7	9.12	0.1	1.11	12.2	5.9	4.10	.	
2.9	10.10	3.8	6.5	7.3	11.4	9.0	0.6	1.7	12.12	5.1	4.11	8.2	2.9	10.10	3.8	6.5	7.3	11.4	9.0	.	
1.4	12.0	5.6	4.7	8.12	2.1	10.11	3.2	6.9	7.10	11.8	9.5	0.3	1.4	12.0	5.6	4.7	8.12	2.1	10.11	.	
6.1	7.11	11.2	9.9	0.10	1.8	12.5	5.3	4.4	8.0	2.6	10.7	3.12	6.1	7.11	11.2	9.9	0.10	1.8	12.5	.	
4.8	8.5	2.3	10.4	3.0	6.6	7.7	11.12	9.1	0.11	1.2	12.9	5.10	4.8	8.5	2.3	10.4	3.0	6.6	7.7	.	
9.6	0.7	1.12	12.1	5.11	4.2	8.9	2.10	10.8	3.5	6.3	7.4	11.0	9.6	0.7	1.12	12.1	5.11	4.2	8.9	.	
10.2	3.9	6.10	7.8	11.5	9.3	0.4	1.0	12.6	5.7	4.12	8.1	2.11	10.2	3.9	6.10	7.8	11.5	9.3	0.4	.	
12.3	5.4	4.0	8.6	2.7	10.12	3.1	6.11	7.2	11.9	9.10	0.8	1.5	12.3	5.4	4.0	8.6	2.7	10.12	3.1	.	
7.12	11.1	9.11	0.2	1.9	12.10	5.8	4.5	8.3	2.4	10.0	3.6	6.7	7.12	11.1	9.11	0.2	1.9	12.10	5.8	.	
8.10	2.8	10.5	3.3	6.4	7.0	11.6	9.7	0.12	1.1	12.11	5.2	4.9	8.10	2.8	10.5	3.3	6.4	7.0	11.6	.	
0.0	1.6	12.7	5.12	4.1	8.11	2.2	10.9	3.10	6.8	7.5	11.3	9.4	0.0	1.6	12.7	5.12	4.1	8.11	2.2	.	
3.11	6.2	7.9	11.10	9.8	0.5	1.3	12.4	5.0	4.6	8.7	2.12	10.1	3.11	6.2	7.9	11.10	9.8	0.5	1.3	.	
5.5	4.3	8.4	2.0	10.6	3.7	6.12	7.1	11.11	9.2	0.9	1.10	12.8	5.5	4.3	8.4	2.0	10.6	3.7	6.12	.	
11.7	9.12	0.1	1.11	12.2	5.9	4.10	8.8	2.5	10.3	3.4	6.0	7.6	11.7	9.12	0.1	1.11	12.2	5.9	4.10	.	
2.9	10.10	3.8	6.5	7.3	11.4	9.0	0.6	1.7	12.12	5.1	4.11	8.2	2.9	10.10	3.8	6.5	7.3	11.4	9.0	.	
1.4	12.0	5.6	4.7	8.12	2.1	10.11	3.2	6.9	7.10	11.8	9.5	0.3	1.4	12.0	5.6	4.7	8.12	2.1	10.11	.	
6.1	7.11	11.2	9.9	0.10	1.8	12.5	5.3	4.4	8.0	2.6	10.7	3.12	6.1	7.11	11.2	9.9	0.10	1.8	12.5	.	
4.8	8.5	2.3	10.4	3.0	6.6	7.7	11.12	9.1	0.11	1.2	12.9	5.10	4.8	8.5	2.3	10.4	3.0	6.6	7.7	.	
9.6	0.7	1.12	12.1	5.11	4.2	8.9	2.10	10.8	3.5	6.3	7.4	11.0	9.6	0.7	1.12	12.1	5.11	4.2	8.9	.	
10.2	3.9	6.10	7.8	11.5	9.3	0.4	1.0	12.6	5.7	4.12	8.1	2.11	10.2	3.9	6.10	7.8	11.5	9.3	0.4	.	
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.



Examen de Houille de Lorraine

Par P. MAHLER

I. Les expériences dont je publie les résultats ont un peu perdu de leur actualité. Elles offrent cependant un certain intérêt historique.

La découverte de la houille, aux environs de Pont-à-Mousson, attira vivement l'attention du public, en 1905. On s'en souvient. C'était un succès pour la science. C'était l'espérance d'une augmentation de puissance productrice pour l'industrie métallurgique de la Lorraine française, qui allait se trouver abondamment pourvue du précieux combustible qu'elle doit, à l'heure qu'il est, faire venir de fort loin, et même d'Allemagne.

La sonde rencontra donc sous Pont-à-Mousson, conformément aux prévisions des géologues, la partie supérieure du terrain westphalien, à 789 mètres, et un peu plus bas les couches de charbon analogues comme fossiles et comme nuance à la houille de la Sarre.

J'ajoute que la quantité de couches, de puissance suffisante, trouvées en Lorraine depuis 1905, n'est pas très considérable, que leur mise en exploitation paraît exceptionnellement difficile, à cause de la profondeur et des venues d'eau, et que l'industrie métallurgique fera bien de ne pas compter, avant longtemps, sur le charbon du nouveau bassin.

Les expériences que j'ai faites à l'Ecole des Mines, avec l'aide de M. Goutal, précisent la qualité d'échantillons de charbon provenant des premiers sondages de Pont-à-Mousson et que M. Cavalier, directeur de la Société de Pont-à-Mousson mit à ma disposition, peu après leur découverte.

II. *J'ai examiné ainsi le charbon de trois échantillons :*

1° Un échantillon recueilli à 819 mètres de profondeur, provenant d'une couche de 0 m. 70 de puissance et dans certaines limites exploitables ;

2° Un échantillon recueilli à 872 mètres, provenant d'une veine de 0 m. 20 d'épaisseur ;

3° Un échantillon recueilli à 926 mètres, provenant d'une veinule de quelques centimètres d'épaisseur, et analogue à toutes celles que la sonde recoupa, dans la suite, jusqu'à 1041 mètres.

Le travail de ce premier sondage lorrain fut arrêté à cette cote

Il n'avait malheureusement servi qu'à mettre en évidence l'appauvrissement en charbon des terrains, à partir de la rencontre encourageante de la couche de 0 m. 70.

En raison de la nature même des échantillons prélevés en cours d'un sondage, à grande profondeur, la houille se trouvait mélangée à une proportion considérable de schiste, et il a d'abord été nécessaire de la purifier, autant que possible.

On a séparé ainsi dans le premier échantillon 45 o/o de schiste, dans le second 37 o/o de schiste et dans le dernier 36 o/o. Faute de cette séparation, la détermination des pouvoirs calorifiques et des matières volatiles n'eût donné que des chiffres illusoires, et fixant non pas la valeur propre du charbon, mais la valeur d'un mélange, sans intérêt, de houille et de matières schisteuses.

Je rappelle qu'on effectue le genre de séparation dont je viens de parler, en mettant la matière pulvérisée en suspension dans un liquide de densité convenable. La houille pure, plus légère, surnage, et il est facile de la recueillir à part.

L'emploi d'une liqueur lourde composée d'iodure de méthylène additionné d'un tiers de son volume de benzine, donne de bons résultats. On termine par un lavage des parties séparées, à l'aide de benzine pure qui élimine rapidement toute trace de l'iodure de méthylène. Cette formule de lavage a été recommandée par M. Goutal, en 1904, et elle est capable de rendre des services, dans bien des circonstances.

Chacun sait, d'autre part, que les proportions de carbone fixe, de matières volatiles, de cendre, la teneur en soufre, sont, avec le pouvoir calorifique, mesuré au moyen de la bombe, des éléments suffisants pour caractériser une houille.

Les déterminations sur des prises d'essai, préparées comme il a été dit plus haut, ont été effectuées dans les conditions que j'ai jadis précisées. (Contribution à l'étude des combustibles, 1893.)

Voici les résultats obtenus :

1° *Houille desséchée de l'échantillon n° 1* (819 m. de profondeur.)

On a trouvé :

Carbone fixe. . .	59,25 o/o, soit déduction faite des cendres	61,4 o/o
Matières volatiles. . .	37,25 »	38,6 »
Cendres.	3,50	
Pouvoir calorifique . . .	»	7.950 calories.
Soufre.	»	1,13 o/o

2° Houille desséchée de l'échantillon n° 2 (872 m.)

Carbone fixe. . .	38,55 o/o, soit déduction faite des Cendres	60,4 o/o
Matières volatiles. . .	38,45 » »	39,6
Cendres.	3,00 » »	»
Pouvoir calorifique . . .	»	8.050 calories.
Soufre.	»	0,88 o/o

3° Houille desséchée de l'échantillon n° 3 (926 m.)

Carbone fixe.	51,85, soit déduction faite des Cendres	60,8 o/o
Matières volatiles. . .	36,00 »	39,2 o/o
Cendres.	8,15	
Pouvoir calorifique. . .	»	7.805 calories.
Soufre	»	1,48 o/o

III. Conclusions.

Les chiffres ci-dessus montrent que les houilles recueillies au cours du sondage, à des niveaux très différents, sont pratiquement identiques et appartiennent à la même nuance, c'est-à-dire à la catégorie des charbons flambants, telle qu'on la trouve dans le bassin de Sarrbruck.

J'ai trouvé, au moyen du procédé que j'ai fait connaître dans la contribution à l'étude des combustibles, que ces houilles s'oxydent facilement à l'air. Par suite elles ne conviennent pas à la fabrication du coke métallurgique, à moins d'être mélangées à d'autres charbons et traitées d'une façon spéciale.

Le pouvoir calorifique est plutôt faible.

La teneur en soufre est notable.

Une détermination directe effectuée sur l'un des échantillons (échantillon n° 2), a mis en évidence une teneur en chlore de 0,217 o/o, alors qu'un grand nombre d'analyses assigne le chiffre d'environ 0,125 o/o, pour la teneur moyenne en chlore des houilles. Or, on sait l'influence destructive du chlore sur les tôles des chaudières à vapeur.

En somme, nous constatons que la houille trouvée, sous Pont-à-Mousson, est de qualité médiocre pour les usages industriels.

Si les autres sondages pratiqués dans le département de Meurthe-et-Moselle n'ont pas révélé un combustible meilleur, l'industrie se consolera de ces difficultés que je signalais au début de cette note, et qui retardent la mise en exploitation du nouveau bassin.

Développement du Périmètre thoracique chez les Enfants

Par M. MARAGE

Chez les enfants élevés dans les villes et chez beaucoup d'adultes, les sommets des poumons fonctionnent mal ; ces sujets se servent du type de la respiration diaphragmatique ; les intestins sont refoulés, les muscles de la paroi abdominale cessent de se contracter ; il en résulte le gros ventre des hommes de quarante ans et la poitrine étroite et pyriforme de la plupart des enfants qui ne vivent pas à la campagne.

Les traités de gymnastique indiquent un grand nombre de mouvements qui permettent de remédier à ces inconvénients ; mais la plupart de ceux qui en auraient besoin n'ont ni le temps ni les moyens de les exécuter.

J'ai cherché les exercices qui donnent les meilleurs résultats, je les ai ramenés à trois que l'on peut apprendre rapidement ; ils sont suffisants : la cage thoracique acquiert en quelques mois son volume normal, tandis que les muscles de la paroi abdominale reprennent leur tonicité.

PRINCIPE. — Développer en même temps les muscles inspireurs et les muscles fixateurs des omoplates à la colonne vertébrale. Si on développait les pectoraux seuls, les épaules seraient attirées en avant, et le sujet serait voûté (attitude des lutteurs).

RÈGLES GÉNÉRALES. — 1° Dans tous les exercices, l'inspiration doit être faite par le nez, la bouche fermée ; dans l'expiration, au contraire, la bouche est largement ouverte ;

2° Chaque exercice est répété 10 fois au plus (on commence par 4) ; puis, on passe au suivant ; et, comme ce ne sont pas les mêmes muscles qui fonctionnent, le deuxième exercice repose du premier ;

3° Chaque jour, loin des repas, on fait dix fois chacun des trois exercices ; on se repose cinq minutes, et on recommence une deuxième série des trois mêmes exercices.

PREMIER EXERCICE. — Les bras sont tombants le long du corps, la paume de la main en dedans.

a) *Inspiration*. — On fait décrire aux membres supérieurs, placés parallèlement l'un à l'autre, un arc de 180° dans un plan ver-

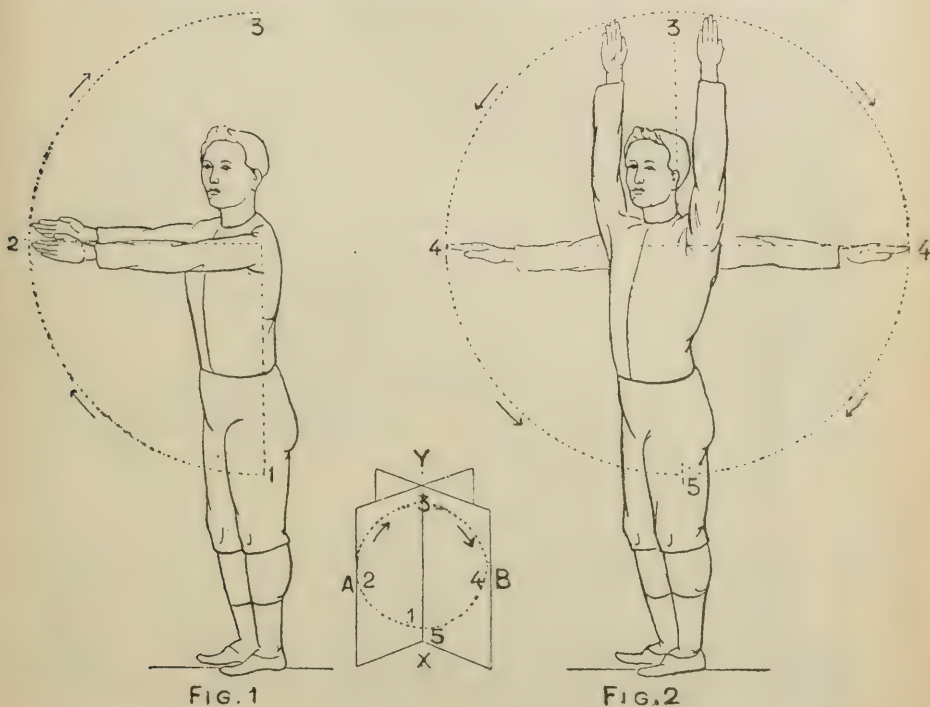


FIG. 1

FIG. 2

tical parallèle au plan médian antéro-postérieur du corps (*fig. 1* positions 1, 2, 3 ; plan A).

b) *Expiration*. — On abaisse lentement les bras (*fig. 2*, positions 3, 4, 5 ; plan B) dans un plan perpendiculaire au précédent ; l'air s'échappe lentement des poumons par la bouche ouverte pendant que les bras s'abaissent.

DEUXIÈME EXERCICE. — Les avant-bras sont repliés de manière que les extrémités des doigts se touchent sur la ligne médiane, l'avant-bras et le bras se trouvant dans un même plan horizontal ; les bras ne changent pas de position.

a) *Inspiration*. — Les avant-bras, dans le plan horizontal des bras, décrivent un arc de 180° (positions 1, 2, 3 ; *fig. 1* et 2.)

b) *Expiration*. — Les avant-bras reviennent à leur position primitive (positions 3 et 4, *fig. 2*.)



FIG. 1

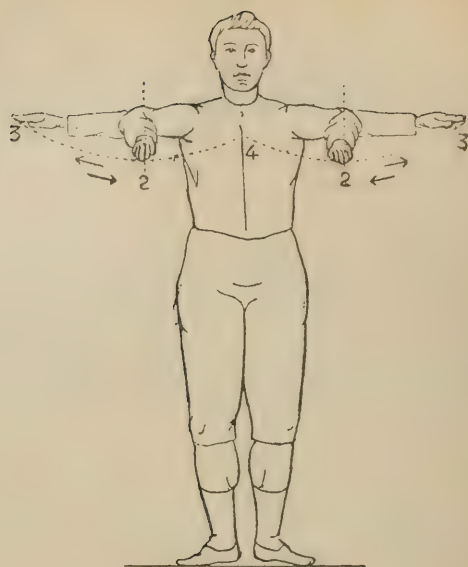


FIG. 2

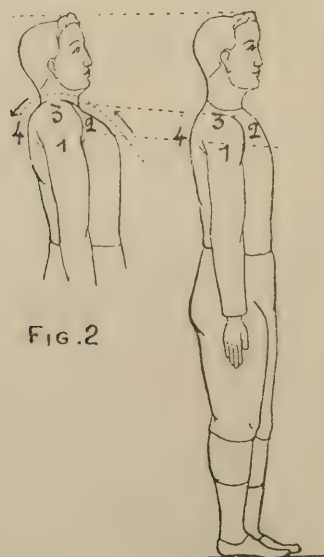


FIG. 2

FIG. 1

TROISIÈME EXERCICE. — Les deux épaules étant à la même hauteur, les bras pendants (fig. 1 et 2).

a) *Inspiration.* — On fait décrire aux épaules un arc de 0 à 180° en avant, en portant les épaules dans les positions 1, 2, 3.

b) *Expiration.* — On fait continuer l'arc de cercle en arrière de 180 à 360°, en portant les épaules dans les positions 3, 4, 1.

MESURES. — 1° Chaque mois, on mesure le volume d'air le plus grand que l'on puisse éliminer dans une expiration ; (non indispensable).

2° On mesure le tour de poitrine, au-dessous des seins, à la fin d'une expiration profonde.

RESULTATS

Les exercices ont été faits pendant 6 mois à l'école de garçons de la rue Cambon, à Paris.

Les résultats sont contenus dans le tableau suivant :

MOYENNE DES RÉSULTATS OBTENUS

ÂGE	TAILLE en centimètres		POIDS en kilog.		TOUR DE POITRINE en centimètres			CAPACITÉ VITALE en litres et centilitres			NOMBRE DES ÉLÈVES
	Début	6 ^e mois	Début	6 ^e mois	Début	1 ^{er} mois	6 ^e mois	Début	1 ^{er} mois	6 ^e mois	
6	115	118	21	20	54	56	60	0,54	0,78	0,85	19
7	123	125	24	23	55	58	62	0,66	0,80	0,93	14
8	124	126	25	25	56	59	63	0,79	0,86	1,13	27
9	130	132	28	28	58	62	66	0,89	1,00	1,17	29
10	141	143	32	31	62	65	67	1,20	1,36	1,51	28
11	138	142	32	33	61	65	69	1,05	1,31	1,70	18
12	145	149	35	41	62	66	70	1,47	1,67	1,95	22
13	148	157	40	40	73	77	77	1,93	2,26	2,26	16
14	149	153	39	43	65	69	77	1,83	1,92	2,15	7

On voit immédiatement que l'accroissement du tour de poitrine a été très rapide pendant le 1^{er} mois : il n'est pas rare après 30

séances de trouver le périmètre thoracique augmenté de 6 à 7 centimètres.

Les mouvements d'inspiration sont généralement très bien faits, les mouvements d'expiration le sont parfois moins bien : on le constate soit en mesurant la capacité vitale qui n'augmente pas suffisamment, soit en mesurant la diminution du périmètre thoracique dans le passage de l'inspiration à l'expiration profonde ; chez les enfants de 6 à 10 ans, cette variation est de 3 à 4 centimètres, elle est de 4 à 5 centimètres chez les enfants de 11 à 14 ans. Les exercices étaient faits chaque jour à la fin de la récréation de 10 heures et de 4 heures ; il suffisait de 5 minutes chaque fois ; les enfants rentraient donc en classe cinq minutes plus tard.

Les exercices, contrôlés par M. Meunier, le Directeur, ont été surveillés avec le plus grand dévouement par les professeurs MM. Mersier, Dimanche, Racinet, Girardot, Clairier et Madame Meunier.

CONCLUSION. — (1.) Les enfants apprennent en quelques minutes à faire ces exercices, et comme leur récréation se trouve augmentée de 5 minutes, ils les font avec plaisir.

(2) On ne constate plus d'attitudes vicieuses, les enfants se tiennent droits et les omoplates cessent d'être saillantes.

(3) L'état sanitaire a été supérieur cette année à celui des années précédentes ; il y a beaucoup moins de manquants.

(4) Le développement est surtout très rapide chez les sujets un peu malingres. (14 ans, voir le tableau).

(5) Il est inutile de créer des fonctionnaires nouveaux, les professeurs dirigeront les mouvements, et les médecins des écoles contrôleront les résultats.

(6) Si dans toutes les écoles de France, les élèves faisaient régulièrement chaque jour ces exercices pendant 5 minutes, le nombre des conscrits aptes au service militaire augmenterait dans une notable proportion : à une époque où la natalité diminue, ce résultat n'est pas à dédaigner.

PRINCIPAUX OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

- Anatomie descriptive du sympathique thoracique des oiseaux (Médaille de la Faculté de Paris) In-8° de 68 p., avec fig. (David, éd.). Paris, 1887.
- Anatomie et histologie du sympathique des oiseaux. In-8 de 72 p., avec fig. pl. en couleurs (Masson, éd.). Paris, 1889.
- Note sur un nouveau sphymographe (récompensé par la Faculté de Médecine), 1889.
- Traitement par la résorcine en solution concentrée de l'hypertrophie du tissu lymphoïde pharyngien, 1892 (Masson, éd.).
- Etude des stéthoscopes.
- Traitement de la diphtérie. In-8° de 40 p., 1894.
- Traitement médical des tumeurs adénoïdes. In-8° de 35 p., avec fig. Paris, 1895 (Masson, éd.). (*Académie de Médecine*).
- Les divers traitements de l'hypertrophie des amygdales. Paris, 1895 (Masson, éd.).
- Serre-nœud électrique automatique et pince à forcipressure pour la région amygdalienne (récompensé par la Faculté de Médecine). Paris, 1896 (Masson, éd.).
- Note sur un nouveau cornet acoustique servant en même temps de masseur du tympan, 1897 (Masson, éd.).
- Etude des cornets acoustiques par la photographie des flammes de Kœnig, 11 planches (récompensé par la Faculté et par l'Académie de médecine). Paris, 1897 (Masson, éd.).
- Contribution à l'étude des voyelles par la photographie (37 p.). Comment parlent les phonographes (*Cosmos*, 1898) (*Vie Scientifique*)
- La voix des sourds-muets (*Académie de Médecine*, 5 avril 1898.)
- Résumé des conférences faites à la Sorbonne sur les voyelles.

Exercices acoustiques chez les sourds-muets.

Traitement de la surdité par le massage (*Société de biologie*).

La méthode graphique dans l'étude des voyelles. (*Institut*).

Synthèse des voyelles (*Institut*).

Les phonographes et l'étude des voyelles. In- 8° de 19 p., avec fig.

Rôle de la cavité buccale et des ventricules de Morgagni dans la phonation (*Société de biologie*).

Rôle de l'arthritisme dans la pharyngite granuleuse (*Académie de Médecine*, 1889).

Théorie de la formation des voyelles, avec 43 fig.. ouvrage couronné par l'Institut (Prix Barbier, 1900).

Acoumètre normal, appareil couronné par la Faculté de Médecine (Prix Barbier, 1900).

Rôle de la chaîne des osselets dans l'audition (*Académie de Médecine*, 1900).

Quelques remarques sur les otolithes de la grenouille (*Institut*, 1901).

Sur les otolithes de la grenouille (*Institut*, 1901).

Traitement de la surdité, travail couronné par l'Académie de Médecine (Prix Meynot, 1902).

A propos du liquide de l'oreille interne chez l'homme (*Société de biologie*, janvier 1902),

Contribution à la physiologie de l'oreille interne (*Institut*, janvier 1903).

Action sur l'oreille à l'état pathologique des vibrations fondamentales des voyelles (*Institut*, février 1903).

Pathogénie et traitement de l'otite scléreuse (*Revue des maladies de la nutrition*, janvier, avril, mai 1903).

A propos de la physiologie de l'oreille interne (*Institut*, mars 1903).

Mesure et développement de l'audition chez les sourds-muets. In-8° de 68., p. avec 38 fig. (*Académie de Médecine*, 24 novembre 1903).

Mode d'action des vibrations sur le système nerveux (*Institut*, février 1904).

Comment on peut modifier la voix des sourds-muets (*Académie de Médecine*, 27 avril 1904).

Théorie élémentaire de l'audition (*Société française de physique*, 1904).

Sensibilité spéciale de l'oreille physiologique pour certaines voyelles (*Institut*, janvier 1905).

Diagnostic différentiel des lésions de l'oreille moyenne et de l'oreille interne (*Académie des Sciences*, février 1905).

Mesure et développement de l'audition, 1905. In-8° de 117 p., avec 52 fig.

Contribution à l'étude de l'organe de Corti (*Institut*, octobre 1905).

Pourquoi certains sourds-muets entendent mieux les sons graves que les sons aigus (*Institut*, octobre 1905).

Qualités acoustiques de certaines salles pour la voix parlée, 10 fig. (*Institut*, avril 1906).

Contribution à l'étude de l'audition des Poissons (*Institut*, 26 novembre 1906).

Photographie rapide des principales vibrations de la voix chantée et parlée (*Société philomathique*, janvier 1907).

La portée de certaines voix (*Académie de Médecine*, 21 mai 1907).

Travail développé pendant la phonation (*Institut*, 27 mai 1907).

Audition et phonation chez les sourds-muets (*Académie de Médecine*, 5 octobre 1907).

Développement de l'énergie de la voix par des exercices respiratoires (*Institut*, novembre 1907).

Sur une Collection de Poissons

recueillie par M. le Docteur Wurtz en Guinée française

Par M. le Dr Jacques PELLEGRIN

M. le Dr Wurtz, lors d'un récent voyage au Sénégal et en Guinée française a bien voulu, sur ma demande, rassembler une petite collection de Poissons d'eau douce pour le Museum d'histoire naturelle. Ses récoltes ont été faites dans les rivières du Sud en divers points de la Guinée française : au marigot de Rotouma, à 10 kilomètres de Konakry ; dans la rivière Samou, affluent du Koukouré, entre Tabili et les Grandes Chêtes, à une altitude de 300 à 400 mètres environ ; enfin dans la Haute-Guinée, au marigot de Mamou, non loin de Timbo, à une hauteur de 800 mètres environ. Ce marigot se déverse dans la Caba, affluent de la Kolenté, fleuve marquant plus ou moins la frontière de la Guinée française et de la Sierra-Léone.

Ce sont des régions encore assez peu connues au point de vue ichtyologique : l'année dernière j'ai décrit (1) un nouveau genre de la famille des Siluridés, le *Paramphilius trichomycteroides* Pellegrin, pêché par M. Auguste Chevalier, à Ditinn, localité située également à peu de distance de Timbo.

Il y a quelque temps une petite collection formée en Casamance par M. le Dr Maclaud me fournissait (2) deux espèces nouvelles de Characinidés : *Neoborus quadrilineatus* Pellegrin et *Nannocharax dimidiatus* Pellegrin. Aussi ne faut-il pas s'étonner, bien que le nombre des espèces recueillies par M. le Dr Wurtz ne s'élève qu'à 13, si sur celles-ci quatre sont nouvelles pour la science. Toutes appartiennent à la famille des Cyprinidés, ce sont : un *Labeo*, deux *Barbus*, un *Barilius*.

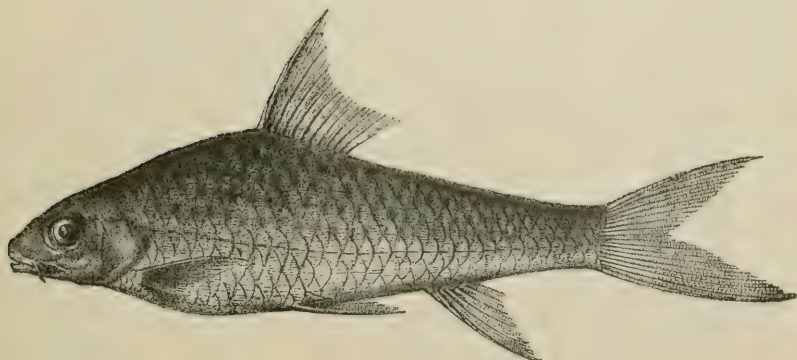
Le genre *Labeo* est représenté par une soixantaine d'espèces

(1) Dr J. PELLEGRIN. Siluridé nouveau du Fouta-Djalou. *Bull. Mus. Hist. nat.*, 1907, p. 23.

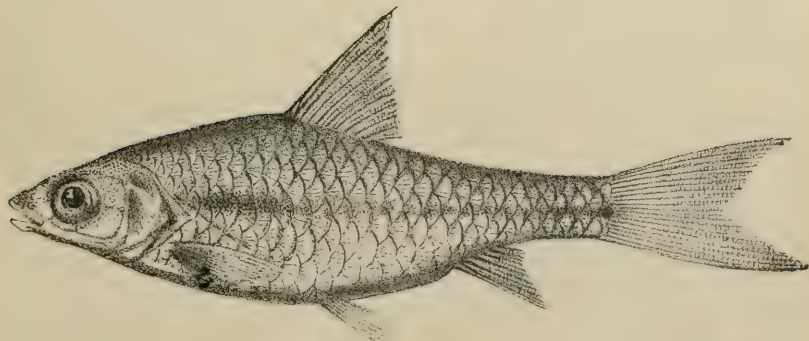
(2) Dr J. PELLEGRIN. Characinidés nouveaux de la Casamance. *Op. cit.*, 1904, p. 218.



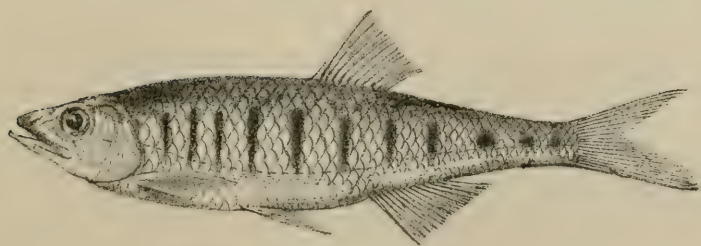
1



2



3



4

dont la moitié propre au sud de l'Asie, l'autre moitié à l'Afrique (1). En ce qui concerne ce dernier continent, c'est dans le bassin du Congo et dans l'Est africain que les formes sont les plus nombreuses, elles se raréfient dans l'Ouest africain. On ne connaissait jusqu'ici que deux espèces du Sénégal et du Soudan français, au nord du Niger, le *Labeo horie* Heckel, et le *Labeo coubie* Rüppell qui habitent aussi le Nil ; c'est ce qui fait l'intérêt de la découverte d'une forme nouvelle de ce genre en Guinée française.

L'abondance des Barbeaux ou *Barbus* dans cette région est un fait qui mérite également d'être signalé car ce vaste genre qui comprend plus de 300 espèces en Europe, en Asie et en Afrique, extraordinairement répandu dans l'Est africain et dans le bassin du Nil, assez richement représenté dans l'Afrique équatoriale et dans la région méditerranéenne en Algérie et au Maroc, avait été jusqu'ici assez rarement signalé dans cette contrée. Boulenger (2) dans son récent et magnifique ouvrage sur les Poissons du Nil s'exprime ainsi à propos du genre *Barbus* : « A remarkable fact is the absence of any representative of this genus in the Senegal and the Gambia, as well as in Lake Chad. Only one species (*B. nigeriensis* Boulgr.) is known from the Niger. » Cependant de Rochebrune (3) cite le *Barbus camptacanthus* Bleeker, comme se rencontrant dans le Sénégal où il est assez rare, mais plus commun dans la Falémé et la Gambie. Moi-même j'ai retrouvé cette espèce parmi les quelques Poissons recueillis en Casamance par le Dr Maclaud. Les récoltes de M. le Dr Wurtz montrent que les Barbeaux sont assez nombreux dans les rivières du Sud puisque outre les trois formes déjà décrites par Bleeker (4) en 1863, d'après des individus de Fer-

(1) Cf. G. A. BOULENGER. List of the African Species of the Cyprinid Genus *Labeo* with a key to their Identification. *Ann. Mag. nat. Hist.* 7, XII, 1903, p. 355.

(2) G. A. BOULENGER. Zoology of Egypt. The Fishes of the Nile, 1907, p. 199.

(3) DE ROCHEBRUNE. Faune de la Sénégambie. Poissons. 1883, p. 141.

(4) BLEEKER. Mémoire sur les Poissons de la côte de Guinée. *Nat. Verh. Vet. Haarlem*, XVIII, 1863, p. 111 à 115, pl. XXIII.

nando-Pô et de la Côte de l'Or se trouvent les types de deux espèces nouvelles, dont une sans barbillons appartient à une section tout à fait intéressante.

Un fait digne de remarque également est la présence d'un nouveau *Barilius* dans ces régions. Une seule espèce, le *Barilius senegalensis* Steindachner, était connue jusqu'ici du Sénégal : le *Barilius niloticus* Joannis est commun au Nil et au Niger. Toutes les autres formes sont plus équatoriales ou de l'Est de l'Afrique.

On trouvera ci-dessous la liste par familles des Poissons rapportés par M. le Dr Wurtz et la description des espèces nouvelles (1). Le voyageur a bien voulu, en outre, noter sur le vif la coloration exacte des spécimens capturés : ces indications reproduites ici sont très précieuses, car on sait avec quelle rapidité les Poissons perdent dans l'alcool leur livrée souvent si brillante.

Cyprinidæ.

1. LABEO OBSCURUS Pellegrin.

(Fig. 1.)

Labeo obscurus PELLEGRIN, 1908, Bull. Mus. Hist. nat., 1908, p. 205.

La hauteur du corps un peu inférieure à la longueur de la tête ou égale à celle-ci, chez le jeune, est contenue 4 fois à 4 fois $\frac{1}{2}$ dans la longueur sans la caudale. La tête est 1 fois $\frac{1}{2}$ à 1 fois $\frac{2}{3}$ aussi longue que large. Le museau arrondi dépasse notablement la bouche, il est couvert de nombreux tubercules nuptiaux très saillants. L'œil est supéro-latéral, invisible d'en dessous, peu reculé en arrière, presque médian ; son diamètre est contenu 3 fois chez le jeune, 4 fois à 4 fois $\frac{1}{3}$ chez l'adulte dans la longueur de la tête, 1 fois $\frac{1}{4}$ à 1 fois $\frac{1}{2}$ dans l'espace interorbitaire. La largeur de la bouche avec les lèvres, est comprise 2 fois $\frac{1}{3}$ à 2 fois $\frac{1}{2}$ dans la longueur de la tête. La face interne des lèvres est plissée transversalement : un petit barbillon faisant les $\frac{2}{3}$ environ du diamètre de l'œil est caché de chaque côté, dans l'enfoncement à l'angle des lèvres. On compte 33 à 35 écailles en ligne longitudinale, $\frac{4 \frac{1}{2}}{6 \frac{1}{2}}$ en ligne transversale, 3 entre la ligne

(1) Des diagnoses préliminaires de ces espèces nouvelles ont paru dans : Bull. Mus. Hist. nat., mai 1908, p. 204.

latérale et la ventrale, 12 autour du pédicule caudal. La nageoire dorsale à 3 rayons simples et 9 ou 10 branchus, a le bord libre fortement échancré ; son plus long rayon est égal ou un peu supérieur à la longueur de la tête et fait le double environ du dernier rayon ; son bord antérieur est situé plus loin du bout du museau que son bord postérieur de la racine de l'anale. L'anale à 7 rayons dont 5 branchus, n'atteint pas la racine de la caudale. La pectorale est arrondie, elle égale chez le jeune la longueur de la tête ou est un peu inférieure ; elle n'arrive pas à la ventrale qui se termine à l'anus seulement chez le jeune. Le pédicule caudal est un peu plus long que haut. La caudale est fortement fourchue.

En alcool la coloration est uniformément brun noirâtre avec quelques reflets rougeâtres à la caudale ; sur le vif, d'après M. le Dr Wurtz, la tête est noir foncé, les flancs sont brun noir ainsi que les nageoires ; le ventre est noir sale.

D. III 9-10 ; A. II 5 ; P. 16 ; V. 9 ; L. lat. 33-35 ; L. tr. $\frac{4}{6} \frac{1}{2}$ à $\frac{4}{6} \frac{1}{2}$ No 08-94 à 96. Coll. Mus. — Grandes Chûtes : Dr Wurtz.

Longueur : $61 + 18 = 79$, $119 + 31 = 150$ et $127 + 35 = 162$ millimètres.

Cette espèce se rapproche beaucoup du *Labeo annectens* Boulenger (1) du Cameroun. Elle en diffère par sa tête un peu plus longue, son œil plus grand, sa nageoire un peu plus reculée, ses écailles légèrement moins nombreuses en ligne longitudinale (33-35 au lieu de 36-39).

2. BARBUS WURTZI Pellegrin. (Fig. 2.)

Barbus Wurtzi, PELLEGRIN, 1908, Bull. Mus. Hist. nat., p. 206.

La hauteur du corps est contenue un peu plus de 3 fois dans la longueur sans la caudale, la longueur de la tête 4 fois. Le museau est arrondi, dépassant la bouche, un peu plus long que le diamètre de l'œil qui est compris 3 fois $\frac{1}{3}$ dans la longueur de la tête, 1 fois $\frac{1}{2}$ dans l'espace interorbitaire. La bouche est petite, la mandibule semi-circulaire, les lèvres sont indistinctes. Les barbillons au nombre de deux de chaque côté sont fort courts, le postérieur, le plus développé, mesurant un peu plus de la moitié du diamètre de l'œil. Les écailles sont munies de nombreuses stries

(1) *Pr. Zool. Soc.* 1903, I. p. 23, pl. II. fig. 1.

parallèles. On en compte 29 en ligne longitudinale, $\frac{4}{4} \frac{1/2}{1/2}$ en ligne transversale, 2 $\frac{1}{2}$ entre la ligne latérale et la ventrale, 12 autour du pédicule caudal. La dorsale sans épine comprend 13 rayons dont 10 branchus, le dernier rayon simple, non ossifié, flexible dans sa moitié supérieure, et dépassant à peine la longueur de la tête; le bord libre de la nageoire est échancré; elle est située à égale distance du bord supérieur de l'œil et de l'origine de la caudale. L'anale à 8 rayons dont 5 branchus, n'atteint pas l'origine de la caudale. La pectorale pointue égale la longueur de la tête et n'arrive pas à la ventrale qui se termine avant l'anus. Le pédicule caudal est 1 fois $\frac{1}{2}$ aussi long que haut. La caudale est fortement fourchue.

La coloration en alcool est brun olivâtre sur le dos, blanc sale sur le ventre, avec des reflets argentés sur les flancs. Sur le vif, d'après M. le Dr Wurtz, le dos est noir, les flancs bronzés, le ventre blanc, les nageoires jaune brun.

D. III 10; A. III 5; P. 14; V. 9; L. lat. 29; L. tr. $\frac{4}{4} \frac{1/2}{1/2}$
 N° 08-97. Coll. Mus. — Grandes Chûtes : Dr Wurtz.
 Longueur $117 + 31 = 148$ millimètres.

Cette curieuse espèce que je me fais un plaisir de dédier à M. le Dr Wurtz, par le nombre de ses rayons mous à la dorsale, par la structure de ses écailles, semblerait devoir prendre place au milieu des nombreux Barbeaux africains du groupe du *Barbus bynni* Forskål, mais le dernier rayon simple de la dorsale, non ossifié, en partie flexible, l'en distingue pour le rapprocher du groupe du *Barbus perince* Rüppell.

C'est donc une forme de transition intéressante qui montre une fois de plus l'extrême plasticité du genre *Barbus* si riche à l'heure actuelle en espèces africaines.

Ce Poisson présente néanmoins des rapports marqués avec le *Barbus micronema* Boulenger, (1) de la rivière Kribi ou Cameroun, au dernier rayon simple de la dorsale ossifié, rigide, à l'œil plus petit.

(1) *Ann. Mag. nat. Hist.*, 7, XIII, 1904, p. 237.

3. *BARBUS ABLABES* Bleeker.

Quatre exemplaires. Marigot de Mamou.

Longueur $50 + 12 = 62$ à $54 + 14 = 68$ millimètres.

Décrite en 1863 par Bleeker, d'après deux spécimens de Dabo-Grom (Côte de l'Or) cette espèce a été retrouvée depuis au Libéria et au Gabon.

4. *BARBUS CAMPTACANTHUS* Bleeker, var. *COTTESI* Pellegrin.

Un exemplaire. Grandes Chûtes.

Longueur $58 + 19 = 77$ millimètres.

Ce Poisson décrit en même temps que le précédent, d'après des types de l'île de Fernando-Pô, a été rencontré depuis au Gabon et au Cameroun. Il remonte fort loin, au Nord, en Casamance, et même en Gambie et au Sénégal, d'après de Rochebrune.

La variété retrouvée par M. le Dr Wurtz et dédiée par moi (1) l'année dernière au capitaine Cottés, d'après deux spécimens de l'Ivindo, affluent de l'Ogôoué est caractérisée par une bande longitudinale noire.

D'après M. le Dr Wurtz, voici quelles sont les couleurs sur le vivant : une raie horizontale noire s'étend depuis le museau jusqu'à l'origine de la caudale. Le dos est brun vert, les flancs et le ventre or pâle. Les nageoires dorsale et caudale sont orange vif, les autres jaune sale. L'extrémité supérieure de la dorsale est marquée de noir. L'iris est orange.

Les nombres observés sur ce spécimen sont les suivants :

D. III 8 ; A. III 5 ; L. long. 23 ; L. tr. $\frac{3}{3} \frac{1}{1/2}$;

2 écailles $1/2$ entre la ligne latérale et la ventrale.

5. *BARBUS TRISPILUS* Bleeker.

Cinq exemplaires. Marigot de Mamou.

Longueur $46 + 14 = 60$ à $48 + 14 = 62$ millimètres.

Un exemplaire. Grandes Chûtes.

Longueur $77 + 20 = 97$ millimètres.

L'espèce a été décrite d'après des spécimens de Dabo-Grom (Côte de l'Or) ; elle a été aussi rapportée de Libéria, il n'est donc pas étonnant de la voir remonter jusqu'à la Guinée française.

(1) *Bull. Mus. Hist. nat.*, 1907, p. 320.

Voici d'après M. le Dr Wurtz les couleurs du spécimen pris aux Grandes Châtes : le dos est noir vert, les flancs vert pâle avec trois petites taches noires, le ventre blanc. Les nageoires dorsale et caudale sont orange sale ; les pectorales et les ventrales jaunes.

6. BARBUS SALESSEI Pellegrin.

(Fig. 3.)

Barbus Salessei, PELLEGRIN, 1908, Bull. Mus. Hist. nat., p. 207.

La hauteur du corps est contenue 3 fois dans la longueur sans la caudale, la longueur de la tête 3 fois $1/2$. Le museau est arrondi, non proéminent, égalant le diamètre de l'œil, ainsi que l'espace interorbitaire et est contenu 3 fois $1/2$ environ dans la longueur de la tête. La bouche est petite, terminale, les lèvres peu développées ; il n'y a pas de barbillons. Les écailles, ornées d'une petite quantité de stries divergentes, sont au nombre de 22-23 en ligne longitudinale, $\frac{5}{3} \frac{1}{2}$ en ligne transversale, $1 \frac{1}{2}$ entre la série de la ligne latérale et la ventrale, 9 autour du pédicule caudal. La ligne latérale incomplète ne s'étend antérieurement que sur 5 à 8 écailles. La dorsale possède 10 rayons dont 7 branchus ; le dernier rayon simple, non ossifié est aussi long que la tête ; le bord libre de la nageoire est à peine émarginé ; l'origine de la dorsale est située à égale distance du bout du museau et de la racine de la caudale. L'anale comprend 8 rayons dont 5 branchus ; ses plus longs rayons font les $2/3$ de la longueur de la tête et se terminent bien avant l'origine de la caudale. La pectorale pointue fait les $2/3$ de la longueur de la tête et n'atteint pas la ventrale qui commence à peine en avant de l'origine de la dorsale. Le pédicule caudal est 1 fois $1/2$ à 1 fois $3/4$ aussi long que haut. La caudale est fortement fourchue.

La teinte générale en alcool est jaunâtre avec une ligne longitudinale grisâtre mieux marquée postérieurement ; un petit point noir fort net se voit à l'origine de la caudale, un autre moins distinct en avant de la base de la dorsale ; les nageoires sont transparentes. Sur le vivant, d'après M. le Dr Wurtz, les flancs sont d'un beau rouge, les nageoires d'un bleu phosphorescent.

D. III 9; A. III 5; P. 13; V. 8; L. lat. 22-23; L. tr. $\frac{5}{3} \frac{1}{2}$
 N° 08-109. Coll. Mus. 4 exemplaires. — Marigot de Rotouma : Dr Wurtz.
 Longueur : 28 + 7 = 35, 29 + 8 = 37, 31 + 9 = 40 et 33 + 11 = 44 millim.

Je dédie cette curieuse petite espèce à M. Salesse, directeur du chemin de fer de Konakry qui a grandement facilité les récoltes ichtyologiques de M. le Dr Wurtz.

Ce *Barbus* minuscule qui appartient au groupe paradoxal des Barbillons sans barbillons, vient s'ajouter aux 8 espèces africaines déjà connues (1) et dont les premières décrites ont été le *Barbus pumilus* Boulenger 1901 et le *Barbus Brazzai* Pellegrin 1902 du Congo et de l'Ogôoué. Il est extrêmement voisin du *Barbus stigmatopygus* Boulenger (2) du Nil Blanc, mais en diffère par son corps plus élevé, son museau plus long, son œil plus petit, ses écailles un peu plus nombreuses en ligne transversale $\frac{5}{3} \frac{1}{2}$ au lieu de $\frac{3}{2} \frac{1}{2}$ à $\frac{4}{2} \frac{1}{2}$.

7. BARILIUS STEINDACHNERI Pellegrin. (Fig. 4.)

Barilius Steindachneri PELLEGRIN 1908. Bull. Mus. Hist. nat., p. 208.

La hauteur du corps égale environ la longueur de la tête et est comprise 3 fois $\frac{3}{4}$ à 4 fois $\frac{1}{4}$ dans la longueur sans la caudale; le profil supérieur est très légèrement arrondi. Le museau égale environ l'espace interorbitaire et le diamètre de l'œil qui est contenu 3 fois $\frac{1}{2}$ à 3 fois $\frac{3}{4}$ dans la longueur de la tête. La bouche s'étend jusqu'au-dessous de la moitié postérieure de l'œil. Il n'y a pas de barbillons. La mandibule légèrement proéminente est terminée en pointe mousse; elle porte en-dessous des traces de tubercules nuptiaux ainsi que les côtés du museau. Les sous-orbitaires couvrent plus de la moitié de la joue. Les branchiospines sont courtes, au nombre de 9 à la base du premier arc branchial. On compte 38 à 40 écailles en ligne longitudinale, $\frac{7}{4} \frac{1}{2}$ en ligne transversale, 2-2 $\frac{1}{2}$ entre la ligne latérale et la ventrale, 12 autour du pédicule caudal. La nageoire dorsale à 11 ou 12 rayons dont 8 ou 9 branchus, s'étend en arrière juste au niveau du début de l'anale et commence à égale distance du bord postérieur de l'œil et de la

(1) Cf. BOULENGER. *Ann. Mag. nat. Hist.*, 7, XX, 1907, p. 336.

(2) *Ann. Mag. nat. Hist.*, 7, XII, 1903, p. 533.

racine de la caudale ; ses rayons antérieurs les plus longs font les $\frac{2}{3}$ de la longueur de la tête. L'anale à 14 à 16 rayons dont 11 à 13 branchus, ne forme pas de lobe antérieurement ; ses plus longs rayons sont un peu inférieurs aux plus longs de la dorsale ; le bord libre de la nageoire est rectiligne. La pectorale pointue fait les $\frac{3}{4}$ ou les $\frac{4}{5}$ de la longueur de la tête et n'atteint pas la ventrale qui n'arrive pas à l'anus. Il existe une petite écaille à l'aisselle de la pectorale et de la ventrale. Le pédicule caudal est 1 fois $\frac{1}{2}$ à 1 fois $\frac{3}{4}$ aussi long que haut. La caudale est fortement fourchue.

La coloration en alcool est brun olivâtre sur le dos, argentée sur les côtés et sur le ventre avec sur les flancs 10 à 12 barres noires transversales. Elle est bien plus brillante encore sur le vivant comme l'indique M. le Dr Wurtz : le dos est vert olive, passant insensiblement au-dessous à l'orange pâle. Les flancs et le ventre sont d'un argenté étincelant, les barres des flancs d'un bleu acier vif. Toutes les nageoires sont orangées. La caudale orangée est brune à la base et aux extrémités.

D. III 8-9 ; A. III 11-13 ; P. 14-15 ; V. 9 ; L. long. 38-40 ; L. tr. $\frac{7}{4} \frac{1/2}{1/2}$.

N° 08-110 à 114. Coll. Mus. — Marigot de Mamou : Dr Wurtz.

Longueur : $65 + 17 = 82$, $65 + 17 = 82$, $72 + 18 = 90$, $72 + 18 = 90$ et $77 + 18 = 75$ millimètres.

Je me fais un plaisir de dédier cette jolie espèce au Dr Franz Steindachner, l'éminent directeur du Musée impérial d'histoire naturelle de Vienne, qui m'a fait le plus charmant accueil lors d'un récent séjour dans la capitale autrichienne et auquel la science est redevable de la connaissance de tant de Poissons curieux, particulièrement du Sénégal.

Ce *Barilinus* se rapproche du *Barilinus ubangiensis* Pellegrin (1) que j'ai fait connaître en 1901, d'après des spécimens de Banghi, sur l'Oubanghi, affluent du Congo, et qui a été retrouvé depuis en divers points du bassin du Congo et au Cameroun. Il s'en distingue par sa bouche plus grande, ses sous-orbitaires plus développés, son anale plus reculée et dépourvue de lobe antérieurement.

(1) *Bull. Mus. Hist. nat.*, 1901, p. 250.

Il est facilement séparable du *Barilius senegalensis* Steindachner (1), la seule espèce du genre habitant ces régions, par ses écailles beaucoup plus grandes (*B. Steindachneri* : L. long. 38-40. *B. senegalensis* : L. long. 59-63.)

Le *Barilius niloticus* Joannis qui habite non seulement le Nil, mais le Niger et dont les nombres sont analogues à ceux du Poisson décrit ici, s'en distingue par sa dorsale complètement en avant de la nageoire anale et par sa coloration différente.

Siluridæ.

8. CHRYSSICHTHYS NIGRITA Cuvier et Valenciennes.

Trois exemplaires jeunes. Grandes Chûtes.

Longueur : $69 + 17 = 86$, $80 + 21 = 101$ et $90 + 22 = 112$ millimètres.

C'est un Poisson du Sénégal.

Cyprinodontidæ.

9. HAPLOCHILUS FASCIOLATUS Günther.

Cinq exemplaires. Grandes Chûtes.

Longueur de $20 + 4 = 24$ à $32 + 9 = 41$ millimètres.

Trois exemplaires. Marigot de Mamou.

Longueur de $29 + 7 = 36$ à $31 + 9 = 40$ millimètres.

Cette curieuse petite espèce habite la Sierra-Léone, et d'après Rochebrune, la Gambie et le Rio-Pongo.

Les chiffres indiqués par Günther (2) sont les suivants :

D. 11 ; A. 18 ; L. long. 28. Ceux relevés sur les individus mentionnés ici s'en écartent légèrement. D. 13 ; A. 15-17 ; L. long. 28-31.

Anabantidæ.

10. ANABAS KINGSLEYÆ Günther.

Un exemplaire. Grandes Chûtes.

Longueur $70 + 15 = 85$ millimètres.

Cette espèce décrite en 1896 (3) d'après des spécimens de l'Ogôoué, habite également le bassin du Congo et remonte au Nord jusqu'au Sénégal.

Suivant le Dr Wurtz, la coloration générale sur le vif est com-

(1) Sitz. Ak. Wiss. Wien., 1870, LXI (1), p. 564, pl. V. fig. 2.

(2) Cat. Fishes Brit. Mus., VI. 1866, p. 358.

(3) Ann. Mag. nat. Hist., 1896, p. 270, pl. XIII, fig. A.

plètement noire, le ventre est bronzé, la partie inférieure du museau bleu paon, l'iris marron.

Cichlidæ.

11. HEMICHROMIS FASCIATUS Peters.

Trois exemplaires. Grandes Chûtes.

Longueur $64 + 16 = 80$ à $99 + 23 = 122$ millimètres.

Ce Poisson est très commun dans tout l'ouest de l'Afrique depuis le Sénégal jusqu'au Congo. On le rencontre également dans le bassin du Chari (1).

M. le Dr Wurtz a noté les couleurs suivantes : le dos est noir, les flancs d'un vert métallique, le ventre est vert, bleu et or, les nageoires jaune sale. Sur les côtés existent 5 raies noires transversales justifiant l'épithète spécifique.

12. HEMICHROMIS BIMACULATUS Gill.

Trois exemplaires. Grandes Chûtes.

Longueur $62 + 16 = 78$, $68 + 17 = 85$ et $70 + 19 = 89$ millimètres.

L'habitat de ce Poisson est encore plus vaste que celui du précédent, puisqu'il se rencontre en Egypte, dans le nord de l'Afrique, au sud de l'Atlas et dans toute l'Afrique occidentale. Sa coloration, comme celle de la plupart des Cichlidés, est également très brillante sur le vivant : la teinte générale est brun olive avec deux taches noires sur le corps, l'une au milieu, l'autre à l'origine de la caudale. Une tache noire marque l'opercule qui est nuancé l'or, de vert et de jaune. Les nageoires sont jaune foncé, la pectorale grise, bordée de noir. L'iris est brun.

13. TILAPIA MELANOPLEURA A. Duméril.

Cinq exemplaires. Grandes Chûtes.

Longueur $60 + 15 = 75$, $92 + 23 = 115$, $96 + 29 = 125$, $100 + 30 = 130$ et $115 + 30 = 145$ millimètres.

Un exemplaire. Marigot de Mamou.

Longueur $185 + 50 = 235$ millimètres.

Ce *Tilapia* est aussi très commun et très largement distribué. Il habite du Sénégal au Congo, le Tchad et jusqu'au Chiré.

La coloration semble assez variable et cela dans la même localité. C'est ainsi que pour les individus provenant des Grandes

(1) Cf. Dr J. PELLEGRIN. Contribution à l'étude anatomique, biologique et taxinomique des Poissons de la famille des Cichlidés, 1904, p. 217.

Châtes, M. le D^r Wurtz a noté sur le plus petit : le dos vert bronzé, les flancs or vert, le ventre blanc et 5 ou 6 raies noires transversales. Ces barres sont particulières aux jeunes.

Chez les trois spécimens moyens : le dos est noir, les flancs or vert, le ventre blanc, mais il n'y a plus de raies transversales. Le museau est olive et vert brillant, l'iris jaune, la dorsale brune avec des taches jaunes, les autres nageoires grises.

Chez le plus grand exemplaire de teinte plus sombre : le dos et les flancs sont noir et ardoise, le ventre blanc sale, une tache lie de vin existe en avant des ventrales ; les nageoires sont noires, piquetées de bleu clair.

Chez tous ces spécimens, il y a une tache noire à la base des premiers rayons mous de la dorsale, mais elle disparaît le plus souvent chez les très gros individus.

Les phénomènes respiratoires et les corrélations physiologiques chez l'embryon d'oiseau

Par Etienne RABAUD

Les recherches embryologiques n'ont pas fréquemment pour objet les phénomènes de physiologie embryonnaire proprement dite. Ce sont des problèmes tout différents qu'aborde la mécanique du développement, problèmes du plus haut intérêt, nul ne le conteste, mais assez éloignés toutefois de l'étude des fonctions de l'organisme en voie de formation. La connaissance de ces fonctions n'est pas sans importance cependant, non seulement à un point de vue particulier, mais aussi au point de vue général des phénomènes fondamentaux de l'ontogénèse.

J'en ai eu récemment la preuve.

J'avais institué diverses expériences sur les embryons d'oiseau, dans le but de rechercher le rôle des agents mécaniques purs, intervenant au cours du développement.

Mes premiers essais n'ont nullement répondu au résultat que j'attendais, et j'aurais pu les taxer d'insuccès complets si ces insuccès mêmes ne m'avaient fourni d'intéressantes indications relatives aux phénomènes respiratoires et aux corrélations physiologiques chez l'embryon.

I. — La respiration de l'embryon avant l'apparition de l'aire vasculaire.

Tous les expérimentateurs qui ont voulu étudier la respiration de l'embryon en général, de l'embryon d'oiseau en particulier, se sont exclusivement cantonnés dans des recherches gazométriques. Leurs expériences n'avaient d'autre but que de savoir si l'œuf absorbait ou n'absorbait pas d'oxygène, s'il rejetait ou non de l'acide carbonique, s'il était capable de vivre dans une atmosphère confinée ou complètement dépourvue d'oxygène. Elles ne tentaient point d'établir quelles étaient les parties de l'embryon qui respiraient.

Tout se borne à des analyses de l'air d'une cloche où ont vécu des embryons déterminés ou à voir la manière dont se comportent les embryons placés dans de mauvaises conditions d'aération.

Pour ce qui est plus spécialement de l'œuf d'oiseau, les expé-

riences de Martin Saint-Ange et Baudrimont, de Gerlach, de Dareste et autres, ont montré que les œufs enduits d'un vernis imperméable ne se développaient pas. On a également mis en évidence que l'oxygène est distribué aux différentes parties du corps par l'intermédiaire des vaisseaux sanguins de l'aire vasculaire et de l'allantoïde. Mais, à ma connaissance, il n'a rien été fait touchant la respiration avant l'apparition du système circulatoire. C'est sur ce point qu'ont porté nos observations.

Cherchant à comprimer des embryons de poulet d'une façon permanente, je les recouvrais d'une lamelle de verre mince, taillée correctement au diamant et de dimensions suffisantes pour déborder l'ébauche du système nerveux dans tous les sens, sans atteindre cependant les limites périphériques de l'aire transparente. L'intervention a eu lieu soit au début de la formation de la gouttière médullaire, soit, un peu plus tard, au moment où apparaissent les vésicules cérébrales primitives et les évaginations rétinienne. J'espérais que le développement continuant dans ces conditions, je pourrais me rendre compte des effets produits par la surcharge (1). Les œufs ainsi opérés étaient remis en incubation pour une nouvelle période de 24 à 48 heures, suivant le cas.

Le résultat ne fut nullement conforme aux prévisions. Je croyais obtenir des embryons normaux ou déformés, mais vivants, je n'ai obtenu que des embryons morts, partiellement ou complètement.

Était-ce là l'effet de la compression? une telle interprétation me paraissait difficilement acceptable, tant elle est contraire à l'ensemble des faits connus sur les effets des actions purement mécaniques en embryogénèse. Je me suis demandé, un instant, si le verre utilisé ne renfermait pas quelque substance toxique capable de tuer l'embryon. Mais la lamelle ne portait aucune trace d'altération; sa surface restait lisse. De plus, il n'était pas à croire que l'albumine soit un dissolvant assez puissant pour désagréger

(1) Je n'insiste pas ici sur le manuel opératoire relatif à l'ouverture de la coquille et à sa fermeture artificielle. Le procédé que j'ai utilisé est décrit dans le *Bulletin de la Société scientifique de Varsovie*, 1908. Les expériences elles-mêmes seront relatées ultérieurement dans *Archiv für Entwicklungsmechanik*.

le couvre-objet. Enfin, les modifications observées sur l'embryon étaient rigoureusement circonscrites aux dimensions de la lamelle. Suivant toutes probabilités, un poison dissout ne serait pas resté aussi bien localisé.

Éliminant l'hypothèse mécanique et celle d'une intoxication, j'ai songé à la privation d'air. L'interprétation était plausible, mais elle demandait un contrôle. On pouvait admettre, *a priori*, que si en privant d'air toute la surface de l'embryon on déterminait la mort, il suffisait cependant qu'une partie du corps fut laissée à découvert, pour que l'organisme tout entier reçut la quantité d'oxygène nécessaire. C'est pourquoi, comme je recherchais simplement l'effet de la compression portant sur la région céphalique, au niveau des trois vésicules cérébrales primitives, au lieu de placer la lamelle suivant la longueur de l'embryon, je la disposai transversalement, portant tout son effort sur l'extrémité céphalique. Le résultat fut tout à fait comparable au précédent, en ce sens que les parties recouvertes par la lamelle avaient à peu près complètement disparu. Par contre, le développement des parties non recouvertes n'avait subi aucune atteinte, l'aire vasculaire s'était formée, les vaisseaux renfermaient un sang normalement coloré, le cœur, au moins dans son segment postérieur, le tube médullaire, les segments primordiaux avaient nettement évolué. Il devenait évident que si la respiration était en cause, la transmission d'oxygène d'un segment quelconque à l'ensemble du corps ne s'effectuait pas. S'agissait-il bien de respiration? La démonstration restait à faire.

Où trouver une substance capable de laisser passer l'air en quantité suffisante pour satisfaire aux besoins de l'organisme embryonnaire? Après avoir imaginé des procédés, fort ingénieux peut-être, mais tous également impraticables, j'en suis venu au procédé le plus simple et d'une application tout à fait facile : remplacer le verre par un fragment de coquille. Puisque, en effet, la coquille laisse normalement filtrer l'air nécessaire à l'embryon, il y avait lieu de penser que, même au contact presque immédiat de l'embryon, elle conservait cette propriété. J'ai donc découpé des morceaux de coquille, de telle sorte que leur poids fut au moins égal à celui de la lamelle de verre. L'identité des poids était

indispensable pour permettre de se rendre compte si les faits observés dépendaient ou non de l'action mécanique. Si celle-ci jouait un rôle prépondérant, la perméabilité ou l'imperméabilité de la substance recouvrant ne devait point modifier les résultats.

Or, la différence des résultats fut extrêmement sensible : les embryons recouverts par un fragment de coquille continuent à vivre, et à vivre dans des conditions satisfaisantes ; ils vivent et se développent.

La compression est véritablement sans effet, le phénomène respiratoire paraît bien être, au contraire, seul en cause.

Toutefois les divers embryons soumis à l'expérience ne sont pas identiques entre eux. Tantôt ces embryons, quoique en bon état, sont manifestement d'un volume inférieur à la moyenne, tantôt ils sont entièrement normaux. Il n'a pas été possible d'établir les conditions relatives à chacune de ces deux éventualités. Je me suis demandé si l'intimité du contact entre la coquille et l'embryon ne jouait pas un rôle important. On peut supposer, en effet, que l'absence d'une couche d'air entre l'embryon et les enveloppes extérieures empêche une répartition égale de l'oxygène et nuit, par conséquent, au bon aller de la respiration. Or, il semble que le contact entre le fragment de coquille et l'embryon est assez variable. Parfois ce fragment adhère à la membrane vitelline avec une assez grande force ; parfois l'adhésion est assez faible, une très mince couche d'albumine s'interposant entre la membrane vitelline et le fragment de coquille. L'extrême adhérence ne serait-elle pas l'un des facteurs de l'atrophie constatée ? Je ne saurais me prononcer.

D'autres facteurs entrent d'ailleurs en jeu. La coquille présente des différences d'un œuf à l'autre ; elle est plus ou moins épaisse, plus ou moins dense, opposant ainsi à la filtration de l'air un obstacle d'importance variable. Ces qualités de la coquille sont difficilement appréciables et je ne me crois pas autorisé à émettre un avis ferme, pour l'instant tout au moins. Au demeurant, le fait principal est tout entier contenu dans la comparaison entre les embryons placés sous lamelle de verre pratiquement imperméable et les embryons placés sous coquille perméable. Chargés d'un poids égal, les embryons meurent et se

désagrègent dans le premier cas ; ils survivent et se développent dans le second : les gouttières se transforment en tubes clos, l'axe nerveux s'infléchit et l'embryon se retourne sur le côté gauche. Parfois la vie est un peu précaire, mais elle ne cesse pas ; l'opposition est frappante entre les deux séries d'expériences. Il en ressort nettement cette conclusion que l'embryon emprunte l'oxygène à l'air ambiant directement, par ses moyens propres, sans l'intermédiaire du jaune ou de toute autre partie du contenu de l'œuf.

C'est là une conclusion globale. Les expériences permettent de pousser plus loin l'analyse.

J'ai noté tout à l'heure, en y insistant, que l'effet de la substance recouvrante restait toujours strictement localisé à la partie recouverte. Cela signifie, me semble-t-il, que chaque région du corps respire pour son compte, ne recevant aucune aide des régions voisines. Et il ne s'agit pas ici de régions naturelles ni de grande étendue. Au point de vue qui nous occupe, la « région » peut-être aussi restreinte que l'on voudra, se réduire à un seul élément cellulaire. Tout porte à croire que dans les débuts de la vie embryonnaire, jusqu'à la mise en train de la circulation, c'est chaque cellule qui emprunte directement et séparément à l'air intérieur l'oxygène dont elle a besoin ; elle paraît n'emprunter que pour les besoins de sa consommation particulière.

II. Les corrélations physiologiques.

S'il en était autrement, comment s'expliquerait-on l'atrophie, la désagrégation totale des parties recouvertes, alors que tout le reste de l'organisme se développe normalement ?

Or, c'est un fait constant. Les embryons recouverts d'une lamelle de verre disparaissent entièrement, tandis que tout autour l'aire vasculaire poursuit son évolution, que les vaisseaux se disposent en réseau et se remplissent de globules colorés.

L'asphyxie détermine un blastoderme sans embryon par atrophie secondaire ; bien plus même, elle détermine un de ces anidiens zonaux si bien étudiés par Jan Tur. Mon excellent ami et confrère a démontré, par l'étude cytologique, que ces anidiens zonaux provenaient de la destruction pathologique des régions

centrales du blastoderme s'effectuant en même temps que l'aire vasculaire continue de croître. Mes résultats expérimentaux cadrent avec les faits spontanés et leur apportent un appui, s'il est nécessaire. On doit donc considérer comme actuellement bien établi que la disparition de l'aire embryonnaire n'entraîne nullement celle de l'aire vasculaire ; celle-ci possède une véritable indépendance vis-à-vis de celle-là. La réciproque n'est probablement pas vraie, au moins à partir du stade à 14 ou 17 protovertèbres, car l'on ne conçoit guère un embryon de cet âge sans vaisseaux pour assurer sa nutrition. Un rapport physiologique étroit, mais unilatéral, unit évidemment l'embryon aux vaisseaux blastodermiques.

Des faits du même genre ne sont pas limités aux relations des parties centrales et des parties périphériques. Il existe une indépendance aussi remarquable entre les diverses parties du corps. Ainsi, lorsque la lamelle de verre recouvre exclusivement la région céphalique, celle-ci s'atrophie et disparaît. Mais les parties situées en arrière poursuivent leur évolution d'une façon parfaitement normale. Du moins, l'examen *in toto* ne m'a montré aucune différence dans l'aspect général entre ces parties et les parties correspondantes des embryons entiers du même âge. Si donc les parties non recouvertes ne fournissent aucune substance nutritive aux parties recouvertes, inversement, la disparition de ces derniers n'apporte aucune entrave à la vie des premières. L'absence de lien physiologique à ces phases initiales de la vie est aussi complète que possible ; l'indépendance est, à ce point de vue, parfaite entre les régions diverses du corps.

Est-ce à dire qu'il n'y ait vraiment aucun lien entre les diverses ébauches ? les corrélations physiologiques se confondent-elles avec les corrélations embryonnaires proprement dites ? Je n'irai pas aussi loin. Entre les phénomènes intimes qui assurent la nutrition des tissus de l'embryon et ceux qui assurent à chaque ébauche sa place et son importance relative, la différence est certainement fondamentale ; les deux phénomènes ne se confondent à aucun titre. Au début de la vie embryonnaire les corrélations purement physiologiques par les voies habituelles, par le système circulatoire en première ligne, ne sont pas

encore établies; les observations que je viens de relater montrent qu'il n'est pas de fonction suppléante assurant une distribution des matériaux nutritifs à chaque élément du corps. Ceux-ci travaillent isolément; en particulier, la respiration est une respiration locale pour des besoins strictement locaux.

Mais il ne s'ensuit pas qu'il n'y ait aucun retentissement d'une ébauche sur l'autre; ce retentissement ne comporte pas un échange de matériaux; il est d'un autre ordre. Il s'établit par l'intermédiaire des divers milieux internes qui se multiplient progressivement en fonction les uns des autres, et qui déterminent à la fois le mode de nutrition et le mode d'activité des éléments des tissus primordiaux. Ces milieux créent les différenciations quant à leur nature et leur importance, mais ils ne constituent pas un lien physiologique, ils ne président pas à la répartition des substances nutritives.

On connaît aussi, on soupçonne tout au moins, des actions directes d'une ébauche sur une autre sans que l'on sache exactement quel est l'agent de cette action. De toute façon, on doit admettre, dans l'état actuel de nos connaissances, que ces corrélations embryonnaires ne sont pas nécessairement bilatérales; dans certains cas une ébauche est dominante, l'autre dominée.

Ainsi s'établit, en dehors des relations physiologiques, un équilibre stable d'où résulte la forme générale d'un organisme donné. Dans quelle mesure la disparition d'une partie du corps retentit-elle sur les parties qui persistent? on ne saurait le dire. Nous constatons simplement sur des embryons jeunes, l'indépendance physiologique. Les phénomènes n'ont pas été suivis assez longtemps pour constater autre chose; les processus histogéniques et organogéniques n'ont pas été analysés d'assez près pour que l'on connaisse l'étendue du retentissement que peut avoir la perte de certaines ébauches sur l'état de certaines autres. Des recherches expérimentales de longue haleine, suivies d'examen microscopique d'embryons de divers âges seraient absolument nécessaires pour élucider la question dans toute son ampleur. Ces recherches valent d'être entreprises; cette simple note en est la courte préface.

A propos de cette communication, *M. Jan Tur*, de Varsovie, fait remarquer que les expériences de *M. Et. Rabaud* constituent une contribution très importante à nos connaissances des phénomènes de la respiration embryonnaire, qui, jusqu'ici, n'ont été étudiés que d'une façon tout à fait insuffisante, surtout dans les stades jeunes chez les Vertébrés supérieurs. La sensibilité extrême des jeunes germes vis-à-vis des changements, même si strictement localisés, dans les échanges respiratoires peut nous expliquer aussi quelques phénomènes que l'on pourrait être tenté d'attribuer à une action mécanique. *M. Tur* rappelle ses observations sur les germes d'oiseaux, frappés d'un « arrêt de développement » vrai à un stade très précoce de la segmentation, malgré une incubation de 48 heures. Il s'agit des œufs à deux jaunes dont les germes, qui se trouvent parfois exactement en contact, appliqués l'un sur l'autre par les masses vitellines, sont exposés à subir cet arrêt indubitable (un des exemples assez rares d'un « arrêt de développement » véritable !). On pouvait invoquer ici l'action de la pression purement mécanique : après les expériences de *M. Et. Rabaud*, il est tout à fait préférable d'admettre plutôt un phénomène d'asphyxie, l'action tératogène de la pression devenant de plus en plus problématique en présence des faits tératogéniques étudiés de près et sans idées préconçues.

Sur quelques traits de la Biologie des Récifs Coralliens

Par Ch. GRAVIER

I

Parmi les êtres inférieurs que les naturalistes désignaient, — et non sans quelque raison, — sous le nom de Zoophytes ou Animaux-Plantes, il en est un grand nombre dont les tissus produisent du calcaire. Un des groupes les plus importants à divers points de vue de ces Zoophytes calcigènes, est celui des Polypes coralliaires, dont les colonies forment, dans les mers chaudes, d'immenses masses qui, se tenant au voisinage de la surface, causent des obstacles sérieux à la navigation ; ces récifs créés par des êtres vivants, ont attiré depuis longtemps l'attention des marins et des hydrographes.

En biologie, il est peu de questions qui, autant que celle des récifs coralliens, se présentent sous des aspects aussi divers et fassent appel à des ordres aussi variés de connaissances. Sans compter les problèmes de physique et de chimie qu'elle soulève, la question des récifs intéresse en effet : la zoologie, parce que les principaux constructeurs de ces gigantesques amas de calcaire sous-marin sont des animaux ; la botanique, parce que certaines Algues sont les auxiliaires très actifs des précédents et que, de plus, d'autres Thallophytes jouent un rôle inverse en minant les Polypiers ; la géologie et la paléontologie, parce qu'il a existé des récifs coralliens à différentes périodes depuis l'époque primaire et sous des latitudes beaucoup plus étendues que de nos jours ; la physique du globe, parce que l'histoire des récifs se relie intimement à celle du relief sous-marin et de ses oscillations.

Tous ceux qui ont parcouru quelque partie de nos côtes de la Manche ou de l'Atlantique, à marée basse, ont certainement aperçu, fixées dans le sable ou sur les rochers, des Actinies ou Anémones de mer, ainsi appelées à cause de la couronne de tentacules qui fait ressembler ces animaux à des fleurs.

Les Polypes coralliaires ont une structure très semblable à celle des Actinies, et présentent comme elles une symétrie hexanière. Ils s'en distinguent par deux caractères essentiels : 1° tandis que chez les Actinies, le polype ou zoïde issu de l'œuf reste isolé, celui des Polypes coralliaires, après s'être fixé au point où s'écoulera toute son existence, se multiplie activement par bourgeonnement ou par scissiparité, de façon à constituer des colonies très variées, de formes et de dimensions ; 2° ils produisent un squelette calcaire ou *polypier*. Celui-ci présente à sa surface, de petites cavités cylindriques ou *calices*, dans lesquelles se logent les polypes. Sur la paroi des calices, s'insèrent des cloisons calcaires rayonnantes ou *septes*, de diverses grandeurs, qui ne s'avancent pas jusqu'à l'axe et forment plusieurs cycles ; chacun de ces cycles comprend un nombre de cloisons égal à 6 ou à un multiple de 6 ; les septes sont souvent réunis entre eux par de petites poutrelles transversales. L'axe du calice, chez nombre d'espèces, est marqué par une colonne calcaire à laquelle peuvent se souder plus ou moins complètement, par leur bord libre interne, les plus grands des septes. Il existe parfois, tout autour de cette tige axiale, d'autres colonnes plus petites dont la position est liée à celle des cycles des septes.

Les polypes ou zoïdes forment une mince couche vivante, comme une délicate gelée, à la surface du polypier qu'ils ont sécrété et *auquel ils demeurent extérieurs*, à la façon d'un gant qui recouvre la main. Tantôt comme chez les *Porites*, les calices sont soudés directement entre eux et sont alors polyédriques ; tantôt comme chez les *Cæloria*, ils se fusionnent partiellement et les côtes saillantes formées par la soudure des calices sont séparées par des dépressions tortueuses ou vallées calicinales, dans lesquelles débouchent les polypes de ces polypiers méandri-formes ; tantôt enfin, comme chez les *Madrepora*, les calices sont plus ou moins éloignés les uns des autres et, dans ce cas, les intervalles sont généralement comblés par du calcaire de remplissage qu'on appelle le *cœnenchyme*. Sur ce dernier, s'étend également une couche vivante en continuité avec les polypes qui sont ainsi tous en communication les uns avec les autres, grâce à ce tissu de connexion et aussi, chez beaucoup d'espèces, grâce à des canaux spéciaux du cœnenchyme.

II

Le fait qui domine toute la biologie des Polypes coralliaires, c'est la surprenante facilité avec laquelle ils s'adaptent, en se modifiant plus ou moins profondément, aux conditions changeantes du milieu. En dépit de leur apparence, quoique le squelette semble leur imposer une forme fixée d'une manière rigide, ce sont les animaux les plus *plastiques* que l'on puisse imaginer.

Considérons, par exemple, les *Madrepora*. Presque toutes les espèces de ce genre ont une forme arborescente. C'est le cas, en particulier, du *Madrepora Scherzeriana* Brügg., qui vit dans la mer Rouge et qui, normalement, a l'aspect d'un buisson à ramifications régulièrement disposées. Lorsque la même espèce se développe dans une eau violemment et constamment agitée, elle prend un facies très différent. Au lieu de longues branches terminées chacune par un zoïde apical dominant, il se constitue une masse épaisse, comprimée, composée de petits groupes de polypes symétriques entourés par d'autres, asymétriques ; chaque groupe, dont le territoire est bien délimité, représente une branche d'un type fortement condensé. Entre ces colonies compactes, à paroi calicinale très épaisse, avec des ramifications indiquées seulement par de légères saillies sur la surface générale, et celles du type habituel, on peut trouver tous les intermédiaires. D'ailleurs, tout polype coralliaire qui s'établit dans une eau très fortement secouée, tend toujours à fonder une colonie compacte, de façon à offrir le minimum de surface et en même temps le maximum de résistance à l'action des vagues, les espèces qui prennent d'ordinaire le type globuleux comme beaucoup de *Porites* et d'*Astrées* sont, pour ainsi dire, naturellement adaptées à cet habitat.

La plupart des coraux des récifs ont, pour la même espèce, une forme d'eau profonde et une forme de surface, une forme d'eau calme et une forme d'eau agitée.

Les formes d'eau calme et peu profonde sont très poreuses et par conséquent très fragiles ; leurs branches sont longues et grêles ; toutes leurs ramifications sont d'une grande délicatesse ; celles des parties profondes sont encore plus légèrement calci-

fiées ; elles sont, en outre, peu ramifiées ; elles forment parfois des tiges cylindriques avec des branches latérales très courtes ou même absentes.

Par opposition, les formes d'eau agitée, constamment exposées à subir des dommages, sont arrondies ou aplaties ; leur structure est plus compacte et plus dense ; leurs calices, plus courts, à paroi plus épaisse, tendent à affleurer à la surface. Ces modifications provoquées par des causes mécaniques évidentes, sont caractéristiques des *formes de résistance* des Madrépores et des autres genres arborescents. Les recherches de Haliez ont montré qu'il se produit des transformations analogues chez les Polypes hydriques et chez les Bryozoaires. On a souvent répété, dans les ouvrages classiques de Zoologie et de Géologie, que le lieu d'élection des Polypes coralliaires est le bord du récif battu sans cesse par le ressac. Cette affirmation est inexacte ; en réalité, la partie du récif qui est exposée au maximum de mouvement du flux et du reflux est comparativement morte, comme on peut le voir, par exemple, sur la ligne de haut fond du récif du Lacrochetterie, à Obock ; on n'y trouve que des colonies adaptées à ces rudes conditions d'existence. Sans doute, les Polypes coralliaires se développent d'une façon luxuriante sur le talus en pente douce des atolls, à une faible profondeur, où l'eau est encore agitée ; mais il y a une grande différence entre cet habitat et la ligne de ressac du récif.

III

Pour vivre dans de bonnes conditions, les Polypes coralliaires ont besoin d'une eau parfaitement limpide. Rien ne leur est plus funeste qu'une eau chargée de sédiments ; les particules en suspension pénétrant dans la cavité de leur corps, la comblent plus ou moins rapidement ; les fonctions vitales s'éteignent graduellement. Si la sédimentation est abondante et dure quelque temps, les colonies les plus actives, les plus robustes ne tardent pas à mourir ; si elle est légère et surtout intermittente, les polypes peuvent parfois résister et alors la colonie se transforme pour lutter contre les conditions défavorables de l'ambiance.

Ce sont alors les calices qui fournissent cependant les éléments

les plus stables, les plus précieux pour la spécification, qui se modifient; ils se rapetissent pour réduire au minimum la quantité de boue qui tend à s'introduire dans les zoides; ils deviennent généralement plus saillants au-dessus de la surface générale; en même temps, la surface du cœnenchyme se sculpte pour loger les corpuscules solides qui tombent sur la colonie. Toutes ces dispositions ont pour résultat de défendre celle-ci contre l'action pernicieuse du milieu et reculer en tous cas l'échéance fatale.

Chez les formes globuleuses comme les Porites et les Astrées, les polypes du sommet directement exposés à l'influence malfaisante des dépôts de sédiment, sont fréquemment tués à un stade plus ou moins précoce de l'évolution de la colonie; celle-ci tend à prendre une forme aplatie. Fréquemment, à cause de ce dépérissement des zoides apicaux et par suite des nécroses qui se produisent çà et là sur des îlots plus ou moins étendus, la croissance devient irrégulière et donne lieu à des colonies rabougries et déformées. Dans les mêmes cas, les calices de la partie inférieure, soustraits par leur position à l'invasion des sédiments, conservent leurs caractères normaux et se montrent très différents de ceux du sommet; le contraste est très frappant chez des colonies de *Siderastrea radians* (Pallas) que j'ai recueillies en 1906, sur la plage boueuse de Bella Vista, au nord de l'île portugaise de San Thomé (Golfe de Guinée).

IV

Les Polypes coralliaires, examinés en place dans les récifs, offrent des teintes diverses d'une grande fraîcheur de ton. Mais leur coloration présente, chez la même espèce, des variations considérables dont nous ignorons presque entièrement les causes. La plupart des coraux de profondeur sont incolores ou faiblement teintés; ceux qui luttent péniblement contre des influences désavantageuses, qui s'acheminent lentement vers la mort, sont, au contraire, fortement pigmentés. Il n'est pas rare de trouver des coraux qui, vivant apparemment dans les mêmes conditions de milieu — autant du moins que nous en pouvons juger, côte à côte, par exemple, dans une de ces dépressions qui forment de petites mares à mer basse — sont les uns bruns, les autres jaunes,

les autres pourpres, les autres violets ; ils sont identiques par tous leurs autres caractères et nous les rapportons, par suite, à la même espèce.

Une colonie peut ne pas avoir la même coloration dans toute son étendue, lorsqu'elle a atteint une grande taille ; les polypes des *Astrées* peuvent, par exemple, être d'un vert très vif à la partie supérieure, alors que ceux des côtés sont bruns et ceux de la base, incolores ou presque.

Bien que l'ectoderme des Polypes coralliaires contienne des cellules pigmentaires, Duerden, auteur de forts beaux travaux sur ces animaux, affirme que la coloration de beaucoup de Madréporaires ne leur appartiendrait pas en propre, mais serait due à des algues parasites ou commensales ; le degré d'accumulation de ces cellules végétales serait en rapport direct avec l'intensité de la coloration. La question se trouverait déplacée, mais non résolue.

V

Entre les polypes constituant une même colonie, il existe une sympathie vraiment curieuse. Ces animaux sont fixés au sol, incapables de se déplacer, par conséquent ; mais leur protoplasme est sensible comme celui des autres animaux et il réagit contre les excitations venues de l'extérieur. Comme l'a dit très justement F.-W. Jones, à qui l'on doit de très ingénieuses observations sur ces Zoophytes « the corals are an impressionable and responsive class of animals. » Si l'on pique un polype en un point quelconque de la colonie, il se rétracte lentement et son mouvement est suivi par ceux du voisinage ; la zone affectée est d'autant plus grande que l'excitation a été plus forte. C'est seulement quelques heures après que ces polypes s'épanouissent à nouveau et que la colonie reprend son aspect habituel.

Quand, par accident, un certain nombre de polypes se trouvent détruits, si la lésion n'est pas trop étendue, immédiatement les polypes voisins de la région mutilée, surexcités dans leur activité, prolifèrent abondamment de façon à jeter un pont vivant sur la partie détruite. Lorsque certains Mollusques perforants se fixent sur les coraux des récifs, les polypes situés près du point occupé et restés indemnes, bourgeonnent activement comme pour enve-

lopper l'hôte importun ; autour de celui-ci qui, de son côté, creuse dans la masse du polypier, il se constitue une loge qui résulte ainsi de la collaboration des polypes et du parasite.

Les Annélides tubicoles percent très fréquemment leurs galeries à travers la masse des polypiers dont certains en sont littéralement criblés ; la solidité de la colonie s'en trouve singulièrement diminuée ; par compensation, les polypes construisent autour de chaque tube un fourreau calcaire de renforcement, ce qui donne un aspect spécial à certaines colonies.

Chez les *Madrepora*, c'est le zoïde du sommet de chaque branche, à calice symétrique, qui a bourgeonné tous les autres situés au-dessous de lui, dont les uns sont à calice symétrique comme lui et donnent naissance aux branches latérales, tandis que les autres, à calice asymétrique, ne se multiplient pas. Lorsque l'extrémité d'une branche est brisée, c'est l'un des zoïdes symétriques latéraux, voisin de la cassure, qui se substitue au zoïde apical pour continuer la croissance de la branche correspondante.

VI

Les coraux des récifs sont rivés pour toute leur existence au point où les circonstances ont provoqué la fixation de la larve qui est devenue le polype fondateur de la colonie ; ils ne peuvent se soustraire aux conditions variables du milieu, aux changements saisonniers dans la direction et l'intensité des courants, par exemple. Lorsque la larve a terminé sa vie pélagique, elle se développe suivant un type adapté à l'ambiance. Mais le milieu peut se modifier : une eau jusque-là très limpide peut être souillée par les sédiments ; par suite de tassements ou d'éboulements dans le récif, une colonie qui a vécu dans une eau tranquille, peut se trouver exposée à la violence des flots. Le type primitif de croissance ne répond plus à ces nouvelles conditions défavorables. La colonie végète alors au lieu de prospérer, tout en conservant le même facies ; mais s'il se produit un accident, la continuité est interrompue ; alors les polypes de nouvelle formation abandonnent le premier type et s'adaptent aux nouvelles conditions. Si, par exemple, un *Madrépore arborescent* s'est développé normalement dans des eaux calmes et peu profondes, qu'il soit mutilé par

l'eau devenue soudain très agitée, il ne produit plus que des branches courtes et trapues, plus résistantes ; si, d'ailleurs, les conditions redevenaient meilleures, ces branches condensées sont toutes prêtes à se continuer en rameaux allongés, grâce à l'intervention des zoïdes apicaux, dont l'énergie en quelque sorte potentielle, peut devenir actuelle lorsque les circonstances favorables sont réalisées.

Tandis que chez les animaux supérieurs, on peut affirmer que le jeune, en grandissant, deviendra semblable à ses procréateurs, il n'en est pas ainsi chez les Polypes coralliaires. On ne peut pas dire, par exemple, qu'un Polype de *Madrepora* issu d'une colonie arborescente donnera naissance à une colonie de même facies ; tout dépend des conditions de milieu. Si, au début, la jeune colonie prend le même type de croissance que celle dont elle provient, elle peut se modifier d'aspect lorsque les conditions primitives viennent à changer ou s'il se produit, après accident, des régénérations dans une ambiance différente de celle dans laquelle la colonie a vécu en premier lieu. D'autre part, les calices eux-mêmes, le cœnenchyme, la coloration, ne présentent pas plus de constance que l'architecture de la colonie.

Rien ne reste donc fixe chez les polypiers, ce qui rend fort difficile la détermination de ces colonies. D'une manière générale, la spécification, pour être valide, exige un sens critique très sûr et impose souvent de longues recherches ; bien des soi-disant naturalistes, qui ne le soupçonnent pas, parlent avec un certain dédain — dû à l'ignorance du sujet — des travaux de taxonomie ; ils sont, d'ailleurs, généralement incapables d'identifier l'animal ou la plante qu'ils ont débité en coupes minces suivant les trois directions de l'espace. La détermination générique et spécifique des polypiers est particulièrement malaisée à cause de leur polymorphisme dépendant des conditions de milieu. On a réduit notablement, depuis que l'on a quelques notions sur la biologie de ces « Zoophytes », le nombre des espèces décrites par les anciens auteurs et qui n'étaient que les différentes facies d'une même espèce. On ne peut conserver aucun doute à ce sujet : beaucoup d'espèces de nos musées ne sont que de simples variétés végétatives. Pour offrir quelque sécurité, l'étude taxonomique

des polypiers ne peut être faite que sur des séries de spécimens de la même forme ; il est presque impossible de déterminer un fragment isolé d'une colonie sur laquelle on n'a aucun renseignement biologique.

L'étude attentive de ces animaux n'en est pas moins éminemment instructive ; l'examen approfondi d'une colonie permet, dans bien des cas, de savoir dans quelles conditions elle s'est développée, parce qu'elle raconte elle-même son histoire par l'ensemble de ses caractères.

Dans les eaux calmes et peu profondes des récifs, il n'est pas rare de trouver des spécimens gigantesques d'Astrées massives hémisphériques, d'un mètre et plus de diamètre, à calices distincts, de contour polygonal. Ces coraux sont formés dans toute leur épaisseur par les calices qui sont juxtaposés comme les colonnes de basalte, telles que celles qu'on peut voir aux orgues d'Espaly, près du Puy, par exemple. Les prismes calicinaux creux sont divisés par des cloisons transversales marquant les étapes de la croissance des polypes qui les ont construits. On est porté à croire que cette masse calcaire représente les restes accumulés des générations passées ; ce sont, en réalité, les squelettes successifs des polypes qui s'épanouissent à la surface où ils ne constituent qu'une très mince couche. Dans les régions chaudes où vivent ces animaux, à cause de la haute température qui y règne, il n'existe pas de période de vie ralentie comme dans les pays tempérés ou froids ; tout se passe comme si les zoïdes ne connaissent ni le temps de la vigueur juvénile, ni la période d'état de la vie adulte, ni le déclin sénile. Chez un *Madrepora*, le zoïde fondateur de la colonie prospère jusqu'à la mort ou plutôt jusqu'à ce qu'un accident l'atteigne. L'âge de quelques-uns de ces zoïdes, pères de colonies de plusieurs mètres de diamètre — comme on en peut voir au British Museum de Londres (South Kensington), provenant du Grand Récif-barrière d'Australie — doit être considérable, étant donné la lenteur de croissance de ces êtres ; cependant, dans ces coraux immenses, vieux de plusieurs siècles probablement, le polype fondateur de la colonie, comme doué d'une perpétuelle jeunesse, est toujours florissant, malgré son antiquité !

VII

Maintenant que nous connaissons les traits les plus caractéristiques de la biologie des colonies de Polypes coralliaires considérées isolément, nous pouvons jeter un coup d'œil sur la biologie des récifs qu'elles constituent dans leur groupement.

Pour se développer en récifs, les Polypes coralliaires exigent plusieurs conditions du milieu ambiant : 1° la température de l'eau ne doit pas descendre au-dessous de 20° centigrades environ ; 2° l'eau doit être limpide, bien aérée ; 3° ces animaux ne peuvent prospérer au-delà d'une certaine profondeur dont la limite sera précisée plus loin.

La condition de température entraîne la localisation des récifs dans les contrées tropicales ; il n'y a guère d'exception à signaler, que celle des Bermudes situées vers le 32° degré de latitude nord, dans l'Atlantique ; elle s'explique par ce fait que ces îles sont baignées par le Gulf Stream.

Rien pour un zoologiste n'est plus curieux ni plus intéressant à observer qu'un récif en pleine activité, comme ceux qu'on peut voir dans le sud de la Mer Rouge. La chose est d'autant plus facile que la transparence parfaite des eaux, dans ces régions, permet de voir les moindres détails du fond jusqu'à 7 et 8 mètres de profondeur. On ne peut songer à donner une idée de l'élégance et de la variété de forme, de la richesse et de la fraîcheur de teinte de ces colonies de Polypes coralliaires violettes, jaunes, roses, vertes, brunes ; autour de ces édifices calcaires animés, fourmillent des commensaux, notamment des Poissons aux colorations les plus chaudes et les plus étonnantes, d'immenses Anémones de mer ayant parfois 20 centimètres et plus de diamètre ; çà et là, on aperçoit quelques grands Bénitiers entrebaillant leurs coquilles dont les bords festonnés sont recouverts par le manteau si délicieusement décoré, ou bien de gigantesques Holothuries, sortes de boudins longs de 60 à 80 centimètres, larges de 7 à 8, étendues paresseusement sur le sable. On sent qu'il se dépense là une activité considérable ; c'est là qu'il faut aller pour comprendre la puissance de la vie dans la nature actuelle ; ce que nous voyons dans nos régions n'est que misère à côté de l'exubérance des récifs. On devine qu'il y a dans cette immense et

luxuriante ruche, encore beaucoup plus d'êtres vivants qu'on en aperçoit ; en effet, dans les anfractuosités de toutes sortes et de toutes dimensions des récifs de coraux, grouille tout un monde extrêmement varié de parasites et de commensaux, sans compter les innombrables organismes perceurs qui creusent leurs galeries dans la masse calcaire des Polypes coralliaires les plus prospères. L'observation d'un de ces récifs sous le beau ciel des tropiques, est un spectacle inoubliable pour un naturaliste.

VIII

La température joue certainement un rôle important dans la biologie des Polypes coralliaires, puisqu'on ne constate l'existence des récifs que dans la zone torride. Si l'on n'est pas fixé sur la limite inférieure de température au-dessous de laquelle ces animaux ne pourraient vivre, on sait, en revanche, qu'un certain nombre d'entre eux résistent fort bien à des températures élevées. Il y a des colonies qui, sur les parties hautes des récifs, supportent chaque jour l'action directe du soleil de plomb de ces contrées, pendant toute la durée de l'émersion à marée basse. Sur la Larque qui me servait à l'exploration des récifs du golfe de Tadjourah, j'ai souvent gardé à sec, pendant plusieurs heures, des spécimens variés qui reprenaient toute leur vitalité et s'épanouissaient à nouveau, lorsque, arrivé à terre, je les remplaçais dans l'eau de mer du rivage. Sur les parties des récifs qui s'assèchent à mer basse, il existe fréquemment de petites mares où la température s'élève parfois très haut à la fin de la marée. Stanley Gardiner, aux Maldives, a observé jusqu'à 133° Fahrenheit (56° centigrades environ) dans plusieurs de ces flaques où les coraux se développent parfaitement. J'ai constaté des faits du même ordre à l'îlot des Chèvres, au nord de San Thomé (Golfe de Guinée) en 1906. Durant le temps d'exposition directe au soleil, ou lorsque la température de l'eau s'élève sensiblement au-dessus de la moyenne, les polypes se rétractent généralement à l'intérieur de leur calice.

L'un des facteurs les plus importants pour les Polypes coralliaires qui jouent le rôle le plus actif dans la construction des récifs, c'est la lumière. On sait aujourd'hui que ces polypes sont

remplis d'Algues de très faibles dimensions, qui doivent constituer le fond de leur nourriture. Il faut, pour atteindre ces Algues à qui elles sont nécessaires, que les radiations solaires traversent les tissus des zoides et, par suite, la couche d'eau qui les surmonte. Une lumière intense est nécessaire, et les radiations efficaces ne pénètrent guère au-delà de 15 à 20 brasses (la brasse mesure 1^m828). C'est seulement dans ces limites de profondeur, que s'épanouissent dans toute leur puissance les Polypes coralliaires que l'on doit considérer comme les principaux constructeurs des récifs.

On croyait autrefois, d'après J. Murray, que les coraux des récifs puisaient leur nourriture dans les organismes pélagiques de très petite taille formant le *plankton*, fort abondants pensait-on, dans les mers tropicales. En réalité, la faune microscopique de la surface dans les mers de la zone torride, n'a pas la richesse qu'on lui attribuait. C'est A. Kramer qui, après son étude des formations coralliennes des îles Samoa, fit le premier remarquer que le plankton du Pacifique tropical est relativement pauvre. J'ai observé la même chose dans le golfe d'Aden, dépendance de l'Océan indien. Les pêches au filet fin ne donnent rien pendant le jour, parce que les organismes fuient alors les couches superficielles exposées directement à l'action du soleil ; les pêches nocturnes sont plus fructueuses, mais contiennent une foule d'êtres qui ne peuvent servir à la nourriture des coraux. Stanley Gardnier a examiné le contenu de la cavité digestive de Polypes coralliaires variés ; il n'y trouva que très rarement quelques traces d'animaux ; le plus souvent, il n'y découvrit rien autre que des Algues commensales.

Certains coraux des récifs comme les *Cænopsammia*, les *Dendrophyllia*, possèdent des pigments dont les propriétés rappellent celles de la chlorophylle, car ils absorbent les rayons violets et ultra-violets du spectre solaire. Il est probable, comme l'a fait remarquer S. Hickson, que ces pigments ont un rôle physiologique ; mais on se sait rien de positif à ce sujet.

De l'ensemble des observations faites jusqu'ici, il semble bien que la limite de profondeur à laquelle peuvent croître dans de bonnes conditions les Polypes véritablement constructeurs des

récifs (Porites, Astrées, Madrépores, etc.), soit de 20 à 25 brasses. La puissance de développement s'accroît jusqu'à ce qu'on arrive dans la zone qui est située à une profondeur comprise entre 3 et 6 brasses : Quoy et Gaymard ont été les premiers à signaler ce fait qui fut contesté plus tard et sans raison par Lyell. C'est dans ces limites de faible profondeur qu'on recueille les plus beaux exemplaires de Madrépores, de Porites, d'Astrées, de Méandrines, etc.

Il y a une seconde sorte de coraux qui peuvent vivre dans les récifs, près de la surface, mais qui prospèrent beaucoup mieux à des profondeurs comprises entre 30 et 50 brasses. Les plus importants de tous ces Coraux de profondeur moyenne, sont les *Dendrophyllia*. Le *D. ramea* Mich. qui est d'un vert velouté profond, forme, d'après Stanley Gardiner, de véritables bosquets très denses, dans presque tous les passages, à l'intérieur des bancs dans les Maldives, à des profondeurs variant de 15 à 45 brasses. Les branches principales de cette forme rameuse ont jusqu'à près de 2 mètres de longueur et jusqu'à 12 centimètres de diamètre. Dans le même groupe se range un Alcyonaire classé parmi les Coraux des récifs, c'est l'*Heliopora cœrulea* Blv., dont le squelette est d'un beau bleu qui lui a valu son nom spécifique. On peut citer encore à ce point de vue les *Goniopora* et certains *Millepora*.

Il existe enfin des coraux vivant à une profondeur beaucoup plus considérable et qui ne forment pas de récifs au sens habituel du mot, mais des bancs de grande étendue qui peuvent avoir joué un rôle dans l'édification ultérieure des récifs tels que nous nous les représentons d'ordinaire. L'un de ces bancs découverts dans l'Atlantique est le « Coral Patch » qui, presque plan, s'étend sur une grande surface, à la profondeur de 435 brasses (près de 800 mètres) et qui est entouré par des précipices de 550 à 800 brasses. Il est couvert de *Lophohelia prolifera* Edw. et H. parfaitement vivants. Un autre de ces bancs est à 86 brasses et un troisième à 49 brasses, avec des à-pic de 100 à 300 brasses. Stanley Gardiner est porté à croire que beaucoup de récifs des Maldives peuvent avoir pour soubassements de tels bancs de *Lophohelia*, qui se seraient peu à peu élevés assez haut pour

permettre le développement des coraux de moyenne profondeur comme les *Dendrophyllia* et les *Heliopora* ; puis, quand ceux-ci se seraient suffisamment rapprochés de la surface, auraient commencé à s'établir les récifs actuels sous leur forme typique. Pareille hypothèse avait déjà été émise sous diverses formes.

IX

Les récifs donnent asile à une foule de commensaux et de parasites de tout ordre et de toute taille. Les plus intéressants à considérer ici, sont les organismes *perceurs* et ceux qu'on peut appeler les *mangeurs de sable*.

Les organismes perceurs sont, les uns végétaux, les autres animaux. L'action des uns et des autres est, bien entendu, destructrice des polypiers. Ils percent les coraux ; ils évident le squelette ; ils affaiblissent la colonie qui se brise sous son propre poids ou qui est démolie par les mouvements de la mer. En outre, la perforation, une fois commencée, ouvre la porte à une foule d'animaux de même habitat qui ne tendent généralement qu'à agrandir les cavités creusées par les premiers et, enfin, elle favorise singulièrement l'action dissolvante de l'eau de mer et l'érosion produite par les courants.

Parmi les Champignons perceurs, il faut citer une Saprolognée du genre *Achlya*, dont on a reconnu les ravages jusque dans les coraux datant du Dévonien. En ce qui concerne les Algues, on peut mentionner des formes apparentées aux *Gomontia* et aux *Ostreobium* qui attaquent les coquilles sur nos côtes.

Les animaux perceurs sont des plus nombreux. Un des plus actifs est une éponge du genre *Clione*, voisine de celle qui attaque les huîtres de nos parcs et leur donne la maladie dite du « pain d'épices ». Comme les *Achlya*, les Cliones poussent leurs ramifications très fines et très serrées dans toutes les parties mortes. Pareselles-mêmes, elles ne causent probablement pas de dépérissement immédiat de la colonie, mais elles montrent le chemin aux autres organismes perceurs qui ne sont pas longs à suivre. Rien ou à peu près n'est connu de leur biologie et de leur mode de croissance.

Au nombre des Mollusques perforants, il faut citer les Lithodomes qui creusent des trous de 12 à 13 millimètres de diamètre et parfois de 30 centimètres et plus de longueur. Souvent, une colonie est toute criblée de ces trous qui sont tous parallèles entre eux ; il est extrêmement rare qu'ils communiquent l'un avec l'autre. Ces Lamellibranches s'attaquent aussi bien aux formes branchues qu'aux massives.

Les Géphyriens de la famille des Sipunculides sont particulièrement nombreux dans les Polypiers qui croissent à l'intérieur des lagons des atolls. Ils pratiquent des trous à section circulaire ramifiés dans toutes les directions à travers la masse des polypiers. On ignore le mécanisme de cette opération ; à l'état vivant, l'animal ne paraît sécréter aucun liquide à réaction acide.

Les Annélides Polychètes sont les plus importants perceurs de polypiers. Toutes les masses de coraux sont sillonnées par leurs tubes courbés, tordus en tous sens. On doit les regarder comme les plus actifs briseurs de coraux. Parmi eux, les Euniciens, après avoir traversé tout le calcaire, pénètrent jusque dans les tissus des polypes. Les Serpuliens sont extrêmement répandus partout.

Certains Cirripèdes du genre *Lithotrya* criblent littéralement certains Polypiers.

Le procédé opératoire de tous ces animaux est-il mécanique ou chimique, ou les deux à la fois ? Il est impossible de répondre actuellement à cette question.

Beaucoup d'animaux vivent dans le sable des récifs pour y trouver leur nourriture. Ils brisent les petits fragments de rocs ou de coraux morts, les réduisent en poussière, ce sont les principaux facteurs de la production de la boue. Les couches de sable d'un banc passent à travers leur corps bien des fois et sont rejetées à la surface à l'état de plus fines particules.

Dans son ouvrage sur la formation de la terre arable (*Vegetable Mould and Earthworms*,) Darwin estime qu'il passe annuellement 10 tonnes de terre par acre (40 ares, 46) à travers le corps des Vers de terre qui y vivent. Comme dans les récifs, il n'y a ni hiver, ni sécheresse, ni froid, que l'activité y est toujours aussi grande, Stanley Gardiner croit que l'action des organismes

mangeurs de sable y est au moins 50 fois plus forte que celle des *Lombrics* dans le sol arable.

Les plus importants des mangeurs de sable sont les *Holothuries* qui présentent cette particularité anatomique, en rapport sans doute avec leur genre de vie, d'avoir un sillon cilié dans l'intestin. Ces animaux ont la singulière habitude de rejeter fréquemment leur tube digestif qu'ils régénèrent d'ailleurs facilement ; peut-être ce rejet a-t-il pour but de débarrasser l'animal de sables très grossiers qui ne pourraient pas être évacués par la voie normale. On peut encore citer parmi les mangeurs de sable, les *Oursins* et les *Balanoglosses*.

Avec le flot et les tempêtes, beaucoup de matières fines passent en suspension dans l'eau et rien n'est plus désastreux pour les *Polypes coralliaires* que les sédiments, c'est leur plus mortel ennemi. Après une tempête, il arrive fréquemment que des parties importantes des récifs sont complètement envasées et frappées de mort par les particules solides mises en circulation par les vagues déferlant sur le récif.

Un récif exposé à l'action de la mer peut être comparé à une sorte d'éponge, à une série de cavités réunies entre elles par des canaux. Les espaces vides se bouchent graduellement et en partie de sables provenant des propres débris des coraux ; mais ils sont surtout comblés par les Algues calcaires de la famille des *Lithothamniées* et par des Foraminifères du genre *Polytrema*, qui soudent les éléments du sable et les roches ; ces organismes jouent un rôle de haute importance dans l'édification des récifs. Lorsque les cavités sont complètement closes par eux, il n'y a plus pratiquement de circulation d'eau à leur intérieur : l'action des organismes perceurs est fortement diminuée. D'ailleurs, si la croissance du récif est vigoureuse, l'influence des organismes perceurs est presque négligeable, les polypes n'étant pas gravement affaiblis ; mais si les conditions sont défavorables, des masses entières de coraux peuvent tomber sous la plus légère surcharge ; ces masses, par la solution et la redéposition du calcaire, donnent de grands blocs sans structure.

On ne sait malheureusement que fort peu de chose sur la vitesse et le mode de croissance des *Lithothamniées*. A 10 ou

15 brasses, on trouve assez fréquemment des masses de ces algues ayant parfois près d'un mètre de diamètre, avec, au centre, quelque polypier ou quelque autre organisme qu'elles ont tué en l'enveloppant. Presque partout, ces Algues croissent à la base des polypiers. Stanley Gardiner leur attribue une importance de tout premier ordre ; il incline même à croire que si les récifs ne peuvent pas se former dans les régions tempérées, cela tient, en grande partie, à l'incapacité, pour les Algues constructrices, de vivre et de prospérer à des températures autres que celles des régions chaudes du globe ; ces végétaux réclament aussi une lumière forte et directe et une telle lumière est encore efficace à des profondeurs considérables dans les mers tropicales.

X

La formation d'un récif soulève des problèmes extrêmement complexes, à cause du nombre et de la variété des organismes qui y prennent part. La vitesse de croissance de beaucoup de récifs paraît être très faible. On a sur ce sujet des données assez nombreuses, souvent contradictoires, dont beaucoup n'ont qu'une valeur toute relative.

Une difficulté presque insurmontable réside dans la nécessité de déterminer la vitesse de croissance des coraux à différentes profondeurs ; nous n'avons sur ce point que des renseignements tout à fait insuffisants pour ceux de la surface. Il n'y a pas de lois fixes pour les diverses espèces et même pour les genres ; d'ailleurs, la vitesse est affectée dans chaque cas par l'ambiance. En outre, comme l'a bien mis en évidence le Dr F. Jousseume, il doit se produire des tassements, puisque les polypiers les plus grêles et les plus fragiles sont ceux de la profondeur et que la compacité et par suite la densité des colonies s'accroissent à mesure qu'on se rapproche de la surface.

Malgré toutes les incertitudes qui règnent encore à ce point de vue, il paraît incontestable que les récifs s'accroissent en hauteur avec une extrême lenteur. D'après Dana, l'élévation ne dépasserait pas 1 m. 50 en un millier d'années. Cette estimation paraît être bien au-dessous de la vérité, d'après les travaux les plus récents. Considérant les facteurs variés qui entrent en jeu et

notamment le fait que la croissance est plus lente au début, lorsque le récif commence à se former, et à la fin, lorsqu'il approche de la surface, il semble probable à Stanley Gardiner que sur un banc situé à une quarantaine de mètres de profondeur, il peut s'établir en un millier d'années et même moins, un récif qui affleure à la surface, par le développement simultané des Polypes coralliaires et des Algues calcaires qui fournissent en quelque sorte le ciment de l'édifice.

En somme, le récif nous apparaît comme un immense organisme très complexe dont les diverses parties n'ont pas la même vitalité ; il s'accroît par le calcaire que sécrètent sans cesse les myriades de Polypes des colonies qui le constituent, ainsi que les Algues calcaires et les Foraminifères ; en même temps, miné de toutes parts, criblé par les perceurs, mortifié çà et là par la sédimentation, la mer le redissout constamment aussi. C'est de la balance de ces deux facteurs, accroissement d'une part, ablation de l'autre, que résulte en quelque sorte l'équilibre, ce qu'on pourrait appeler le bilan du récif. Cet équilibre subit, comme on le pense, bien des vicissitudes ; il suffit d'un violent coup de mer, d'un cyclone pour le troubler profondément.

On s'est préoccupé surtout jusqu'à maintenant de vérifier l'ingénieuse théorie de Darwin concernant les mouvements de l'écorce terrestre dans les régions où se développent les récifs. Les nombreuses et fructueuses croisières d'Alexandre Agassiz qui, à l'heure actuelle, a visité tous les principaux récifs du globe, ont montré que, contrairement à l'opinion de l'illustre naturaliste anglais, il y a presque partout soulèvement et non affaissement du sol là où croissent les Polypes coralliaires. Il est vrai que les observations de Darwin à ce point de vue furent limitées à une partie de Tahiti, à l'atoll Keeling et à la côte occidentale de Maurice ; son séjour sur les récifs fut de courte durée, aux deux premières stations surtout.

Le nombre des questions à résoudre s'est accru à mesure que nos connaissances se sont enrichies, grâce aux explorations faites dans ces vingt dernières années. Le moment est venu de faire des recherches biologiques sur place ; on l'a parfaitement compris dans les récentes expéditions, notamment dans celles de Krämer

aux Samoa, de Stanley Gardiner à Funafuti, à Rotuma, aux Fiji, aux Laquedives et aux Maldives, de F. W. Jones à l'atoll Keeling, etc., et aussi dans les expériences que poursuit actuellement T. Wayland Vaughan (du National Museum de Washington) au Laboratoire Carnegie à Dry Tortugas, au sud de la Floride. Nous sommes encore très ignorants en ce qui concerne la biologie des récifs coralliens; il y a une ample moisson de faits — qu'il faudra ensuite coordonner — à recueillir dans les études locales approfondies des formations coralliennes qui constituent l'un des plus grands phénomènes de la nature actuelle. Les travaux hydrographiques mis à part, la France, malgré l'étendue de son domaine colonial dans la zone torride, n'a participé jusqu'ici que dans une mesure extrêmement restreinte au mouvement d'investigation suscité par la question des récifs de coraux, d'un intérêt véritablement passionnant pour les naturalistes.

Extraits des Comptes rendus des Séances

Séance du 25 juillet 1908

PRÉSIDENCE DE M. LEBON

M. Tarry donne une solution, plus simple que celles déjà connues, d'un problème de récréation mathématique.

M. Deschamps indique un procédé graphique de représentation des phénomènes à plus de 3 variables, procédé qui se rattache aux méthodes de la géométrie à quatre dimensions.

Séance du 24 octobre 1908

PRÉSIDENCE DE M. LÉCAILLON

Le 47^e Congrès des Sociétés savantes se tiendra à Rennes le 13 avril 1909.

M. Lebon fait une communication sur la multiplication et la division de polynômes entiers représentés symboliquement.

M. Rabaud signale des variations brusques qu'il a observées dans des capitules de *Bellis perennis*. Cette communication donne lieu à un échange d'observations entre divers membres de la Société.

M. Coutière expose quelques résultats de la « Percy Sladen Trust Expedition » qui a exploré l'Océan Indien en 1905.

Séance du 14 novembre 1908

PRÉSIDENCE DE M. LÉCAILLON

M. le Président rappelle l'élection à l'Académie des Sciences de M. Henneqay, l'un des membres de la Société les plus assidus. Par l'organe de son président, l'assemblée adresse ses félicitations au nouvel académicien.

M. Guieysse signale le cas d'un œuf de souris présentant deux embryons.

M. Chapelon fait une communication sur l'application d'un lemme d'Abel à certaines intégrales définies.

Séance du 28 novembre 1908

PRÉSIDENCE DE M. LÉCAILLON

M. le Président a le regret d'annoncer à la Société le décès d'Albert Gaudry, dont il retrace brièvement la vie et les travaux :

Messieurs et chers Confrères,

J'ai le profond regret de vous annoncer le décès de notre confrère M. le Professeur Albert Gaudry. M. Gaudry appartenait à notre Société depuis près de quarante-huit ans (il y entra en 1861).

Professeur de Paléontologie au Museum d'Histoire naturelle pendant de longues années, Membre de l'Académie des sciences, il laisse de nombreux travaux de paléontologie qui lui ont fait, depuis longtemps, une brillante renommée dans le monde savant tout entier. Je vous citerai parmi ses principaux ouvrages : *Les Vertébrés miocènes de l'Attique* (1867), les *Animaux fossiles du Mont Luberon* (1875) et surtout son grand travail portant comme titre *Les Enchainements du monde animal* qui parut en trois volumes, de 1878 à 1890. En 1896, il publia un autre ouvrage, *Essai de Paléontologie philosophique*, où il exposa ses principes en matière d'évolution des animaux fossiles.

Depuis assez longtemps, M. Gaudry ne fréquentait plus guère les séances de la Société philomathique, mais il lui restait cependant très cordialement attaché. En 1903, au banquet annuel de notre Société, M. Gaudry, alors président de l'Académie des sciences, tint à se trouver parmi nous, et dans la touchante allocution qu'il prononça au dessert, il nous rappela qu'il conservait toujours de la Société philomathique, « un affectueux, un charmant souvenir ».

Messieurs et chers confrères, je suis sûr d'être votre interprète à tous en envoyant, au nom de la Société philomathique, un souvenir ému à l'éminent savant, à l'aimable confrère qui vient de terminer sa longue et si brillante carrière.

M. le Président fait part à la Société de l'élection à l'Académie des Sciences de M. Bouty, à qui il adresse les félicitations de l'assemblée.

M. Rabaud expose ses observations sur les Pompiles, et signale les notables variations de l'instinct prédateur relevées dans la même espèce.

M. Lebon indique un procédé rapide de décomposition de certains grands nombres en deux facteurs.

M. Laisant présente quelques observations sur la psychologie du calcul mental.

Séance du 12 décembre 1908

PRÉSIDENCE DE M. LÉCAILLON

Le Président annonce que l'un des prix Nobel a été accordé à M. Lippmann, à qui il adresse les félicitations de la Société.

M. Lebon lit son rapport sur la candidature de M. A. Gérardin comme membre correspondant dans la première section.

Il est ensuite procédé au vote. M. Gérardin est élu à l'unanimité des membres présents.

M. Matignon fait une communication sur une loi de constance de la variation d'entropie, dans les systèmes monovariants.

Multiplication et Division

de Polynomes entiers représentés symboliquement

par Ernest LEBON

Soit un polynome entier en x , les exposants $\alpha, \beta, \gamma \dots$ de x étant rangés en ordre décroissant.

J'appellerai *forme* un tel polynome.

La forme

$$F = x^\alpha + x^\beta + x^\gamma + \dots$$

sera écrite symboliquement

$$F = (\alpha \ \beta \ \gamma \dots)$$

La forme

$$F' = x^\alpha + 3 x^\beta + 4 x^\gamma$$

sera écrite symboliquement

$$F' = (\alpha \ \beta \ \beta \ \beta \ \gamma \ \gamma \ \gamma \ \gamma)$$

ou

$$F' = (\alpha \ \underset{3}{\beta} \ \underset{4}{\gamma})$$

Si les formes F et F' renferment des termes négatifs, elles seront écrites symboliquement en mettant le signe $-$ au-dessus de l'exposant de chaque terme négatif.

Ainsi la forme

$$F_1 = (x^\alpha - x^\beta + x^\gamma - x^\delta)$$

s'écrit symboliquement

$$F_1 = (\alpha \ \overline{\beta} \ \gamma \ \overline{\delta})$$

La forme F ou F_1 est dite *complète* lorsqu'elle renferme tous les exposants de α à 0.

De même la forme

$$F'_1 = (x^\alpha - 3 x^\beta - 4 x^\gamma)$$

s'écrit symboliquement

$$F'_1 = (\alpha \ \overline{\beta} \ \overline{\beta} \ \overline{\beta} \ \overline{\gamma} \ \overline{\gamma} \ \overline{\gamma} \ \overline{\gamma})$$

ou

$$F'_1 = (\alpha \ \overline{\underset{3}{\beta}} \ \overline{\underset{4}{\gamma}})$$

Les formes F' et F'_1 peuvent être écrites sous la forme d'une somme algébrique de formes F et F_1 :

$$F' = (\alpha \beta \gamma) + (\beta \gamma) + (\beta \gamma) + (\gamma);$$

$$F'_1 = (\alpha \overline{\beta} \overline{\gamma}) + (\overline{\beta} \overline{\gamma}) + (\overline{\beta} \overline{\gamma}) + (\overline{\gamma}),$$

$$F'_1 = (\alpha \overline{\beta} \overline{\gamma}) - (\beta \gamma) - (\beta \gamma) - (\gamma),$$

Lorsqu'une des formes précédentes contient une ou plusieurs suites d'au moins trois termes dont les exposants sont consécutifs, on écrira symboliquement une telle suite en réunissant par cet arc $\smile$ leurs exposants; en mettant ce trait — au-dessus de de l'ensemble réuni par l'arc $\smile$, si tous les termes de la suite sont négatifs.

Ainsi on aura

$$14 \ 11 \ 10 \ 9 \ \overline{7 \smile 0}$$

pour représenter le polynome

$$x^{14} + x^{11} + x^{10} + x^9 + x^7 - x^6 - x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - x^1 + 1.$$

La multiplication et la division de deux formes F , F' , F_1 , F'_1 , l'une par l'autre se font avec plus de facilité et de rapidité quand la notation est symbolique que si elle est explicite.

Pour la division, on peut souvent faire les réductions *par paquets* de termes.

Soit à diviser la forme

$$27 \ 13 \ 12 \ 10 \smile 6 \ 4 \ 3 \ 0$$

par la forme

$$10 \smile 0$$

On a :

$$\begin{array}{r|l} 27 \ 13 \ 12 \ 10 \smile 6 \ 4 \ 3 \ 0 & 10 \smile 0 \\ \hline 26 \smile 17 \ 16 & 17 \ \overline{16} \ 6 \ \overline{5} \ 3 \ \overline{1} \ 0 \\ \hline 15 \smile 6 \ 5 & \\ \hline 11 \ 10 \smile 1 & \end{array}$$

On pourra faire la comparaison en prenant les exemples suivants :

1^0

$$\text{divisé par } F' = (21 \ 19 \sim 14 \ 12 \ 10 \sim 0) + (7 \sim 3)$$

$$F = 7 \sim 0.$$

 2^0

$$\text{divisé par } F'_1 = (9 \ 8 \ \overline{4}) - (6 \sim 0) - (5 \sim 1) - (4 \sim 2) - (3)$$

$$F = 5 \ \overline{4 \sim 0}.$$

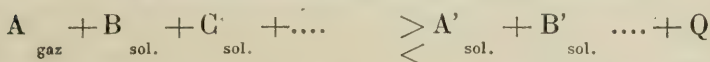
Variation de la Chaleur de réaction

dans les systèmes monovariants formés

par un gaz et des solides

par Camille MATIGNON

Considérons les réactions réversibles du type suivant :



dans lesquelles n'interviennent qu'un seul gaz A et un nombre quelconque de corps solides B, C... A', B'... Toutes ces réactions constituent des systèmes monovariants, dans lesquels correspond à chaque température une pression d'équilibre ⁽¹⁾.

Les courbes de dissociation de toutes ces réactions forment dans le plan un réseau de courbes homologues engendrées à partir de l'une quelconque d'entre elles, par la relation

$$\frac{T_1}{T_2} = C^{\text{te}}$$

T₁ et T₂ étant les températures absolues où les deux systèmes 1 et 2 ont la même pression de dissociation.

D'autre part, si l'on désigne par Q₁ et Q₂ les chaleurs de réaction pour les deux systèmes aux deux températures correspondantes T₁ et T₂, on a également

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

$$\text{d'où} \quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} = C^{\text{te}}$$

Si T'₁ et T'₂ sont encore deux températures où les deux systèmes ont encore une même pression, différente de la précédente, et Q'₁ Q'₂ des chaleurs correspondantes, on a toujours :

$$\frac{Q'_1}{Q'_2} = \frac{T'_1}{T'_2} = C^{\text{te}}$$

(1). Matignon. Annales de Chimie et Phys. 1908. [8]. T. 14, p. 5.

On en déduit par suite

$$\frac{Q'_1 - Q_1}{Q_1} = \frac{Q'_2 - Q_2}{Q_2}$$

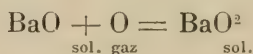
En appelant températures correspondantes les températures pour lesquelles les deux systèmes 1 et 2 ont la même pression de dissociation ⁽¹⁾, on peut donc énoncer la loi suivante :

Entre deux températures correspondantes, la variation relative de la chaleur de réaction est une quantité constante et indépendante du système considéré, pourvu, bien entendu, qu'il réponde aux conditions imposées plus haut.

Par exemple, M. Troost ⁽²⁾ a déterminé les pressions de dissociation du système



et M. Le Chatelier ⁽³⁾ a effectué les mêmes déterminations sur cet autre système.



On déduit de leurs mesures qu'à 252°8 et 266°2 absolus, le chlorhydrate d'ammoniaque ammoniacal possède des tensions de 300 et 700 mm., tandis le bioxyde de baryum atteint ces mêmes pressions aux températures absolues de 1016° et 1055°5. Les températures

252°8	1016°
266°2	1065°5

sont donc des températures correspondantes pour les deux systèmes considérés.

Par conséquent, la variation relative de la chaleur d'oxydation de la baryte anhydre entre 1016° et 1065°5 est la même que celle de la chaleur de combinaison du chlorhydrate d'ammoniaque ammoniacal entre les températures de 252°8 et 266°2.

(1). Il ne faut pas les confondre avec les températures [correspondantes de Van der Vals.

(2). Comptes Rendus, t. LXXXVIII, p. 580.

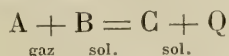
(3). Comptes Rendus, t. CXV, p. 654.

De cette loi résulte évidemment cette conséquence que la variation de la chaleur de réaction s'effectue dans le même sens pour tous ces systèmes.

On conçoit par suite, comme je l'ai déjà dit ⁽¹⁾, toute l'importance qui s'attache à l'étude approfondie d'un système répondant aux conditions imposées plus haut, courbes de dissociation, chaleur de réaction à toutes les températures, puisque, ces faits acquis, la connaissance d'un seul point de la courbe de dissociation d'un autre système permettra de déterminer pour chaque température la pression de dissociation et la chaleur de réaction.

En attendant que j'entreprenne cette étude qui nécessite l'emploi d'appareils permettant d'étudier les chaleurs spécifiques à température élevée, j'ai voulu, dans une étude préliminaire, fixer au moins le sens dans lequel varie la chaleur de réaction de semblables systèmes.

Plaçons-nous dans un cas simple, celui où nous avons seulement un gaz et deux solides ; à la température T nous avons :



à une température T', on aura une nouvelle chaleur de réaction Q'. Entre Q et Q' nous aurons la relation

$$Q = -(C_a + C_b) (T' - T) + C_c (T' - T) + Q'$$

$$Q' - Q = (C_a + C_b - C_c) (T' - T)$$

C_a, C_b et C_c désignent les chaleurs spécifiques moyennes des corps A, B et C entre les températures T' et T. Si nous admettons que T' est supérieur à T, on voit que Q' sera supérieur ou inférieur à Q suivant le signe de l'expression

$$C_a + C_b - C_c$$

Il est facile de montrer que cette expression est négative en prenant un cas particulier.

Soit par exemple la réaction



(1). Annales Chim. et Phys. [8], T. 14, p. 20, 1908.

On a, d'après Baud, comme chaleur spécifique moléculaire

$$\text{Al Cl}^3 \text{ 6 Az H}^3 \quad \underset{\text{sol.}}{94.2}$$

$$\text{Al Cl}^3 \text{ 9 Az H}^3 \quad \underset{\text{sol.}}{128.75}$$

et pour Az H^3 gazeux 9.64 d'après Regnault.
soit pour 3 Az H^3 gazeux 28.92.

L'expression $C_a + C_b - C_c$ est alors égale à 5.65 ; elle est négative, donc la chaleur de réaction du système monovariant diminue quand la température augmente, tout au moins dans la zone des températures où les pressions ont été mesurées.

On se rend compte d'ailleurs immédiatement de la généralité de cette conséquence en comparant la chaleur spécifique des corps gazeux à l'état libre et dans l'état de combinaison. La chaleur spécifique est toujours plus faible dans le premier cas que dans le second, ce qui entraîne une valeur négative pour

$$C_a + C_b - C_c$$

On a en effet, par exemple, les valeurs suivantes pour les chlorures métalliques :

	Chaleur spécifique moléculaire.	Essai sur la chaleur spéc. du métal.
KCl	12.9	6.3
NaCl	12.5	5.8
LiCl	11.9	5.3
AgCl	13.1	6.9
CaCl^2	18.6	6. $\times 2$
MuCl^2	18.	5.7 $\times 2$
ZnCl^2	18.4	6.1 $\times 2$

La différence entre la chaleur spécifique du sel et celle du métal qui y est contenu est toujours supérieure à celle du chlore à l'état gazeux sous pression constante, chaleur spécifique qui rapportée à l'atome est égale à 4^{cal}. 3.

Dans le cas des oxydes on retrouve une inégalité dans le même sens.

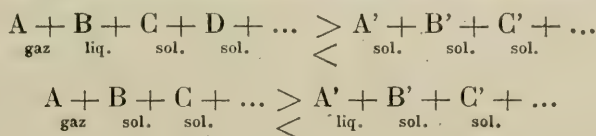
	Chaleur spécifique moléculaire.	Excès solide Chal. spéc. du métal.
MgO	9.8 à 11.0	3.8 à 5
MnO	11.2	4.6
CuO	10.2 à 11.4	4.2 à 5.4
HgO	10.4 à 11.4	4.2 à 5.0
PbO	11.4 à 12.2	5 à 5.8

Ainsi, dans la capacité calorifique de l'oxyde, la part qui revient à l'oxygène combiné est toujours supérieure à la chaleur spécifique de l'oxygène gazeux, chaleur spécifique qui, rapportée à un atome sous pression constante est égale à 3,47.

Toutes les chaleurs spécifiques considérées ici sont, pour la plupart, des chaleurs spécifiques moyennes entre la température ordinaire et 100°.

On peut donc conclure que les chaleurs de réaction dans les systèmes monovariants étudiés vont en diminuant avec la température, toutes les fois bien entendu, que tous les corps intervenant dans l'équation n'éprouvent aucune modification physique ou chimique qui en change l'individualité.

La loi de constance de la variation relative de la chaleur de réaction s'étend aussi aux autres systèmes monovariants qui satisfont à la loi de constance de variation d'entropie ; ceux qui fournissent les réseaux de courbes de dissociations que j'ai appelés β et γ ⁽¹⁾, et qui répondent aux deux réactions générales suivantes :



(1). Annales. loc. cit. p. 90 et 111.

Détermination expérimentale

de la chaleur de dissolution limite qui intervient
dans la loi du déplacement de l'équilibre avec la température

par Camille MATIGNON

La plupart des chaleurs de dissolution aujourd'hui connues ont été déterminées en dissolvant un certain poids du corps dans une quantité connue du dissolvant, de manière à réaliser une dissolution étendue. La valeur obtenue dépend de la température et de la concentration finale, aussi les valeurs de ces deux variables du phénomène sont elles généralement indiquées.

Pour étudier complètement le phénomène à une même température, il faudrait effectuer un grand nombre de déterminations en faisant varier la concentration finale, c'est-à-dire en dissolvant un même poids du corps dans des quantités progressivement croissantes du dissolvant ou ce qui revient au même en dissolvant des quantités de plus en plus petites du corps dans un même poids de dissolvant. On aurait ainsi les chaleurs de dissolution correspondant à des concentrations variant depuis la saturation jusqu'à des valeurs infiniment petites. Cette façon de procéder rencontre des difficultés expérimentales. Il est d'abord difficile de mesurer les chaleurs de dissolution dans le voisinage de la saturation par suite de la lenteur du phénomène, lenteur qui prolonge la durée de l'expérience et par suite multiplie les causes d'erreur. D'autre part pour les dissolutions très étendues, les erreurs deviennent de l'ordre de grandeur du phénomène même. Il y a donc dans la pratique expérimentale une limite à ces déterminations, soit quand on se rapproche des solutions saturées, soit des solutions très étendues.

On peut tourner la difficulté en ramenant le problème à un autre, plus facile à réaliser dans la pratique. Au lieu de préparer, dans le calorimètre lui-même, des solutions de concentration variées ces mêmes solutions seront préparées à l'avance, puis versées au calorimètre, dans une quantité suffisante du dissolvant pour réaliser une grande dilution. Le phénomène thermique est cette fois

instantané. La chaleur mesurée est la chaleur de dilution et cette chaleur, comme nous le verrons tout à l'heure, peut être reliée à la chaleur de dissolution.

L'expérience démontre d'ailleurs que la variation de la chaleur de dissolution devient négligeable au-delà d'une certaine dilution et que, par suite, la chaleur correspondant à une concentration infiniment petite ne diffère pas pratiquement de la chaleur de dissolution correspondant à une concentration faible, mais facilement mesurable au calorimètre.

L'écart maximum présenté pour une même température par les différentes chaleurs de dissolution, se produira en général pour la chaleur de dissolution correspondant à une faible concentration et la chaleur de dissolution dans une solution voisine de la saturation.

La connaissance des chaleurs de dilution jointe à la connaissance d'une chaleur de dissolution, par exemple, celle qui correspond à une solution étendue, permet de connaître une chaleur de dissolution quelconque.

Soit Q la chaleur de dissolution moléculaire en solution étendue, je veux dire, de concentration telle que cette chaleur ne soit pas influencée par une dilution plus grande. Soit, d'autre part, $f(n)$ la chaleur de dilution de la solution contenant une molécule dissoute dans n molécules du dissolvant. Si nous appelons Q_n la chaleur de dissolution de une molécule dans n molécules de dissolvant, nous avons la relation

$$Q_n + f(n) = Q$$

qui se déduit immédiatement de l'application du principe de l'équivalence.

Berthelot et Thomsen ont déterminé un certain nombre de chaleurs de dilution. Berthelot a trouvé dans le cas de l'acide chlorhydrique par exemple, la fonction $f(n)$ très simple, $\frac{11.62}{n}$. La solution HCl , 5 H_2O mêlée avec un excès d'eau, dégagera ainsi $\frac{11.62}{5} = 2^{cal}32$.

Au lieu d'envisager seulement les chaleurs de dissolution dans le dissolvant pur, on peut envisager d'autres quantités, les chaleurs de dissolution dans le dissolvant chargé déjà d'une certaine quantité du corps à dissoudre. Parmi ces nouvelles chaleurs

de dissolution, s'en trouve une particulièrement intéressante, la chaleur de dissolution dans une solution infiniment voisine de la saturation. L'intérêt de cette quantité tient à son intervention dans l'application du principe du déplacement de l'équilibre avec la température. Dans ses *Recherches sur les Equilibres chimiques* (1), M. Le Chatelier a montré toute l'importance de son signe pour prévoir le déplacement de l'équilibre avec la température dans les solutions saturées. D'après l'énoncé même de la loi, si nous élevons d'une quantité infiniment petite la température d'une solution saturée, l'équilibre se déplacera dans un sens tel qu'il tiendra à s'opposer à l'élévation de température, c'est-à-dire qu'une petite quantité de corps solide passera en solution si sa chaleur de dissolution (dans ces conditions) est négative; au contraire, un peu du corps s'isolera à l'état solide de la dissolution, si la chaleur de dissolution est positive, car alors la précipitation produira du froid et tendra à s'opposer à l'élévation de température. On voit bien qu'il s'agit ici de la chaleur de dissolution infiniment voisine de la saturation.

Rien de semblable ne se présente quand il s'agit d'un équilibre chimique, car la chaleur de réaction reste la même pendant toute la réaction. Du carbonate de chaux qui se dissocie, met en jeu la même quantité de la chaleur pour de mêmes quantités de gaz carbonique mis en liberté, soit que la dissociation commence, soit qu'elle finisse.

En général, la chaleur de dissolution limite précédente, possède le même signe que la chaleur de dissolution en liqueur étendue; par suite, la connaissance de cette dernière est suffisante dans la plupart des cas. M. Le Chatelier a cependant cité l'exemple du chlorure cuivrique pour lequel les deux chaleurs limites considérées sont de signe contraire. Dans cet exemple il y a inversion quand on augmente la concentration de la solution dissolvante.

La détermination expérimentale de cette chaleur limite peut se ramener à des études de chaleur de dilution, qui ne présentent aucune difficulté expérimentale.

(1) Paris, *Dunod* 1888 et *Annales des Mines* 8^e série, T. 13.1888 p. 157-382.

Soit M une quantité de corps à dissoudre équivalente à son poids moléculaire, Q la chaleur de dissolution en liqueur étendue et $f(n)$ la chaleur de dilution définie comme nous l'avons vu précédemment.

$$\begin{aligned} M + \text{dissolv.} &= M_{\text{diss}} + Q \\ M_n + \text{dissolv.} &= M_{\text{diss}} + f(n) \end{aligned}$$

M_n indique une solution contenant une molécule dissoute dans n molécules du dissolvant :

Considérons d'autre part une quantité de corps à dissoudre égale à $M + M \frac{dn}{n}$ et un poids de dissolvant suffisant pour réaliser une solution étendue.

En effectuant la dissolution, on recueillera une quantité de chaleur égale à

$$Q \left(1 + \frac{dn}{n} \right)$$

puisque la matière dissoute est représentée par

$$M \left(1 + \frac{dn}{n} \right)$$

et que la quantité Q est relative à une molécule.

On peut en partant des mêmes substances réaliser le même état final par une voie toute différente.

En effet, on peut dissoudre d'abord M dans $n + dn$ molécules du dissolvant, ajouter ensuite à la solution obtenue le reste du corps soit $M \frac{dn}{n}$ et enfin diluer le tout par l'emploi du dissolvant restant. Les chaleurs dégagées successivement dans les trois opérations sont les suivantes :

$$Q - f \left(n + \frac{dn}{n} X \right)$$

$$\left(1 + \frac{dn}{n} \right) f(n)$$

$Q - f \left(n + \frac{dn}{n} X \right)$ représente en effet la chaleur de dissolution de M dans $(n + dn)$ molécules du dissolvant. X est la chaleur de dissolution moléculaire du corps dans une solution contenant déjà une molécule dissoute dans $(n + dn)$ molécules. Après cette dissolution, la matière dissoute est $M \left(1 + \frac{dn}{n} \right)$ et la concentration est telle que 1 mol. se trouve dissoute dans n molécules.

D'après le principe de l'équivalence, on a par suite l'égalité suivante :

$$Q \left(1 + \frac{dn}{n} \right) = Q - f(n + dn) \frac{du}{n} X + \left(1 + \frac{dn}{n} \right) f(n)$$

$$X = R + n \frac{f(n + dn) - f(n)}{dn} = f(n)$$

En faisant tendre dn vers 0, X a pour limite la chaleur de dissolution moléculaire du corps dans une solution contenant déjà 1 molécule dans n molécule du dissolvant tandis que $\frac{f(n + dn) - f(n)}{dn}$ tend vers $f'(n)$. On a donc finalement

$$X = Q - f(n) + n f'(n)$$

Cette chaleur moléculaire correspond à la dissolution d'une quantité de matière suffisamment petite pour ne pas modifier la concentration.

La formule précédente permet par conséquent de la rattacher aux chaleurs de dilution :

Soit par exemple, le cas de la dissolution de l'acide chlorhydrique dans l'eau, Berthelot a trouvé ¹ 17^{cal}/43 pour la chaleur de dissolution en liqueur étendue dans 400 à 800 H²O.

Au-delà de 400 H²O, la chaleur de dissolution ne varie plus.

Quant aux chaleurs de dilution, elles sont représentées très simplement par la formule

$$f(n) = \frac{11.62}{n}$$

quand n varie depuis 2.17 H²O jusqu'à 200 H²O.

En appliquant la formule précédente

$$X = Q - f(n) + n f'(n)$$

On a

$$X = 17.43 - \frac{11.62}{n} - \frac{11.62}{n} = 17.43 - \frac{23.24}{n}$$

et pour

$n = 2$	5 ^{cal} 8 ₁
$n = 2.5$	8.13
$n = 3$	9.68
$n = 4$	11.62
$n = 200$	17 ^{cal} 30

1. Annales de chim. et phys., 5^e série, T. 4, p. 468. 1875.

Ainsi quand une molécule de gaz chlorhydrique se dissout dans une solution contenant déjà HCl par 2 H_2O et prise en quantité suffisamment grande pour que la dissolution de cette nouvelle molécule n'en modifie pas sensiblement la composition, le dégagement de chaleur n'est que de $5^{\text{cal}}81$ au lieu de $17^{\text{cal}}43$ dégagement correspondant à la formation d'une solution étendue à partir du dissolvant pur.

La considération des valeurs précédentes fournit un renseignement bien précieux sur la nature des phénomènes qui se produisent dans la dissolution du gaz chlorhydrique. Quand on dissout une même quantité de gaz dans des solutions de plus en plus concentrées, la quantité de chaleur recueillie diminue. Le phénomène peut être décomposé en deux phases, dissolution du gaz avec l'eau pour former des hydrates. Dans les solutions très diluées, le gaz se dissout et se dissocie ensuite presque complètement. Le phénomène thermique représente la somme des deux effets. Dans les solutions concentrées, il n'y a pas d'ionisation sensible, le gaz se dissout simplement sans même se combiner avec l'eau déjà unie avec l'acide dissous.

On en conclut que la chaleur de dissolution du gaz dans une solution très concentrée représente d'une façon approchée la chaleur correspondant au phénomène physique simple de la dissolution. En solution étendue, la différence entre $17^{\text{cal}}43$ et $5^{\text{cal}}81$ correspond en gros au phénomène chimique. On arrive ainsi à séparer d'une façon suffisante la chaleur physique de la chaleur chimique produites dans l'acte global de la dissolution.

La chaleur chimique ¹ varie d'ailleurs avec la concentration et si l'on admet avec Berthelot qu'elle décide du sens de la réaction, on se rend compte ainsi des différents modes d'action des diverses solutions chlorhydriques.

Chaleurs chimiques correspondant à différentes solutions chlorhydriques :

$n = 2$	0
$n = 2.5$	$2^{\text{cal}}3$
$n = 3$	3.9

¹ Voir Berthelot. Thermochimie T. I.

$n = 4$	5.8
$n = 6$	7.7
$n = 8$	8.6
$n = 20$	10.4
$n = 200$	11.5

Toutes ces quantités représentent d'une façon approchée la diminution d'énergie libre potentielle de l'acide chlorhydrique, diminution produite par l'acte de la dissolution.

Cette affirmation est la conséquence du fait expérimental que la chaleur chimique telle que l'a définie Berthelot paraît bien régler le sens des réactions chimiques et concorde de très près avec la chaleur non compensée définie par Helmholtz.

Acide bromhydrique. — Pour l'acide bromhydrique, Berthelot¹ a donné les valeurs suivantes

$$f(n) = \frac{12.06}{n} - 0.20$$

$$Q = 20^{\text{cal}}$$

On en déduit pour la chaleur physique de dissolution la valeur approchée

$$8^{\text{cal}}$$

et pour la chaleur physique correspondant à une dissolution étendue.

$$11^{\text{cal}}9$$

Acide iodhydrique.

$$f(n) = \frac{11.74}{n} - 0.50$$

$$Q = 19^{\text{cal}}57$$

Chaleur physique de dissolution $8^{\text{cal}}3$.

Chaleur chimique en liqueur étendue $11^{\text{cal}}2$.

Ammoniaque.

$$f(n) = \frac{1.27}{n}$$

$$Q = 8.8$$

Chaleur physique de dissolution $7^{\text{cal}}5$.

¹ Voir plus haut.

Chaleur chimique en liqueur étendue 1^{cal}3.

La faiblesse de la chaleur chimique montre qu'il n'y peut y avoir de différence d'activité chimique sensible entre le gaz ammoniac et sa solution, excepté bien entendu dans les cas particuliers ou le dissolvant, l'eau, intervient pour sa propre part.

Il importe en terminant de faire remarquer que toutes les données précédentes sont relatives bien entendu à la température ordinaire.

Sur une seconde Collection de Poissons

recueillie par M. E. Haug à Ngomo (Ogôoué)

Par M. le Dr Jacques PELLEGRIN

M. le pasteur Ernest Haug, correspondant du Museum d'histoire naturelle, dont la résidence habituelle est Ngomo, sur le Bas-Ogôoué a recueilli dans ces régions une nouvelle série de Poissons d'eau douce, qu'il vient d'adresser au Museum, complétant ainsi l'importante collection rapportée par lui en 1906 et qui a fait l'objet ici même d'un premier mémoire (1).

Celle-ci ne contenait pas moins de 48 espèces parmi lesquelles 3 non encore décrites. L'envoi actuel, étudié ici, en comprend 32 dont 14 ne figuraient pas dans le précédent (2).

Il y a encore une forme nouvelle pour la science, c'est un Mormyridé le *Petrocephalus microphthalmus*. En outre, M. E. Haug a été assez heureux pour retrouver plusieurs exemplaires d'espèces fort rares et intéressantes comme le *Polycentropsis abbreviata* Boulenger, l'*Hemistichodus Vaillanti* Pellegrin, le *Gephyroglanis ogoensis* Pellegrin, le *Synodontis Haugi* Pellegrin.

M. Haug étant à poste fixe au Gabon a pu continuer comme par le passé à noter avec le plus grand soin les noms employés par les indigènes dans les trois dialectes *galwa* (g.), *nkomi* (nk.), et *pahouin* (p.) pour désigner les Poissons expédiés par lui.

On trouvera donc ci-dessous avec la description de la forme nouvelle, la liste par familles de toutes les espèces faisant l'objet du dernier envoi de M. Haug, suivies des noms locaux et des quelques renseignements biologiques récemment communiqués par lui ; j'y ajouterai en plus, s'il y a lieu, certaines indications concernant l'anatomie, la systématique, et la distribution géographique.

(1) Cf. Dr J. PELLEGRIN. Sur une collection de Poissons recueillie par M. E. Haug à Ngomo (Ogôoué). *Bull. Soc. Philom.* 9^e ser. IX, 1907, page 17.

(2) Ces dernières sont précédées dans la liste donnée ici du signe *.

Mormyridæ**1. PETROCEPHALUS BALLAYI Sauvage.**

Un exemplaire.

2. PETROCEPHALUS SIMUS Sauvage.

Un exemplaire.

*** 3. PETROCEPHALUS MICROPHthalmus nov. sp.**

Le corps est très comprimé, sa hauteur est comprise 2 fois $\frac{3}{4}$ dans la longueur, la longueur de la tête 4 fois. La tête est sensiblement aussi haute que longue. Le profil supérieur est convexe; le museau arrondi dépasse fortement la bouche qui est située sous l'œil, relativement étroite et mesure le $\frac{1}{4}$ de la longueur de la tête. Les dents sont petites, bicuspidées, au nombre d'une dizaine à la mâchoire supérieure, d'une vingtaine à l'inférieure. L'œil est petit, son diamètre est égal à la longueur du museau et est contenu 2 fois $\frac{1}{2}$ dans l'espace interorbitaire, 5 fois dans la longueur de la tête. On compte 35 écailles le long de la ligne latérale, $\frac{2}{10}$ en ligne transversale sur le corps, $\frac{2}{7}$ entre la dorsale et l'anale, 10 autour du pédicule caudal. La nageoire dorsale, à rayons antérieurs formant une pointe, comprend 19 rayons dont 16 branchus; elle commence au-dessus du 10^e rayon de l'anale; sa base fait moins de la moitié de la distance qui la sépare de la tête. L'anale a 28 rayons dont 25 branchus; elle est située à peu près à égale distance de la base de la ventrale et de l'origine de la caudale. La pectorale fait un peu plus des $\frac{2}{3}$ de la longueur de la tête et arrive au milieu de la ventrale. Le pédicule caudal est trois fois aussi long que haut et fait les $\frac{4}{5}$ de la longueur de la tête. La caudale n'est écailleuse qu'à la base, ses lobes sont pointus.

La coloration en alcool est brun olivâtre avec des reflets argentés; les rayons antérieurs de la dorsale et de l'anale sont noirâtres, les autres nageoires grisâtres. Il n'y a pas de tache sous la dorsale.

D. 19; A. 28; P. 9; V. 6; Ec. 35.

N° 08-211. Coll. Mus. — Ngomo (Ogôoué) : Haug.

Longueur 80 + 15 = 95 millimètres.

Cette espèce est très voisine de *Petrocephalus Ballayi* Sauvage de mêmes régions. Elle en doit être séparée toutefois à cause de sa dorsale plus courte (D. 19 au lieu de 21 à 24), son œil plus petit, sa coloration et sa bouche plus étroite, dernier caractère qui la rapproche de *P. simus* Sauvage. C'est donc une forme intermédiaire entre les deux principales espèces, déjà connues de l'Ogôoué.

* 4. *ISICHTHYS HENRYI* Gill.

Trois exemplaires. Nom local : piongong (p.) « Rare dans l'Ogôoué Marais sous bois ».

Ce Mormyridé, remarquable par son corps très allongé, est connu de Libéria au Gabon.

5. *MARCUSENIUS BRACHYHISTUS* Gill.

Un exemplaire.

6. *GNATHONEMUS MOOREI* Günther.

Deux exemplaires.

Characinidæ

7. *ALESTES MACROPHthalmus* Günther.

Un exemplaire jeune de $75 + 22 = 97$ millimètres.

8. *ALESTES KINGSLEYÆ* Günther.

Quatre exemplaires.

9. *PERTERSIUS HILGENDORFI* Boulenger.

Quatre exemplaires.

10. *HEMISTICHODUS VAILLANTI* Pellegrin.

Quatre exemplaires de $44 + 12 = 56$, $50 + 12 = 62$, $59 + 14 = 73$ et $60 + 17 = 77$ millimètres.

« Toujours trouvés isolés, mêlés aux bancs de *Pellonula* ».

11. *NANNÆTHIOPS UNITÆNIATUS* Günther.

Un exemplaire.

* 12. *DISTICHODUS NOTOSPILUS* Günther.

Trois exemplaires.

Cette espèce est commune au Gabon et dans l'Ogôoué. On l'a trouvée également au Cameroun et dans le bassin du Congo.

La coloration des spécimens adultes récoltés par M. Haug est encore des plus vives. Le dos est bleu acier, les côtés argentés avec des reflets violacés, les lobes de la caudale, la base de l'anale et les ventrales d'un beau rouge orangé. La dorsale est marquée antérieurement d'une large bande noire oblique ; il existe une petite tache noire à la base de la caudale.

* 13. *BARBUS HOLOTÆNIA* Boulenger.

Deux exemplaires de $68 + 20 = 88$ et $105 + 31 = 136$ millimètres. Noms locaux : ôjonge (g.) (nk.), endo (p.) « Le plus commun des Poissons de l'Ogôoué, trouvé dans toutes les eaux courantes. »

Ce Barbeau, remarquable par la ligne noire longitudinale qui divise son corps en deux parties sensiblement égales est connu du Cameroun au Congo.

Siluridæ

* 14. *CLARIAS WALKERI* Günther.

Un exemplaire. Noms locaux : nyozî (g.), ngole fang (p.) « Ruisseaux et marais sous bois ».

Ce Clarias est connu du Cameroun, du Gabon, et de l'Ogôoué.

15. *CLARIAS ANGOLENSIS* Steindachner.

Trois exemplaires jeunes. « Communs dans la vase des marais, où ils se retirent aux eaux bases ».

16. *EUTROPIUS GRENFELLI* Boulenger.

Deux exemplaires. Nom local : osô (p.) « Capturés à l'embouchure d'un petit lac dans l'Ogôoué, »

17. *CHRSYCHTHYS KINGSLEYÆ* Günther.

Un exemplaire. Nom local ; nkémè itazu (g.)

* 18. *GEPHYROGLANIS OGOOENSIS* Pellegrin.

Trois exemplaires. $95 + 35 = 130$, $113 + 40 = 153$ et $170 + 60 = 230$ millimètres.

Noms locaux : jeunes, nkémè y'ôlovi (g.); forme moyenne, nkémè ozombo (g.) kéné ebvulé nzèyng (p.).

Cette espèce a été décrite d'après un spécimen de 320 millimètres de longueur, recueilli à Adouma, sur l'Ogôoué par la mission de l'Ouest africain (M. de Brazza).

Chez les deux jeunes spécimens envoyés par M. Haug, l'œil est proportionnellement plus grand que chez l'adulte, suivant la

règle générale chez les Poissons. Son grand diamètre est contenu 3 fois $1/3$ à 3 fois $1/2$ dans la longueur de la tête et égale environ la longueur du museau. Le barbillon nasal est tout à fait rudimentaire. La caudale est déjà nettement échancrée avec un lobe supérieur dépassant notablement l'inférieur.

* 19. *AUCHENOGLANIS BALLAYI* Sauvage.

Trois exemplaires. Nom local : mvong (p.). « Inconnu sur l'Ogôoué et dans les marais avoisinants. Ne se trouve que dans les ruisseaux sous bois des montagnes ».

Ce Poisson a été rencontré depuis le Cameroun jusqu'au Congo.

20. *SYNODONTIS HAUGI* Pellegrin.

Un exemplaire $189 + 50 = 230$ millimètres.

Ce spécimen est très semblable au type de l'espèce mesurant 270 millimètres et décrit par moi l'année dernière, lors du précédent envoi de M. Haug. Les dents mandibulaires sont égales au nombre d'une cinquantaine.

* 21. *PIIRACTURA LINDICA* Boulenger.

Deux exemplaires de $50 + 9 = 59$ et de $42 + 7 = 49$ millimètres. Nom local : angengeme (p.) « Ruisseaux des montagnes sous les pierres. Inconnu dans l'Ogôoué. Ne dépasse pas la taille du plus grand exemplaire envoyé. »

Cette curieuse petite espèce est signalée du Sud du Cameroun et du Congo.

Cyprinodontidæ

22. *HAPLOCHILUS SPILAUCHEN* A. Duméril.

Un exemplaire. Nom local : mbunge (p.) « Rives du fleuve ».

* 23. *HAPLOCHILUS SEXFASCIATUS* Gill.

Six exemplaires de $34 + 11 = 45$ à $67 + 18 = 85$ millimètres.

Nom local : andundue (p.) « Dans les ruisseaux des montagnes. »

Cette espèce qui atteint une assez grande taille pour le genre *Haplochilus* dont la plupart des représentants sont minuscules habite depuis le Sud du Niger jusqu'au Congo.

Mugilidæ

* 24 *MUGIL FALCIPINNIS* Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire de $155 + 50 = 205$ millimètres. Noms locaux : mono (g.) (nk.), bone (p.).

« Bancs très nombreux dans tout le Bas-Ogôoué et dans les lacs. Les bandes sont composées de 20 à 50 individus.

Ce Muge habite la côte occidentale d'Afrique et remonte plus ou moins haut les rivières depuis le Sénégal jusqu'au Congo. C'est une espèce comestible, qui ne manque pas d'intérêt au point de vue économique. D'après Delhez, cité par Boulenger (1), ce serait le seul Poisson vendu sur le marché indigène de Banana à l'embouchure du Congo.

Ophiocephalidæ

* 25. OPHIOCEPHALUS OBSCURUS Günther.

Deux exemplaires de $56 + 14 = 70$, et de $250 + 50 = 300$ millimètres. Nom local : ôrôva (g.) (nk.), ntumuli (p.)

Cet Ophiocéphale est très commun en Afrique où sa distribution est des plus vastes. On le connaît du Nil blanc, du lac Tchad et de la Gambie au Congo.

Anabantidæ

* 26. ANABAS MULTIFASCIATUS Thominot.

Quatre exemplaires. Nom local : efila (p.). « Ruisseaux des montagnes ».

Cette espèce habite depuis le Sud du Cameroun jusqu'au Congo. Il faut y ramener le *Ctenopoma nanum* Günther.

Nandidæ

27. POLYCENTROPSIS ABBREVIATA Boulenger.

Deux exemplaires de $57 + 12 = 69$ et de $58 + 12 = 70$ millimètres. Nom local : nyamendum ôbam (p.).

Chez ces spécimens la hauteur du corps est un peu plus grande que chez les types, elle est contenue 1 fois $2/3$ à 1 fois $4/5$ seulement dans la longueur au lieu de deux fois. La longueur de la tête est comprise 2 fois $1/2$ à 2 fois $2/3$ dans la longueur.

Pristipomatidæ

* 28. PRISTIPOMA JUBELINI Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire. Nom local : nkwèrè (g.) (nk.).

(1) G. A. BOULENGER. Les Poissons du bassin du Congo. Bruxelles. 1901 page 357.

Le *Pristipome* de Jubelin est un Poisson marin qui habite la côte occidentale d'Afrique du Sénégal au Congo, sa chair est appréciée. Il remonte parfois dans les rivières et peut vivre parfaitement dans les eaux complètement douces.

Cichlidæ

29. *TILAPIA FLAVOMARGINATA* Boulenger.

Un exemplaire de $235 + 65 = 300$ millimètres.

Nom local : ôsômbô (g.) (nk.), nkang (p.) « Noms indigènes douteux pour les Cichlidés, les noirs attachent une importance exagérée à la coloration souvent variable pour des formes identiques. » D'après M. Haug ce Cichlidé est le plus grand de l'Ogôoué.

* 30. *TILAPIA HEUDELLOTI* A. Duméril.

Trois exemplaires. Noms locaux : adultes, ilômba (g.) (nk.), mful (p.); forme moyenne, ômpumini (g.) (nk.) ndasi mekokho (p.).

Ce Poisson habite les eaux douces du Sénégal au Congo.

31. *TILAPIA MELANOPLEURA* A. Duméril.

Deux exemplaires. Noms locaux : adulte, ngwakakò (g.) (nk.), nkaramba (p.); forme moyenne, envôrô (g.), akokh asue (p.).

32. *MASTACEMBELUS GORO* Boulenger.

Six exemplaires.

Sur quelques nouvelles espèces d'Alpheidæ

Par H. COUTIÈRE

Les espèces dont je donne ici les diagnoses préliminaires proviennent presque toutes de la « Percy Sladen Trust Expedition ». Celle-ci a exploré en 1905, sur le « Sealark », la région de l'Océan Indien comprise entre Ceylan et Madagascar, en particulier l'archipel des Chagos, et aussi l'espèce de croissant formé à l'est de Madagascar par les Seychelles, les bancs de Saya de Malha, de Nazareth, Maurice et la Réunion. Toute cette région, très peu connue, abonde en îlots et récifs madréporiques, ce qui revient à dire que les Alpheidæ y sont nombreux et variés.

Les 2/3 environ des espèces s'y rencontrent, que j'avais décrites dans la faune des Maldives et Laquedives. De plus, 18 espèces sont nouvelles, montrant quelle incroyable richesse de formes possède cette famille d'Eucyphotes. Ces espèces se répartissent entre les genres *Automate* (1 espèce) *Alpheopsis* (2 espèces) *Synalpheus* (5 espèces) *Alpheus* (10 espèces). De plus il m'a paru nécessaire de séparer du genre *Alpheus*, en raison de ses caractères insolites, non encore signalés, une forme très voisine de l'*A. rostratipes* Pocock, peut-être même identique, bien que l'espèce de Pocock soit de Fernando-Noronha, sur la côte du Brésil.

2 espèces nouvelles d'*Athanas*, 2 espèces de *Synalpheus* proviennent d'une très intéressante collection d'Alpheidæ australiens, que je dois à MM. W. H. Baker et Allan Mc. Culloch. 2 autres espèces de *Synalpheus* ont été rapportées de Djibouti par M. Ch. Gravier. Enfin, dans les matériaux de la mission Bonnier-Perez, j'ai trouvé, outre une forme nouvelle d'*Alpheus*, des éléments intéressants pour l'étude du groupe « *Paulsoni* » dans le genre *Synalpheus*. Un mémoire en cours d'impression sur les *Synalpheus* américaines — dans lequel plus de 40 formes nouvelles sont décrites — m'a obligé à revoir très minutieusement les formes indo-pacifiques « *Paulsoni* », en raison de leur ressemblance, poussée parfois jusqu'à l'identité, avec les nombreuses formes américaines du même groupe.

GENRE *Automate* DE MAN.*A. Salomoni*, n. sp.

L'espèce se distingue de toutes les autres par la forme du rostre triangulaire, terminé en pointe aigüe, qui dépasse le bord frontal et atteint le tiers distal des ophthalmopodes. Le stylocérite est un peu plus long que l'article antennulaire basal: l'article médian est avec le précédent dans le rapport de 1.5 environ. L'écaille du scaphocérite atteint l'extrémité de l'article antennulaire médian. Le carpocérite dépasse le pédoncule antennulaire de la moitié environ de l'article distal. Les maxillipèdes externes, les péréiopodes des 1^{re} et 2^e paires sont absents. Les membres de la 4^e paire sont un peu plus volumineux que ceux de la 3^e paire. Les uns et les autres présentent les proportions suivantes : carpe 1, propodite 0.85, méropodite 2. Ce dernier 4.6 fois plus long que large.

L'unique spécimen est une ♀ ovée mesurant 17.5 mm. Chagos, Salomon Island. Percy Sladen Trust Expedition (P. S. T. E.)

GENRE *Athanas* LEACH.

A. Hasswelli n. sp. L'espèce rappelle de très près l'*A. dimorphus* Ortmann et l'*A. Minikoensis* H. C. Elle en diffère par les proportions différentes des pinces de la 1^{re} paire chez la ♀, seule connue. Le carpe, sensiblement égal au méropodite chez l'*A. dimorphus*, et plus long que la pince (rapport 1.8), est ici plus court que le méropodite et plus court que la pince (rapport 0.85). Le membre a la même forme cylindrique et grêle, ce qui distingue l'espèce de l'*A. Minikoensis*, où la pince est beaucoup plus robuste et le carpe court.

South Adelaïde coast, W. H. Baker, 1 sp. ♀ mutilé.

A. Granti n. sp. L'espèce appartient à la section du genre *Athanas* où les pinces de la 1^{re} paire sont étendues en avant, avec un méropodite court. C'est le groupe *nitescens*, qui s'oppose au groupe *dimorphus* dans lequel les pinces sont repliées sous le

méropodite volumineux et engainant. L'espèce rappelle l'*A. Nairaroensis* H. C. des Maldives, à laquelle elle ressemble par la forme et les proportions des pinces de la 1^{re} paire, et aussi par l'épine infra-cornéenne très courte, mais elle en diffère par l'absence de toute saillie supra-cornéenne, et surtout par le dactyle des pattes 3, 4, 5 bifide. C'est la première fois que ce caractère est constaté dans le genre *Athanas*, et son importance est grande en ce que c'est un nouveau lien entre le groupe *nitescens* et les espèces *Arete dorsalis* Stimpson, *Arete Indicus*, H. C. du genre *Arete*, qui en sont si manifestement dérivées.

South Adelaide Coast, W. H. Baker, 2 ♂, 3 ♀.

GENRE *Alpheopsis* H. C.

A. fissipes, n. sp.

L'espèce, au moins par la forme du bord frontal, appartient à la section du genre qui comprend l'*A. equalis* H. C. Le rostre est court, à bords concaves ; il porte très près de sa pointe deux longues soies à peine divergentes. Peut-être le rostre si particulier des zoés de *Betwus* doit-il sa forme à de semblables soies, encore accolées dans le premier stade larvaire. Le bord frontal, à peine convexe, forme deux très faibles saillies sus-orbitaires obtuses. Des trois articles antennulaires, le basal est un peu plus long que le rostre, et aussi que les deux autres. Le stylocérite atteint l'extrémité de l'article médian. L'écaille du scaphocérite est un peu plus courte que le pédoncule antennulaire, son épine latérale un peu plus longue, au contraire, de même que le carpo-cérite.

Les maxillipèdes externes sont très caractéristiques par leur article basal, plus de deux fois aussi long que la somme des deux autres, et surtout 4 fois seulement aussi long que large, de façon à former avec son opposé un large écran devant les appendices buccaux. L'article distal est inerme à son extrémité.

Les pattes de la 1^{re} paire sont absentes.

Les membres de la 2^e paire comme chez l'*A. equalis*.

Les pattes des paires suivantes, très caractéristiques, ont le dactyle bifide. La griffe ventrale est plus courte et plus forte que

la dorsale. C'est jusqu'à présent la seule espèce du genre présentant ce caractère. Les proportions de la 3^e paire sont : propodite 1.6, carpe 1, méropodite 1.36 (4.5 fois aussi long que large), ischiopodite 0.8. Ce dernier porte une seule épine. Chez l'*A. equalis*, ces proportions deviennent respectivement : 1.75, 1, 1.75 (7 fois aussi long que large, 0.9). L'ischiopodite porte 2 épines.

L'unique spécimen de l'*A. fissipes* est une ♀ de 6.5 mm de longueur, portant 7 œufs seulement, de taille comparable à ceux de l'*A. equalis*.

P. S. T. E. Providence, Station D4, 50-78 brasses.

A. idiocarpus. n. sp.

L'espèce diffère de la précédente par les points suivants :

Rostre dépourvu de soies à la pointe ;

Angle pterygostomial terminé par une pointe triangulaire aiguë, faisant suite à un léger sinus concave ;

Bord de l'écaille antennaire fortement incurvé le long de l'épine externe, au lieu de rejoindre celle-ci presque normalement.

Carpocérîte dépassant nettement l'antennule et l'épine du scaphocérîte.

Maxillipèdes externes étroits, semblables à ceux de l'*A. equalis*, article basal près de 6 fois aussi long que large, triquètre, article distal armé d'épines à sa pointe.

Les pattes de la 1^{re} paire sont absentes.

Les pattes de la 2^e paire distinguent cette espèce de toutes celles du genre, en ce que le carpe ne possède que 3 segments, dont le proximal répond bien, comme proportions, à la somme des trois premiers chez l'*A. equalis*. Cette 2^e paire est relativement plus courte et plus faible que chez les *A. equalis* et *fissipes*.

Les proportions de la 3^e paire sont : propodite 1.6, carpe 1, méropodite 1.65 (6.3 fois aussi long que large), ischiopodite 0.8. Ce dernier porte 2 épines. Comme chez l'*A. equalis*, le membre se termine par un dactyle simple et très grêle.

L'uropode externe reproduit, près de la suture, la forme con-

cave de l'écaille du scaphocérîte ; le bord libre de la suture porte 2 fortes épines, dont l'interne plus grande.

P. S. T. E. L'unique spécimen de l'*A. idiocarpus* est un ♂ de 7 mm, provenant, comme le précédent, de Providence, station D4, 50-78 brasses.

Ces deux espèces constituent une augmentation de grande importance pour le genre *Alpheopsis*. Jusqu'à présent, ses deux groupes, *equalis* à pinces lisses, et *trispinosus* à pinces sillonnées, paraissent assez faiblement reliés. Peut-être les formes ci-dessus décrites apporteraient-elles précisément le trait d'union cherché, si leurs pinces de la 1^{re} paire étaient connues.

GENRE *Synalpheus* SP. BATE.

S. otiosus, n. sp.

L'espèce se distingue du *S. paraneomeris* H. C. par les points suivants :

Le carapocérîte est seulement 3 fois aussi long que large (au lieu de 4 fois).

Le méropodite de la grande pince est un peu plus épais dans sa moitié proximale, et se termine par une pointe obtuse.

Le méropodite de la 3^e paire est seulement 3.5 fois aussi long que large, au lieu de 4 fois chez le *S. paraneomeris*, et le propodite porte 5 épines seulement, au lieu de 8. Cette partie du membre est également plus massive.

Le telson est plus large à son extrémité, le rapport de ses bases étant 1.5 au lieu de 1.85.

P. S. T. E. Coetivy, un bel exemplaire ♂.

S. merospiniger, n. sp.

L'espèce se distingue du *S. neomeris* de Man par les points suivants :

Les épines latérales du bord frontal sont plus larges. Leur bord externe n'est pas concave près de la pointe, leur bord interne moins concave également que chez le *S. neomeris*.

Les antennules ont leur pedoncule 4.5 fois plus long que

large, au lieu de 5 fois, et l'article basal n'est pas plus long que le médian. Il en résulte que le stylocérîte atteint le milieu de ce dernier article, au lieu de dépasser à peine l'article basal, comme chez le *S. neomeris*.

L'écaïlle du scaphocérîte est seulement un peu plus courte que l'antennule, et son épine latérale aussi longue que le carpodécérîte. Chez le *S. neomeris*, l'écaïlle atteint seulement l'extrémité de l'article antennulaire médian.

Le carpodécérîte est 4.4 fois aussi long que large, au lieu de 4 fois chez le *S. neomeris*.

L'unique spécimen typique, très mutilé, ne possède que ses pattes de la 4^e paire, dont le méropodite porte 3 courtes épines. Très semblables en ce point à celles du *S. neomeris*, elles en diffèrent par le dactyle caractéristique : la griffe ventrale est ici à peine plus forte que la dorsale ; ses deux bords sont régulièrement courbés, comme dans les espèces du groupe *Paulsoni*. La griffe ventrale est brusquement coudée et à bords droits chez le *S. neomeris*, et la griffe dorsale beaucoup plus grêle.

P. S. T. E. Amirante E. 25, 20-44 brasses. Une ♀ ovée.

S. trionyx, n. sp.

L'espèce est très voisine du *S. fossor* Paulson, dont elle se distingue par les points suivants :

Les intervalles sont plus larges entre le rostre et les épines latérales, celles-ci étant, par suite, plus divergentes.

L'écaïlle du scaphocérîte atteint au moins la moitié de l'article antennulaire distal, et l'épine latérale dépasse toujours le carpodécérîte, qui est 5 fois environ aussi long que large. Chez le *S. fossor*, l'écaïlle antennaire atteint rarement l'extrémité de l'article antennulaire médian, l'épine latérale est toujours plus courte que le carpodécérîte, et celui-ci est 6 fois plus long que large.

La grande pince est épineuse chez le *S. trionyx* à son bord palmaire antérieur, et le bord supéro-externe du méropodite se termine également par une forte épine. L'un et l'autre sont inermes chez le *S. fossor*, surtout la paume de la grande pince.

La petite pince du *S. trionyx* a pour proportions : doigts 1, longueur totale 2.4, hauteur 0.8. Le méropodite, dont le bord

supéro-externe se termine en pointe aiguë, est 2.1 à 2.6 fois plus long que large. Il est toujours plus épais que la paume. Chez le *S. fossor* les proportions de la petite pince sont : doigts 1, longueur totale 2.85, hauteur 1.2, le membre étant plus trapu. Par contre, le méropodite grêle est 2.7 fois aussi long que large, et n'a que 0.6 de la hauteur de la paume.

Le premier segment du carpe est plus long que la somme des 4 autres chez le *S. trionyx*, plus court chez le *S. fossor*.

Les proportions de la 3^e paire sont chez le *S. trionyx* : propodite 2.35, carpe 1, méropodite 2.6, celui-ci 4.4 fois aussi long que large. Chez le *S. fossor*, ces proportions sont : propodite 1.9 environ, carpe 1, méropodite 2.4, celui-ci 3.55 fois aussi long que large.

Enfin, le dactyle est de forme nettement différente. Chez le *S. fossor*, la griffe ventrale surnuméraire a ses deux côtés presque perpendiculaires, la griffe dorsale est très accessoire par rapport à la ventrale, et le groupe de ces 2 griffes est séparé du reste du dactyle par une faible dépression dorsale. Chez le *S. trionyx*, la surnuméraire ventrale est aiguë, dirigée en avant ; la dorsale est presque aussi longue que la griffe principale, et le dactyle ne montre aucune concavité dorsale.

P. S. T. E., Saya de Malha, C. 10, 26 fms., 2 ex. ♂ et ♀.

— C. 19, 29 fms., 1 ex. ♀.

S. lophodactylus, n. sp.

Cette nouvelle espèce se distingue du *S. biunguiculatus* Stp. par les points suivants :

Le pédoncule antennulaire est plus court, l'article basal ne dépassant guère le rostre, et seulement 4 fois aussi long que large. Le stylocérîte ne dépasse pas l'article basal.

L'écaille antennaire atteint l'extrémité de l'article antennulaire médian, et son épine latérale ne le dépasse que de la moitié environ de l'article antennulaire distal.

La basicérîte est complètement inerme en dessus, détail qui différencie immédiatement les deux espèces. Le carpodécrite dépasse notablement l'antennule, mais il est seulement 4 fois

aussi long que large, ayant subi le même raccourcissement que les autres appendices céphaliques.

La grande pince est absente sur le type.

La petite pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 2.73, hauteur 0.88. Son méropodite est 3.3 fois aussi long que large. Le doigt mobile porte une brosse de soies sériées sur la moitié distale. Elles sont moins serrées et moins abondantes que dans le groupe *lavimanus*, mais n'en indiquent pas moins l'étroite parenté qui relie les deux groupes d'espèces. Chez le *S. biunguiculatus*, la petite pince est plus épaisse, et le doigt mobile n'a que des traces insignifiantes de la brosse de soies sériées.

Les pattes de la 3^e paire ont pour proportions : propodite 1.9, carpe 1, méropodite 2.43. Ce dernier, très grêle, est 4.5 fois aussi long que large. Le dactyle est celui du *S. biunguiculatus*.

P. S. T. E., Lagon de Diego, 1 seul specimen ♀.

S. Sladeni, n. sp.

Cette espèce, l'une des plus remarquables recueillies par l'expédition, est jusqu'à présent la seule du groupe *lavimanus* qui soit présente dans la région indo-pacifique, à l'exception peut-être du *S. lavimanus Haddoni* H. Coutière. Ce groupe est caractérisé, comme je l'ai montré, par la présence constante sur le doigt mobile de la petite pince d'une brosse de longues soies raides disposées en séries transversales, et occupant les 2/3 de l'article. Tout en présentant de façon très nette ce caractère, la nouvelle espèce se place bien à part dans le groupe *lavimanus*.

Le bord frontal présente en avant des yeux une avancée considérable, si bien que la pointe du stylocérîte est au niveau de celle du rostre, et que l'épine latérale du basicérîte n'atteint pas tout à fait les épines latérales du bord frontal.

Le scaphocérîte est sensiblement aussi long que l'antennule, et son écaille atteint l'extrémité de l'article antennulaire médian, caractères insolites dans le groupe, ainsi que la faible épine inférieure du basicérîte.

Le carpodécrite est volumineux, 4.7 fois aussi long que large, plus long que les antennules.

Les fouets des maxillipèdes externes sont très asymétriques en longueur et surtout en volume. J'ignore si cette disposition est fortuite ou constante.

La grande pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3.12, hauteur 0.84. Le doigt mobile dépasse un peu le doigt fixe. La paume est cylindrique, et sa grande longueur est également un caractère insolite.

Par contre, la petite pince ressemble beaucoup à celle du *S. longicarpus* Herrick, par sa forme, ses proportions, sa brosse de soies sérées.

La 2^e paire est grêle, la 3^e paire également. Les proportions de cette dernière sont : propodite 2, carpe 1, méropodite 2.15, ce dernier article 5.4 fois aussi long que large. La griffe est celle de toutes les espèces *lævimanus*.

Le telson a pour proportions : largeur distale 1, largeur proximale 2.7, hauteur 3 environ.

Pour l'avancée du bord frontal, la forme de la grande pince, la gracilité des pattes suivantes, la forme du telson, cette espèce rappelle les espèces du groupe *comatularum*, jusqu'à présent aussi exclusives à l'Indo-pacifique que le groupe *lævimanus* l'est aux côtes américaines.

P. S. T. E., Cargados Carajos, B2, 30 brasses. 1 seul ex. ♂.

S. Bakeri, n. sp. L'espèce est voisine du *S. triunguiculatus* Paulson. Elle en diffère par les points suivants : Le rostre, 1.5 fois plus long que les épines latérales, atteint le milieu de l'article antennulaire médian. Le carpocérîte ne dépasse guère l'antennule, il est un peu plus court que l'épine latérale du sca-phocérîte, et 3.6 fois seulement plus long que large, au lieu de 4.3 fois chez le *S. triunguiculatus*.

La grande pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3.5, hauteur 1.4. Ce dernier rapport est de 1.3 chez le *S. triunguiculatus*; en outre la paume est inerme en avant chez le *S. Bakeri*, et le méropodite moins fortement épineux aussi. Il en est de même du méropodite de la petite pince.

La 3^e paire a pour proportions : carpe 1, propodite 1.9, méropodite 2.4 (ce dernier article 3.5 fois aussi long que large). Ces

proportions deviennent 1, 1.9, 2.2 chez le *S. triunguiculatus*, où le méropodite est 3.2 fois aussi long que large. En outre, la griffe surnuméraire ventrale mesure à peine 1/4 de la griffe principale, au lieu de lui être presque égale.

Les angles postérieurs du telson sont plus aigus, les épines de la face supérieure plus longues que chez le *S. triunguiculatus*. Par contre, l'épine basale de l'uropode et l'épine suturale de sa rame externe sont plus courtes.

South-Adélaïde, M. W. H. Baker, 2 ex. ♂ et ♀.

S. physocheles, n. sp. L'espèce est très voisine également du *S. triunguiculatus* Paulson. Le bord frontal et les appendices céphaliques sont semblables, sauf le carpocérîte encore plus grêle (rapport 5).

La grande pince est très fortement renflée et distingue l'espèce de toutes les autres. Ses proportions sont : doigts 1, longueur totale 5.33, hauteur 2.2, les doigts étant très courts.

La petite pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3, hauteur 1.1, sensiblement comme le *S. triunguiculatus*, dont les doigts sont toutefois un peu plus longs.

Les proportions de la 3^e paire sont : carpe 1, propodite 2.48, méropodite 2.6 ; ce dernier 4 fois aussi long que large. Le membre est donc notablement plus grêle que chez le *S. triunguiculatus*, mais la griffe a exactement la même forme.

Les angles postérieurs du telson sont moins épineux que chez le *S. triunguiculatus*.

Djibouti, Ch. Gravier, 1 sp. ♀.

Le groupe *Paulsoni*, dans l'Océan Indien, comprend des formes montrant 3 directions évolutives distinctes : les unes (*S. hastilicrassus*, *acanthitelsonis* H. C.), chez lesquelles le carpocérîte est allongé et ovoïde ; les autres (*S. hululensis* H. C., *S. tumido-maus* Paulson), où le même article est allongé et grêle ; enfin, les formes où l'article est court, qui me paraissent être les plus primitives, et dont le type est le *S. Paulsoni* Nobili.

Cette dernière espèce, du golfe Persique et de la mer Rouge, me paraît posséder plusieurs formes très affines :

<i>S. Paulsoni</i>	<i>Rameswarensis</i>	} Océan Indien
—	— <i>Kurracheensis</i>	
—	— <i>liminaris</i>	
—	— <i>Senegambiensis</i>	Atlantique

S. Mushaensis, de la Mer Rouge.

S. Mac-Cullochi, australien.

S. Latastei, australien et chilien.

S. Latastei tenuispina, brésilien.

Le *S. Latastei*, la seule forme du groupe qui ait gardé une aussi large distribution, indique probablement la voie par laquelle s'est faite la dispersion des espèces *Paulsoni*, très répandues en Amérique et extrêmement voisines de leurs congénères de l'Océan Indien.

Toutes ces formes ont le carpocérîte moins de 4 fois aussi long que large. Cette dernière proportion est celle du *S. Hullahensis* H. C. Ce nouveau nom doit remplacer celui de *S. tumidomanus* Paulson, que j'avais attribué à des spécimens des Maldives. L'espèce de Paulson, qui paraît propre à la mer Rouge, a les angles postérieurs du telson épineux, et ses œufs donnent des mysis. Elle a également le carpocérîte grêlé.

Voici comment peuvent se distinguer les formes précitées :

S. Paulsoni Nobili : Rapport du carpocérîte 2.87 à 3.1, épine latérale du basicérîte un peu plus courte que la portion distale de l'article, épine latérale du scaphocérîte dépassant toujours le carpocérîte; bord palmaire antérieur inerme.

Djibouti (Ch. Gravier), Golfe Persique (Mission Bonnier-Pérez).

S. Paulsoni Rameswarensis n. subsp. Mêmes caractères du basi et du scaphocérîte, mais le carpocérîte est plus grêle (rapport 3.2 à 3.5) et le bord antérieur de la paume se prolonge en une épine droite, conique.

Rev. Henderson, Rameswarani.

S. Paulsoni liminaris n. subsp. Le basicérîte est à peu près dépourvu d'épine supérieure. Le rapport du carpocérîte est au

moins égal à 3.5 et peut atteindre 4 ; le bord antérieur palmaire est épineux.

Djibouti (Ch. Gravier), Golfe Persique (Bonnier et Perez).

S. Hululensis H. C. L'épine supérieure du basicérîte est large et courte, toujours plus longue que large toutefois. L'épine latérale est plus longue que la portion basale de l'organe (1.5 fois environ). L'épine du scaphocérîte ne dépasse pas le carpocérîte, dont le rapport va de 3.8 à 4.1. Le bord antérieur palmaire est inerme. Les angles postérieurs du telson sont droits.

La forme *liminaris* précédente est certainement aussi voisine du *S. Hululensis* que du *S. Paulsoni*.

Maldives (J. St. Gardiner).

S. Paulsoni Senegambiensis n. subsp.

Le carpocérîte a pour rapport 3.7 comme dans la forme *liminaris* ; le basi et le scaphocérîte comme chez les *S. Paulsoni* typiques. Le méropodite de la petite pince est inerme ; (la grande pince manque sur les 3 exemplaires).

Cap Vert (Talisman).

S. Mushaensis n. sp. Cette espèce est aussi à la limite des formes à carpocérîte court (rapport 3.6). Le carpocérîte dépasse l'antennule de toute la longueur de l'article distal. Le scaphocérîte, au contraire, dépasse à peine l'antennule par son épine latérale, et son écaille, large, est nettement plus courte. Le stylocérîte ne dépasse pas l'épine latérale du basicérîte.

Les proportions de la grande pince sont : doigts 1, longueur totale 4.2, hauteur 1.6, les doigts étant courts. Le bord antérieur palmaire se termine par une faible saillie aplatie, comme tranchante. Le méropodite est épineux à son bord supéro-externe. La petite pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3.12, hauteur 1.

Le telson a ses angles postérieurs droits, sauf une très légère saillie épineuse ($1/4$ de l'épine externe).

L'espèce la plus voisine est certainement le *S. Lockingtoni* H. C. de la Basse Californie. Elle en diffère par le stylocérîte, le

scaphocérîte, l'épine supérieure du basicérîte plus courts, alors que le carpocérîte est au contraire plus long et plus grêle.

Iles Musha, Ch. Gravier.

S. Paulsoni Kurracheensis n. subsp. Cette forme diffère des spécimens typiques par la robustesse plus grande de toutes ses parties. Les épines frontales sont moins aiguës, l'épine latérale du basicérîte encore plus courte et plus forte (les $\frac{2}{5}$ de la portion basale de l'article). Le pédoncule antennulaire est 4 fois plus long que large, au lieu de 4.4 fois. Le carpocérîte a pour rapport 2.75. Le méropodite de la 3^e paire est 3.3 fois plus long que large (♀), 3.6 fois (♂) au lieu de 3.6 et 3.8 fois chez le *S. Paulsoni*. Le bord palmaire de la grande pince est épineux.

Kurrachee (U. S. N. Mus. 2 sp.).

S. Mac-Cullochi n. sp. L'espèce se distingue au premier abord du *S. Paulsoni* par ses œufs volumineux donnant des larves mysis. Elle rappelle la forme précédente par la robustesse des appendices céphaliques, mais l'épine supérieure du basicérîte est presque nulle, l'épine latérale nettement plus longue que la portion basale de l'article grêle, un peu convexe en dehors à la pointe. Le carpocérîte a pour rapport 2.9 à 3.1, et le bord palmaire antérieur de la grande pince est inerme, ces deux caractères comme chez le *S. Paulsoni*. Le méropodite de la 3^e paire est par contre plus grêle (rapport 4.3 ♀, 4.5 ♂).

L'espèce se distingue d'autre part facilement du *S. tumidomanus* Paulson, dont les œufs donnent également des mysis, mais dont le carpocérîte est beaucoup plus grêle, l'angle supérieur du basicérîte et les angles du telson épineux.

Côte S. W. d'Australie (A. Mc. Culloch, W. H. Baker).

S. Latastei H. C. Cette espèce marque le terme de la série des formes précédentes au point de vue de la robustesse des divers appendices. Le pédoncule antennulaire a pour rapport 3.85 seulement, celui du carpocérîte descend jusqu'à 2.66 (d'ordinaire 2.7). La grande pince est seulement 2.35-2.5 fois aussi longue que haute, au lieu de 2.8 fois environ chez le *S. Paulsoni* et les

formes voisines. De même, le méropodite de la 3^e paire est seulement 3.12 fois aussi long que large. Les œufs donnent naissance à des zoés.

L'espèce se rencontre identique en Australie et au Chili; elle est représentée sur la côte est américaine (Desterro) par une forme *tenuispina*, dont les appendices sont un peu plus grêles, les épines frontales et celles des appendices céphaliques plus aigües.

GENRE *Alpheus* FABR.

A. staphylinus n. sp.

L'espèce est très voisine de l'*A. megacheles* Hailstone de la Méditerranée et de l'Atlantique. Le rostre est 3 fois aussi long à peu près que les dents sus-orbitaires, il est plus court que l'article antennulaire basal. L'article médian est 1.5 fois aussi long que chacun des 2 autres. Le pédonculaire antennulaire, la forte épine latérale du scaphocérîte, le carpodécrite sont sensiblement égaux.]

La grande pince est très semblable à celle de l'*A. megacheles* comme forme et proportions. La petite pince est plus grêle, la paume étant 2.43 fois aussi longue que large, au lieu de 2 fois, le doigt mobile n'est pas élargi, bien qu'il s'agisse d'un ♂, les doigts sont légèrement plus courts que la paume.

La 2^e paire est très allongée, la somme du carpe et de la pince mesure 0.85 du céphalothorax, et la partie proximale du membre 1.05 de cette même longueur, ce qui distingue immédiatement l'espèce de l'*A. megacheles* et la rapproche de l'*A. Hailstonei* des Maldives.

La 3^e paire mesure 1.2 du céphalothorax, alors qu'elle l'égale seulement chez l'*A. megacheles*. Le méropodite est 5 fois aussi long que large, et le propodite est 1.4 fois aussi long que la carpe, au lieu de 1.2 chez l'*A. megacheles*.

P. S. T. E. L'unique specimen ♂, long de 12 mm, provient de Salomon Island (Chagos).

A. Malhaensis n. sp.

L'espèce se rapproche particulièrement de l'*A. Seurati* H. C., dont elle se distingue par les points suivants :

Antennes et antennules un peu plus grêles et allongées, y compris l'épine latérale du basicérîte.

Bord inférieur de la grande pince entièrement lisse, constriction plus profonde entre la paume et le doigt fixe, extrémité du doigt mobile moins massive.

Carpe de la 2^e paire avec les 2 premiers segments presque égaux, le premier légèrement plus long.

Méropodites de la 3^e et 4^e paires fortement épineux à l'apex inférieur distal, celui de la 3^e paire 3.7 fois plus long que large. Proportions du membre : carpe 1, propodite 1.25, méropodite 1.9 (au lieu de 1, 1.45, 2 chez l'*A. Seurati*, où le méropodite est seulement 3 fois aussi long que large, et le propodite également très épais.)

P. S. T., E., S. de Malha C19, 29 brasses, 1 sp. ♀.

Amirante E2, 29 brasses, 1 sp. ♂.

A. Amirantei n. sp.

Cette espèce se rapproche plus de l'*A. paragracilis* H. C. que d'aucune autre, mais elle en est facilement séparable.

Le rostre étroit se continue par une faible crête, un peu élargie derrière les voûtes orbitaires ; il est séparé de celles-ci, en avant, par deux très faibles sinus concaves du bord frontal, le reste du bord étant régulièrement convexe et inerme.

Le stylocérîte est plus court que l'article antennulaire basal, ou à peine aussi long, le basicérîte de l'antenne est à peu près inerme.

Le bord inférieur de la grande pince est droit, sans trace de constriction. Le bord supérieur porte au contraire une constriction transverse et un sillon longitudinal du côté inféro-interne. Du côté supéro-externe est un second sillon longitudinal très faible. Le méropodite porte une forte épine à son bord inférieur interne.

La petite pince diffère de celle de l'*A. paragracilis* par sa taille relative moindre, les doigts égaux à la paume, le méropodite pourvu d'une forte épine.

Sur la 2^e paire, le 1^{er} segment du carpe n'a guère que le tiers du second.

La 3^e paire et la 4^e ont le méropodite fortement épineux à son bord inférieur distal, le propodite est seulement un peu plus long que le carpe, l'un et l'autre sont beaucoup plus faibles que le méropodite. Le dactyle est simple. C'est une forme du membre surtout fréquente dans le groupe *crinitus*.

P. S. T. E., Amirante E. 11, 25-80 brasses, 2 specimens ♂.

A. baculifer n. sp.

Je place ici cette très remarquable espèce. Elle représente un cas extrême d'allongement des pinces chez une forme qui, par la plupart de ses caractères, rentre dans le groupe *obeso-manus*. C'est le parallèle de l'*A. cylindricus* Kingsley pour le groupe *megacheles*.

Le rostre, très court, dépasse à peine les voûtes orbitaires très saillantes, et se continue en arrière par une crête assez marquée. L'article antennulaire médian est 1.5 fois aussi long que chacun des deux autres, le stylocérîte est plus court que l'article médian et ne fait qu'une faible saillie latérale. Le scaphocérîte ne possède qu'une écaille rudimentaire, et son épine latérale ne dépasse pas le tiers distal de l'article antennulaire médian. Le carpocérîte est à peine plus long que ce même article.

Les pattes de la 1^{re} paire sont extrêmement caractéristiques. La grande pince a la paume cylindrique, 5.5 fois aussi longue que large. Elle est tronquée à l'extrémité ; le doigt mobile, en « porte à faux », sur plus de la moitié de sa longueur, est dirigé presque perpendiculairement à la paume. Il n'y a plus trace de sillons palmaires. Le méropodite est également très allongé.

La paume de la petite pince est de même forme, mais les doigts sont parallèles, égaux, et dans le prolongement du membre. Ses proportions sont : doigts 1, longueur totale 4.34, hauteur 0.55.

Les pattes de la 2^e paire sont très inégales, comme dans la plupart des espèces *obeso-manus*. La plus longue mesure 1.66 fois celle de la 3^e paire, la plus petite 1.33 fois. Le second segment du carpe est très légèrement plus long que le premier, la pince distale a les doigts très courts.

La 3^e paire a pour proportions : carpe 1, propodite 1.07, méropodite 1.46. Ce dernier est inerme, et 3.6 fois aussi long que large.

L'unique specimen est une ♀ venant de muer dont les pleurons abdominaux sont très grands, comme il est de règle dans ce groupe d'espèces. Le telson et les uropodes sont dans le même cas ; la rame interne de ces derniers a son bord externe triangulaire, la suture de la rame externe porte 2 courtes épines.

P. S. T. E., Ile du Coin (Chagos), une ♀ de 25 mm.

A. Stanleyi n. sp.

Cette espèce se rapproche beaucoup de l'*A. ascensionis*, Ortman, de l'*A. architectus*, de Man, de l'*A. styliceps*, H. Coutière.

La forme du bord frontal est très semblable à celle de l'*A. styliceps*, les voûtes orbitaires étant toutefois reportées plus en arrière encore. L'écaille du scaphocérîte atteint le tiers distal de l'article antennulaire médian, tandis qu'en revanche l'épine latérale atteint à peine le milieu de l'article distal. Le carpodécrite ne dépasse que très faiblement l'antennule.

La grande pince est celle de l'*A. ovaliceps* H. Coutière, et se distingue par suite de celle des 3 espèces précitées. Le doigt mobile est toutefois beaucoup plus en « porte à faux ». Les sillons palmaires sont à peu près nuls. Ses proportions sont : doigt mobile 1, longueur totale 3.4, hauteur 1.4.

La petite pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 2, hauteur 1.72. Elle est, par suite, de forme banale, et bien distincte de celle de l'*A. styliceps*. Les doigts sont béants, l'inférieur très large ; leur bord inféro-externe excavé porte une rangée de fortes soies courtes et espacées, au nombre d'une dizaine.

Sur la 2^e paire, le 2^e segment du carpe est un peu plus court que le premier.

La 3^e paire a pour proportions : propodite 1.4, carpe 1, méropodite 2.25. Ce dernier, presque 5 fois aussi long que large, porte une forte épine à son angle inférieur distal. Il en est de même sur la 4^e paire. Le dactyle est très court, sans trace de bifurcation.

Le telson a pour proportions : petite base 1, grande base 2,

hauteur 3.27. Le bord de l'uropode interne porte une série de courtes épines.

Chez l'*A. architectus* et l'*A. ascensionis*, indépendamment des autres différences, les méropodites 3 et 4 sont inermes.

P. S. T. E., Amirante F21, 30 brasses. | 1 unique sp. ♂ de 18 mm.

A. Providencei n. sp.

Le difficile groupe *crinitus*, déjà si riche en espèces, a fourni encore ici plusieurs formes nouvelles, séparées des formes connues par de minimes différences.

Par la forme du bord frontal et des appendices céphaliques, l'*A. Providencei* rappelle absolument l'*A. aculeipes* H. Coutière. Ici, toutefois, le rostre fait à peine saillie en avant; sa crête médiane est au contraire plus forte, et s'élargit plus rapidement derrière les voûtes orbitaires.

Par ses autres caractères, l'espèce se rapproche davantage de l'*A. paraculeipes* H. Coutière, sans être toutefois intermédiaire entre les deux formes précitées.

La grande pince, dont les proportions sont : doigts 1, longueur totale 3.33, hauteur 1.5, a une forme régulièrement ovoïde; ses doigts sont fortement infléchis en dedans. Le méropodite épineux est 2.2 fois plus long que large.

La petite pince (♀) est très semblable à celle de l'*A. paraculeipes*. Les doigts sont seulement plus longs, ses proportions étant : doigts 1, longueur totale 2.18, hauteur 0.8.

Les deux premiers segments du carpe sont entre eux comme 1 et 1.95, rapport moindre que dans les deux espèces précitées.

Pour la 3^e paire, les proportions sont : propodite 1.5, carpe 1, méropodite 2.3. Ce dernier 4 fois plus long que large. L'épine mércale est dans le prolongement du bord inférieur, étroite et très aigüe. Le bord inférieur interne est absolument nu, d'où une différence notable d'avec les *A. aculeipes* et *paraculeipes*.

Le bord externe du carpe porte une épine et 8-10 soies, mais celles-ci sont effilées, molles, et bien différentes de celles de l'*A. paraculeipes*. Le propodite n'a pas d'épine distale au bord supérieur. Le dactyle porte au bord ventral une saillie surnumé-

raire très nette. L'ischiopodite n'a pas d'épine enfoncée. Le méropodite de la 4^e paire n'est pas épineux.

L'espèce est encore plus voisine de l'*A. alcyone* de Man. Dans cette dernière forme, le scaphocérîte a son bord externe concave, son épine latérale plus longue; le méropodite de la petite pince est inerme; le premier segment du carpe mesure seulement le tiers du second, et il est surtout plus petit que le 5^e. Le méropodite de la 3^e paire porte quelques spinules courbées en S, le dactyle n'est pas bifide; le carpe de la 4^e paire est semblable à celui de la 3^e. Enfin, les œufs sont rares et volumineux, donnant vraisemblablement naissance à des larves mysis.

On peut considérer l'*A. alcyone* et l'*A. Providencei* comme deux formes pœcilogoniques, mais, ici comme dans la grande majorité des cas connus, il s'ajoute au caractère tiré du volume des œufs une série de menues différences montrant que les deux formes sont bien spécifiquement distinctes.

P. S. T. E., Providence D4, 50-78 brasses, 1 sp. ♀.

A. Adamastor n. sp.

Cette espèce est extrêmement voisine de l'*A. clypeatus* H. Coutière. Elle en diffère par les points suivants :

Le bord frontal présente une avancée convexe en deçà de chaque voûte orbitaire, mais, au lieu de se réunir en un rostre saillant, les voûtes sont séparées par un sinus médian, aussi large que chacune d'elles. La crête mousse du rostre, qui paraît s'arrêter au bord de ce sinus, se continue en réalité un peu en avant et sur un plan inférieur, en une pointe étroite et très courte.

Le basicérîte porte une épine beaucoup plus faible que chez l'*A. clypeatus*.

La grande pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3, hauteur 1.34. Elle est donc légèrement plus massive que chez l'*A. clypeatus*, où les doigts ont aussi $1/3$ de la longueur totale, mais où le second rapport est 1.23 seulement.

La petite pince présente des différences bien plus notables. Elle a pour proportions : doigts 1, longueur totale 2.36, hauteur 0.75. Elle est donc 3 fois plus longue que haute, au lieu de 2.6 chez l'*A. clypeatus* ♂. Elle rappelle par suite les proportions de

l'appendice chez la ♀ de l'espèce précitée, mais le doigt mobile est ici notablement élargi. Il est vraisemblable que la différence sexuelle dans la forme de la petite pince, chez l'*A. Adamastor* dont la ♀ est inconnue, porte sur ce détail du doigt mobile, et qu'elle est par suite assez faible.

Le méropodite inerme est à peine plus court que la pince et presque 3 fois aussi long que large. Ce dernier rapport égale 2 chez l'*A. clypeatus* ♂, le méropodite étant beaucoup plus court que la pince.

Sur la 2^e paire, le 1^{er} segment du carpe égale 1.6 fois le second. Ils sont sensiblement égaux chez l'*A. clypeatus*.

La 3^e paire est très semblable comme proportions et forme à celle de l'*A. clypeatus*, mais le méropodite est 4 fois aussi long que large, au lieu de 3.5 fois.

La forme du bord frontal et les proportions de la petite pince du ♂ permettent aussi de distinguer aisément cette espèce de l'*A. pachychirus* Stimpson.

P. S. T. E., Salomon (Chagos), un unique specimen ♂.

A. Coetivensis n. sp.

L'espèce se rapproche beaucoup de l'*A. paraerinitus* Miers et de la forme que j'ai décrite comme var. *Bengalensis* de cette dernière.

Les voûtes orbitaires sont ici atténuées en forme d'épines plates mesurant à peu près la moitié de l'article antennulaire médian. Le scaphocérîte a son écaille plus large, son épine latérale moins grande que dans les deux formes précitées, et le carpocérîte est plus volumineux.

La grande et la petite pince sont tout à fait celles de l'*A. paraerinitus* *Bengalensis* comme forme et proportions, la petite pince étant inerme sur le condyle articulaire externe du doigt mobile. Les méropodites sont inermes.

Sur la 2^e paire, le premier segment du carpe est 1.7 fois aussi long que le 2^e, sensiblement comme chez l'*A. paraerinitus*.

Sur la 3^e paire, très grêle, les proportions sont : propodite 1.45, carpe 1, méropodite 1.7, le membre étant encore plus allongé que chez l'*A. paraerinitus*.

P. S. T. E., Coetivy, 1 sp. ♂.

Salomon, 1 sp. ♀ avec sa petite pince seule présente.

A. dasycheles n. sp.

L'espèce se rapproche de l'*A. gracilipes* Stimpson par la forme du rostre. C'est une large pointe triangulaire à bords légèrement concaves, 1.5 fois aussi longue que large à la base. Il y a sur la ligne médiane une trace de l'épine gastrique. Les bords du rostre surplombent les sillons rostro-orbitaires comme chez l'*A. gracilipes*, et les voûtes orbitaires présentent en avant une saillie obtuse, ne dépassant pas le bord frontal sinueux. La pointe du rostre n'atteint pas l'extrémité de l'article antennulaire basal, que le stylocérîte dépasse légèrement.

L'écaïlle du scaphocérîte égale le pédoncule antennulaire, que son épine latérale dépasse des $\frac{3}{4}$ environ de l'article distal. L'épine latérale du basicérîte atteint en avant aussi loin que le rostre, le carpodécérîte ne dépasse pas l'extrémité de l'article antennulaire médian.

Les pinces de la 1^{re} paire sont cylindriques et entières, sans traces de sillons et de lobes. Elles possèdent un revêtement assez dense de longues soies sur leur face inféro-externe. La plus grande a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3.2, hauteur 0.9.

La plus petite : doigts 1, longueur totale 2.38, hauteur 0.5. Sur la 2^e paire, le 1^{er} segment égale 1.2 fois le second. La 3^e paire a pour proportions : propodite 1.64, carpe 1, méropodite 1.88. Ce dernier est 5 fois aussi long que large, l'ensemble du membre étant grêle, mais le méropodite porte une forte épine à son apex inférieur. Le carpe se termine également par une épine. Le dactyle est simple. Il y a une épine enfoncée mobile sur l'ischiopodite.

P. S. T. E., Seychelles, F9, 37 brasses, 2 sp. ♂ et ♀, le plus grand mesurant 22 mm.

A. Percyi n. sp.

Cette espèce se rapproche également de l'*A. gracilipes*, plus même que la précédente.

Le rostre a la même forme lancéolée, à bords surplombant les sillons rostro-orbitaires. Mais les voûtes orbitaires sont régulièrement hémisphériques, sans lobe antérieur saillant, de sorte qu'entre elles, le rostre et le bord frontal, il n'existe pas la partie plane du sillon rostro-orbitaire brusquement élargi en avant que l'on remarque chez l'*A. gracilipes*.

Le rostre atteint, de même que le stylocérite, la longueur de l'article antennulaire basal.

L'écaille antennaire atteint au moins l'extrémité du pédoncule antennulaire, qu'elle dépasse même notablement chez les grands spécimens. Son épine latérale et le carpocérite comme dans l'espèce précédente, et comme chez l'*A. gracilipes*.

Les pattes de la 1^{re} paire ne diffèrent que très peu de celles de l'*A. gracilipes*. La grande pince est entaillée d'un profond sillon transverse un peu avant l'articulation du doigt mobile; la petite pince, « *balaniceps* » chez les ♂, est munie d'une forte épine sur chacun des condyles articulaires du doigt mobile. Les bords supéro-externe et inféro-externe du méropodite se terminent chacun par une forte épine, sur les 2 pinces.

Sur la 2^e paire, les 2 premiers segments du carpe, presque égaux, sont entre eux comme 1, 1.15. J'ai étudié des spécimens jeunes où le rapport était sensiblement inverse.

La 3^e paire est très semblable à celle de l'espèce précédente comme forme et proportions.

P. S. T. E., Cargados Carajos, 30 brasses, 2 ex. ♂ et ♀, le plus grand mesurant 40 mm.

Amirante E 11, 25-50 brasses, 1 petit sp. ♀.

Coetivy, 1 petit sp. ♂.

A. Perezii n. sp.

L'espèce se rapproche de l'*A. pareuchirus* H. C., mais le rostre forme entre les voûtes orbitaires une crête plus étroite, linéaire, à peine élargie en arrière. Le pédoncule antennulaire est plus court, de même que le carpocérite égal au précédent, l'un et l'autre dépassés par l'épine du scaphocérite. La grande pince a des proportions très semblables à celles de l'*A. pareuchirus*,

mais le lobe palmaire est arrondi en arrière du sillon transverse supéro-externe, et la constriction du bord inférieur est par contre plus marquée. La petite pince est aussi très semblable comme forme et proportions, ainsi que la 2^e paire. Mais le méropodite de la 3^e paire est plus court (6 fois aussi long que large au lieu de 7 fois) et son bord inférieur porte près de l'extrémité distale une forte épine, peu saillante toutefois et dont l'axe est à peine différent de celui de l'article.

Golfe Persique (Mission Bonnier-Perez).

Alpheus sp.?

Metalpheus, n. gén.?

Il s'agit ici d'une forme très remarquable, peut-être identique à l'*A. rostratipes* Pocock, ce que je ne saurais décider en l'absence du type. Cette identité ou valeur spécifique sont d'ailleurs secondaires en l'espèce, en présence des différences qui séparent ces formes du genre *Alpheus* lui-même, et conduisent presque à la formation d'un nouveau genre.

Le rostre émerge entre les échancrures obliques des voûtes orbitaires, qu'il égale en longueur. La protection des ophthalmo-podes n'est pas assurée du côté antéro-interne.

Comme chez l'*A. rostratipes*, les articles antennulaires sont aussi larges que longs. Toutefois, le 3^e est 1.5 fois aussi long que large. Le stylocérîte atteint le milieu de l'article médian. La large écaille du scaphocérîte atteint le tiers proximal, et son épine la moitié de l'article distal antennulaire. Le basicérîte est volumineux, beaucoup plus haut que long surtout, avec une forte épine latérale, et le carpocérîte, dépassant l'antennule de la moitié au moins de l'article distal, n'est guère que 1.5 fois aussi long que large.

Le volume de l'antenne contrastant avec le faible développement du scaphocérîte, l'épaisseur des articles et des fouets antennulaires sont des caractères insolites chez *Alpheus*, rappelant surtout les genres *Arete* et *Alpheopsis*.

Le labre possède également un volume excessif. Il descend verticalement entre les bases des antennes, et sa hauteur égale celle du céphalothorax, de façon à constituer une sorte de mufle

qui donne à l'espèce une physionomie très spéciale. La partie inférieure en est enfermée, comme dans des valves, entre les psalistles très élargis des mandibules, dont le palpe est entièrement invisible du dehors. Le psalistle porte une dizaine de faibles dents sur une courte portion de son bord supérieur. Le processus molaire est inclus, comme toujours, entre le labre et les paragnathes, très développés également. C'est là une forme de la mandibule unique jusqu'à présent chez les Alpheidae.

La maxillule et la maxille ont leur forme normale. Sur le 1^{er} maxillipède, l'article distal du sympodite est largement arrondi, l'endopodite et l'exopodite soudés sur leur tiers proximal, ce dernier avec un très étroit lobe α (Boas).

Le 2^{me} maxillipède a son épipodite en forme de sac membraneux. Le 3^{me} a son article distal foliacé, très élargi (un peu plus de 2 fois aussi long que large) excavé de façon à recevoir la masse du labre, des mandibules et des maxillipèdes précédents, comme chez l'*Alpheopsis fissipes* H. C. L'article distal est conique, pourvu des soies sérieées habituelles, sans épines terminales. Il y a un bourgeon d'arthrobranchie à la base du membre, avec une trace de bifurcation.

Par une malchance singulière, les 2 spécimens que j'ai étudiés ne possèdent qu'une seule des pinces de la 1^{re} paire, de même que les types de l'*A. rostratipes*. Je suis porté à croire que les deux pinces sont semblables. Sur un spécimen sec de l'*A. rostratipes* (S. Kensington Muséum) la seule pince présente est si volumineuse qu'elle représente bien plutôt la grande. Sur un des deux spécimens de la forme ici étudiée, la pince opposée est en voie de régénération, elle a dépassé le stade de forme indifférente, et apparaît très semblable à son opposée comme aspect général et proportions.

La 2^e paire est courte et massive. Les segments du carpe décroissent du 1^{er} au 4^{me}, ce dernier plus large que long, le 5^{me} égal au 1^{er}. La 3^{me} paire a le méropodite très massif, inerme, 3 fois aussi long que large. Le dactyle est bifide, avec une saillie ventrale surnuméraire plus marquée chez le ♂.

La 4^{me} paire n'a pas d'épipodite en crochet. Les rames des pléopodes, chez le ♂, sont beaucoup plus courtes que le sympo-

dite, presque dépourvues de soies et de longueur égale. La 2^{me} paire fait exception en ce que la rame interne est étroite et très longue.

Chez la ♀ les rames sont plus longues et aussi plus larges que le sympodite, et le rétinacle de la rame interne est lui-même très élargi, si bien que la rame paraît simplement bilurquée sur son tiers distal.

Volume des fouets antennaires et de l'antenne, incomplète protection des yeux, volume du labre, forme très spéciale des mandibules, du 2^e maxillipède, du 3^e maxillipède, des pinces de la 1^{re} paire (?), brièveté de la 2^e paire, réduction du nombre des épipodites, forme très spéciale des pléopodes, tels sont les caractères que l'on pourrait invoquer pour la séparation de l'*A. rostratipes* et des formes affines. Le nouveau genre pourrait recevoir le nom de *Metalpheus* s'il était conservé.

D'autre part, ces espèces montrent avec l'*A. paragracilis* H. C. une ressemblance très grande, au point que tous leurs caractères différentiels s'y retrouvent, *y compris l'absence d'épipodite sur la 4^{me} paire*. Mais ces caractères sont pour la plupart atténués. Il en est ainsi pour le volume de l'antenne et sa disproportion d'avec le scaphocérite, pour le volume du labre, la grandeur du psalidome des mandibules, du sympodite du 1^{er} maxillipède, la largeur de l'article basal du 3^e maxillipède, le volume de la petite pince, la brièveté de la 2^e paire, pour la forme même des pléopodes. En un mot, l'*A. paragracilis* ne possède plus en propre qu'un seul caractère le séparant nettement du genre *Alpheus*, l'épipodite du 4^e péréiopode. Et si l'on passe à des espèces telles que l'*A. socialis*, également très voisine, ce dernier détail disparaît.

On voit donc l'intérêt qui s'attache à la connaissance plus complète de l'*A. rostratipes* (et de l'*A. sp.* qui en est peut-être distinct) surtout pour savoir si la grande pince est ou non celle d'un *Alpheus*.

On peut noter que l'*Alpheopsis fissipes*, la nouvelle espèce décrite plus avant, possède, seule du genre, les maxillipèdes de la 3^e paire très élargis et les dactyles bifides. Si, là encore, les pinces de la 1^{re} paire étaient connues, peut-être posséderait-on un repère précieux pour fixer la validité du genre *Metalpheus*.

Par son rostre, l'*Alpheopsis fissipes* se rattache à l'*A. equalis*, dont les pinces ne sont pas sillonnées. On conçoit très bien dès lors qu'une forme telle que *Metalpheus*, dans l'hypothèse où ses pinces seraient semblables et non sillonnées, soit sortie d'une autre telle que l'*Alpheopsis fissipes*.

D'autre part, le groupe *megacheles*, parmi les Alphées, présente comme je l'ai montré, les ressemblances les plus étroites avec les *Alpheopsis* tel que l'*A. trispinosus* et l'*A. Chilensis*, à pinces sillonnées. Comme les 2 sections du genre *Alpheopsis* sont fort voisines, il n'est pas étonnant de rencontrer chez leurs dérivés *Alpheus* et *Metalpheus* des convergences comme celles qui rapprochent l'*A. rostratipes* et l'*A. paragracilis*.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES DU TOME X (1908)

	Pages.
Aimé Laussedat (Notice). — G. Perrin	103
Alpheidae (espèces nouvelles). — H. Coutière	191
Applications de la méthode d'Erathosthène. — Tables. — J. Deschamps	10
Arithmétiques (Constellations). — G. Tarry.	107
Banquet annuel	50
Biologie des récifs coralliens. — Ch. Gravier.	144
Cent millions (Nombres jusqu'à). Tables des facteurs premiers. — E. Lebon.	66
Chaleur de dissolution limite. — C. Matignon	176
Chaleur de réaction (Variations) dans les systèmes monovariants. — C. Matignon.	171
Collection d'oiseaux de l'Equateur. — A. Ménégaux	83
Collection de poissons recueillis par le Dr Wurtz. — J. Pellegrin	122
Collection de poissons recueillis par M. E. Haug. — J. Pellegrin.	184
Comptes de 1907 (Rapport). — G. Tarry.	64
Comptes-rendus des séances (Extraits) 3, 53, 101,	165
Constellations arithmétiques. — G. Tarry	64
Coraux (Biologie des récifs). — Ch. Gravier.	144
Corrélations physiologiques chez l'embryon d'oiseau. — E. Rabaud.	136
Développement du périmètre thoracique chez les enfants. — M. Marage	114
Division de polynômes entiers représentés symboliquement. — E. Lebon	168
Embryon d'oiseau (Phénomènes respiratoires). — E. Rabaud.	133
Enfants (Développement du périmètre thoracique). — M. Marage	114
Entiers (Polynômes) représentés symboliquement. — E. Lebon	168
Equateur (Collection d'oiseaux de l'). — A. Ménégaux	83
Equilibre (Loi du déplacement avec la température). — C. Matignon	176
Erathosthène (Méthode d'). Tables. — J. Deschamps.	10
Espèces nouvelles d'Alpheidae. — H. Coutière	191
Etude d'une collection d'oiseaux de l'Equateur. — A. Ménégaux.	83
Examen de houille de Lorraine. — P. Mahler	111
Extraits des comptes-rendus des séances 3, 53, 101,	165
Facteurs premiers des nombres (Recherche rapide des). — E. Lebon	4
Facteurs premiers des nombres jusqu'à cent millions (Table).	66
Gaz-Solides (Systèmes monovariants). — G. Matignon	171
Graphiques (Tables). Applications de la méthode d'Erathosthène. — J. Deschamps.	10
Guinée Française (Poissons recueillis par le Dr Wurtz). — J. Pellegrin.	128
Houille de Lorraine. — P. Mahler.	111
Laussedat (A.), (Notice). — G. Perrin	103
Limite (Chaleur de dissolution). — C. Matignon	176
Liste des membres de la Société	53
Loi du déplacement de l'équilibre avec la température. — C. Matignon.	176
Lorraine (Houille de). — P. Mahler	111
Membres de la Société (Liste)	53
Monovariants (systèmes) gaz-solides. (Chaleur de réaction). — C. Matignon.	171
Multiplication (et division) de polynômes entiers. — E. Lebon	168
Ngomio (Ogooué). Poissons recueillis par M. E. Haug. — J. Pellegrin.	184
Nombres (Recherche des facteurs premiers). — E. Lebon	4
Nombres jusqu'à cent millions (facteurs premiers). — E. Lebon.	66
Notice sur Aimé Laussedat. — G. Perrin.	103

	Pages.
Oiseaux de l'Equateur. — A. Ménégaux.	83
Oiseau (Embryons d'). Phénomènes respiratoires. — E. Rabaud.	136
Périmètre thoracique des enfants (développement). — M. Marage.	114
<i>Peripatus brasiliensis</i> Bouv. — E.-L. Bouvier.	50
Poissons de la Guinée Française (recueillis par le Dr Wurtz). — J. Pellegrin.	122
Poissons de Ngomo (Ogôoué), (recueillis par M. E. Haug). — J. Pellegrin.	184
Phénomènes respiratoires chez l'embryon d'oiseau. — E. Rabaud.	136
Polynomes entiers représentés symboliquement. — E. Lebon.	168
Physiologie de l'embryon d'oiseau (Phénomènes respiratoires). — E. Rabaud.	136
Rapport sur les comptes de 1907. — G. Tarry.	54
Recherche rapide des facteurs premiers des nombres. — E. Lebon.	4
Récifs coralliens (Quelques traits de la biologie des). — Ch. Gravier.	144
Représentation symbolique de polynomes entiers. — E. Lebon.	168
Respiration de l'embryon d'oiseau. — E. Rabaud.	136
Restes (Tables de) pour la recherche rapide des facteurs premiers. — E. Lebon.	4
Séances (Extraits des comptes-rendus). 3, 53, 101,	165
Systèmes monovariants, gaz-solides (Chaleur de réaction). — C. Matignon.	171
Tables des facteurs premiers des nombres jusqu'à 100 millions. — E. Lebon.	66
Tables numériques et graphiques (Méth. d'Eratosthène). — J. Deschamps.	10
Tables de restes (Recherche des facteurs premiers). — E. Lebon.	4
Température (Loi du déplacement de l'équilibre avec la). — C. Matignon.	176
Thoracique (Périmètre) chez les enfants. — M. Marage.	114
Traits de la biologie des récifs coralliens. — Ch. Gravier.	144
Variations de la chaleur de réaction dans les systèmes monovariants. — C. Matignon.	176

TABLE DES AUTEURS

	Pages
Bouvier (E.-L.). — Sur les <i>Peripatus brasiliensis</i> Bouv.	50
Coutière (H.). — Sur les quelques espèces nouvelles d'Alpheidae.	191
Deschamps (J.). — Application de la méthode d'Erathosthène. Tables numériques et graphiques.	10
Gravier (Ch.). — Sur quelques traits de la biologie des récifs coralliens. ...	144
Lebon (E.). — Recherche rapide des facteurs premiers des nombres à l'aide de deux tables de restes.	4
— Sur une table donnant les facteurs premiers des nombres jusqu'à cent millions.	66
— Multiplication et division de polynômes entiers représentés symboliquement.	168
Mahler (P.). — Examen de houille de Lorraine.	111
Marage (M.). — Développement du périmètre thoracique chez les enfants. .	114
Matignon (C.). — Détermination expérimentale de la chaleur de dissolution limite, dans la loi du déplacement de l'équilibre avec la température.	176
— Variation de la chaleur de réaction dans les systèmes monovariants formés par un gaz et des solides.	171
Ménégaux (A.). — Etude d'une collection d'oiseaux de l'Equateur.	83
Pellegrin (J.). — Sur une collection de poissons recueillis par le Dr Wurtz en Guinée Française.	122
— Sur une seconde collection de poissons recueillis par M. E. Haug, à Ngomo (Ogôoué).	184
Perrin (G.). — Notice sur Aimé Laussedat.	103
Rabaud (E.). — Les phénomènes respiratoires et les corrélations physiologi- ques chez l'embryon d'oiseau.	136
Tarry (G.). — Les constellations arithmétiques.	107

BULLETIN
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE
DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 1.

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE

1907



Le Secrétaire-Gérant,

H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1907

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

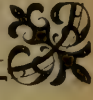
BULLETIN
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE
DE PARIS
FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 2.

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE
—
1907



Le Secrétaire-Gérant,
H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1907

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

BULLETIN
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE
DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 3.

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE
—
1907

Le Secrétaire-Gérant,

H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.



COMPOSITION DU BUREAU POUR 1906

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris. V^e.



BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 4.

1907

PARIS

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

A LA SORBONNE

1907



Le Secrétaire-Gérant,

H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1907

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

BULLETIN
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE
DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 5.

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE

1907



Le Secrétaire-Gérant,

H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

1908

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1907

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE V

	Pages.
Extraits des comptes-rendus des séances	181
G. Tarry. — La magie arithmétique dévoilée.	182
E. Marage. — Travail développé pendant la phonation.	196

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
	—	—	—	—	—	—	—
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société. 5 francs
— pour le public. 12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION 1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Moequard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE IV

	Pages.
Extraits des comptes-rendus des séances	101
Joseph Deschamps. — Sur la méthode d'Eratosthène	102
J. Winter. — Causes générales de l'évolution de la concentration des liquides gastriques.	129
D^r Jacques Pellegrin. — Sur un Poisson acanthoptérygien éocène. <i>Parapygæus polyacanthus</i> n. gen., n. sp.	171

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
	—	—	—	—	—	—	—
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. . .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles . . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société. 5 francs
— pour le public. 12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fourret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE III

	Pages.
Extrait des comptes-rendus des séances	61
Reproduction d'anciens plis cachetés de Chevréul, Peltier, Schmersahl, du Montcel	63
C. A. Laisant. — Observation sur l'interpolation	68
E. Lebon. — Pour la théorie des nombres	70
J. Tur. — Sur une série d'embryons monstrueux provenant des Poules primipares	78

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
	—	—	—	—	—	—	—
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille . . .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille . .	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société 5 francs
— pour le public : 12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneqy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefagès, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE II

	Pages.
Extrait des comptes-rendus des séances.	45
G. Tarry. — Rapport sur les comptes de 1906.	48
— — — Un calendrier perpétuel mental.	50
— — — Tablettes des cotes pour la recherche des facteurs premiers d'un nombre.	56

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
	—	—	—	—	—	—	—
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille.	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille.	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805	3 volumes in-4 ^o
2 ^e série : 1807-1813	3 volumes in-4 ^o
3 ^e série : 1814-1826	13 fascicules in-4 ^o
4 ^e série : 1832-1833	2 volumes in-4 ^o
5 ^e série : 1836-1863	28 fascicules in-4 ^o
6 ^e série : 1864-1876	13 fascicules in-8 ^o
7 ^e série : 1877-1888	11 volumes in-8 ^o

Chaque année pour les Membres de la Société. 5 francs
— pour le public 12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4^o de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE I

	Pages.
Liste des membres de la société	3
Extrait des comptes-rendus des séances.	8
M. Marage. — Photographie rapide des principales vibrations de la voix chantée et parlée.	11
J. Pellegrin. — Sur une collection de Poissons recueillie par M. E. Haug, à Ngomo (Ogôoué).	17

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
	—	—	—	—	—	—	—
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles . .	4.50	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805	3 volumes in-4 ^o
2 ^e série : 1807-1813	3 volumes in-4 ^o
3 ^e série : 1814-1826	13 fascicules in-4 ^o
4 ^e série : 1832-1833	2 volumes in-4 ^o
5 ^e série : 1836-1863	28 fascicules in-4 ^o
6 ^e série : 1864-1876	13 fascicules in-8 ^o
7 ^e série : 1877-1888	11 volumes in-8 ^o

Chaque année pour les Membres de la Société. 5 francs
— pour le public. 12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION 1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4^o de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fourret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Montier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE



BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 6.

1907

PARIS

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

A LA SORBONNE

1907



Le Secrétaire-Gérant,

H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

Handwritten notes at the bottom of the page:
Bibliothèque de la Sorbonne
10-11-1907

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1907

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME X

N° 1

1908

PARIS

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

A LA SORBONNE.

1908

Le Secrétaire-Gérant,

H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1908

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.



BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME X

N° 2

1908

PARIS

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE

1908



Le Secrétaire-Gérant,

H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1908

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

BULLETIN
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE
DE PARIS
FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE — TOME X

N° 3-4

1908

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE

1908



Le Secrétaire-Gérant,
H. COUTIERE

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1908

Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Vice-président : M. R. PERRIN, 80, rue de Grenelle.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Saint-Placide.

Vice-secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Ecoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomatique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Etudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

BULLETIN
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE
DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE — TOME X

N° 5-6

1908

PARIS
AU SIEGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE

1908



Le Secrétaire-Gérant,
H. COUTIÈRE

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1908

Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Vice-président : M. R. PERRIN, 80, rue de Grenelle.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Saint-Placide.

Vice-secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Ecoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomatique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Etudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE V-VI

	Pages
Extraits des comptes-rendus des séances	165
Lebon (E.). — Multiplication et division de polynômes entiers représentés symboliquement.	168
Matignon (C.). — Variation de la chaleur de réaction dans les systèmes monovariants formés par un gaz et des solides.	171
— Détermination expérimentale de la chaleur de dissolution limite, dans la loi du déplacement de l'équilibre avec la température.	176
Pellegrin (J.). — Sur une seconde collection de poissons recueillis par M. E. Haug, à Ngomo (Ogôoué).	184
Coutière (H.). — Sur les quelques espèces nouvelles d'Alpheidae	191

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805.	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813.	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826.	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833.	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863.	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876.	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888.	11 volumes in-8°
Chaque année pour les Membres de la Société.	5 francs
— pour le public.	2 frs es

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

À L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake de Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol, de l'Institut ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE III-IV

	Pages
Extraits des comptes-rendus des séances	101
G. Perrin. — Notice sur Aimé Laussedat.	103
Gaston Tarry. — Les Constellations arithmétiques.	107
P. Mahler. — Examen de Houille de Lorraine.	111
M. Marage. — Développement du Périmètre thoracique chez les enfants.	114
Docteur Jacques Pellegrin. — Sur une collection de Poissons recueilli par M. le Dr Wurtz en Guinée française	122
Etienne Rabaud. — Les Phénomènes respiratoires et les Corrélations physiologiques chez l'embryon d'oiseau.	136
Ch. Gravier. — Sur quelques traits de la Biologie des Récifs Coralliens	144

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille. 4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15	
Une demi-feuille . . . 3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »	
Un quart de feuille . . 2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85	
Un huitième de feuille. 2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »	
Plusieurs feuilles . . . 4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »	

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805.	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813.	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826.	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833.	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863.	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876.	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888.	11 volumes in-8°
Chaque année pour les Membres de la Société.	5 francs
— pour le public.	12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake de Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol, de l'Institut ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE II

	Pages.
Liste des membres de la Société	53
Extraits des comptes rendus des séances	58
Banquet annuel	59
G. Tarry. — Rapport sur les comptes de 1907	64
E. Lebon. — Sur une table d'éléments donnant les facteurs premiers des nombres jusqu'à cent millions	66
A. Ménégau. — Etude d'une collection d'Oiseaux de l'Équateur	83

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIF :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
	—	—	—	—	—	—	—
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	5.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	8 »
Plusieurs feuilles . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813.	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826.	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société. 5 francs
— pour le public. 12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION 1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE I

	Pages.
Extraits des comptes-rendus des séances.	3
E. Lebon. — Recherche rapide des facteurs premiers des nombres à l'aide de deux tables de restes	4
J. Deschamps. — Applications de la méthode d'Eratosthène, Tables numériques et graphiques	10
E.-L. Bouvier. — Sur les <i>Peripatus brasiliensis</i> Bouv.	50

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.40	10.60	12.85	14.85
Troisquarts de feuille.	4 »	5 »	6.40	7. »	9 »	10.60	12.45
Une demi-feuille.	3.45	4 »	5 »	5.60	7.20	8.40	9 »
Un quart de feuille.	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	5.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.45	3.60	4.05	4.50	8 »
Plusieurs feuilles	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société 5 francs
 — pour le public 12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Rozé ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs :

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE VI

	Pages.
Extraits des comptes-rendus des séances	201
C. Matignon. — Sur la dessiccation des gaz et l'emploi du sodium divisé.	204
M. Winter. — Causes générales de l'évolution de la concentration	207
H. Coutière. — Sur le prétendu appareil venimeux de la Murène Héleue.	229
Table analytique des matières du Tome IX.	235
Table des anteurs	237

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
	—	—	—	—	—	—	—
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Troisquarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille.	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille.	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805	3 volumes in-4 ^o
2 ^e série : 1807-1813	3 volumes in-4 ^o
3 ^e série : 1814-1826	13 fascicules in-4 ^o
4 ^e série : 1832-1833	2 volumes in-4 ^o
5 ^e série : 1836-1863	28 fascicules in-4 ^o
6 ^e série : 1864-1876	13 fascicules in-8 ^o
7 ^e série : 1877-1888	11 volumes in-8 ^o
Chaque année pour les Membres de la Société	5 francs
— pour le public	12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

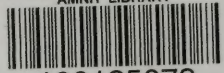
A L'OCCASION DU CENTENAIRE DE SA FONDATION 1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4^o de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneqy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

AMNH LIBRARY



100125073